

کاربرد احتمالات هندسی در طراحی شبکه‌های اکتشاف کانسارهای معدنی، مطالعه موردی: اندیس مس پورفیری واقع در جنوب غرب کرمان

رضا احمدی*

استادیار دانشکده مهندسی معدن دانشگاه صنعتی اراک
(دریافت: تیر ۱۳۹۵، پذیرش: اردیبهشت ۱۳۹۷)

چکیده

در پژوهش حاضر مفاهیم نظری و کاربردی احتمالات هندسی، مورد بررسی قرار گرفته و روابط احتمالات هندسی برای تعیین احتمال تقاطع اشکال هندسی گوناگون با انواع شبکه‌های مختلف، ارائه شده است. از آنجایی که پارامترهای هندسی کانسارهای معدنی دارای ماهیت احتمال‌پذیر هستند، اکتشاف کانسارهای معدنی نیز ماهیت احتمال‌پذیر داشته و همواره با عدم قطعیت و مقداری ریسک همراه است. در نتیجه از این نظر مسئله اکتشاف با مسائل احتمالات هندسی شباهت دارد. با توجه به روش‌های متداول اکتشاف کانسارهای معدنی توسط شبکه‌های اکتشافی مختلف و تشابه کانسارهای معدنی با اشکال هندسی معمول، نحوه طراحی شبکه اکتشاف بهینه برای هر نوع کانسار، براساس روابط موجود در احتمالات هندسی، ارائه شد. در این راستا به عنوان یک مطالعه میدانی طراحی شبکه اکتشاف بهینه با استفاده از احتمالات هندسی برای دو اندیس مس شناسایی شده با عملیات دورسنجی واقع در جنوب غرب کرمان یکی با ساختار تقریباً خطی و دیگری با ساختار تقریباً دایره‌ای، صورت گرفت. برای این منظور ابعاد شبکه اکتشاف بهینه برای هر اندیس با در نظر گرفتن کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا $0/5$ و احتمال کشف مطلوب یا $0/95$ در دو حالت جهت‌یافتگی تصادفی و با جهت‌یافتگی مشخص، محاسبه شد.

کلید واژه‌ها

احتمالات هندسی، مساله سوزن بافن، شبکه اکتشاف بهینه، احتمال کشف کانسارهای معدنی، اندیس مس پورفیری جنوب غرب کرمان

*عهده دار مکاتبات: R_ahmadi@arakut.ac.ir

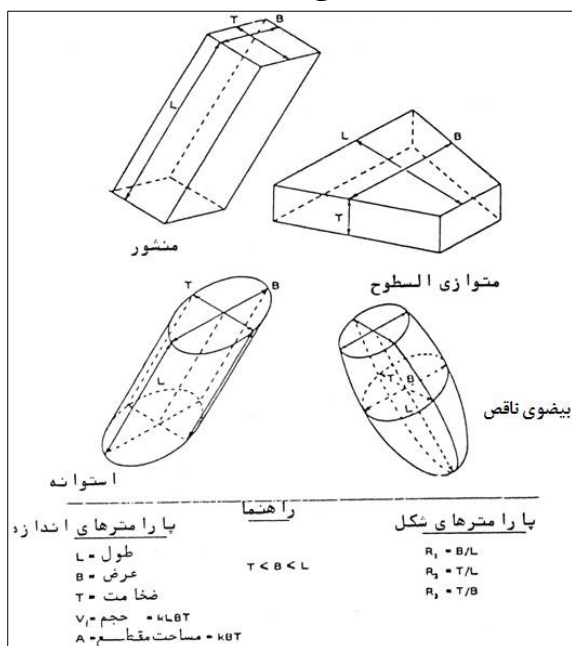
۱- مقدمه

تئوری احتمالات هندسی با متغیرهای تصادفی سر و کار دارد که کمیت نیستند، بلکه یک سری اشکال هندسی مانند نقطه، خط و صفحه هستند. به عبارت دیگر تمام کمیت‌ها روی هندسه اشیاء کار می‌کنند. یک مسئله احتمالاتی، هندسی نامیده می‌شود اگر بتوان احتمال را به صورت نسبت دو سطح یا حجم محاسبه کرد [۱]. در تئوری احتمالات هندسی، اصل قضیه همان ارتباط بین مولفه‌های هندسی مختلف موجود در سیستم مورد بررسی است که برای مثال به صورت تقاطع و یا همپوشانی تعریف می‌شود [۲]. مسئله همپوشانی درگیر محاسبه احتمالاتی است که در آن اشکال هندسی صفحه‌ای شکل با موقعیت مشخص، به‌وسیله دیگر اشکال هندسی با موقعیت تصادفی، برخورد و همپوشانی پیدا می‌کنند.

برتراند^۱ (۱۸۸۹) در مثال نقض خود نشان داد که اگر برای اغلب مسائل مرتبط با احتمالات هندسی، محدودیت اعمال نشود، آنگاه جواب آنها منحصر به فرد^۲ نخواهد بود. به عبارت دیگر وی نشان داد که اگر سازوکار یا روشی که متغیر تصادفی تولید می‌کند، به‌طور واضح تعریف نشده باشد، ممکن است که احتمالات، خوب تعریف نشوند [۳]. بنابراین برای طرح یک مسئله در احتمالات هندسی باید شرایط زیر برقرار باشد: ۱- سیستم مختصاتی، تعریف شده باشد. ۲- دست‌کم یکی از اشیای مرتبط با رخداد هندسی، از توزیع تصادفی برخوردار باشد. ۳- محدوده ابعادی اشیاء تعریف شده باشد و ۴- نرم اندازه‌گیری شده (طول، سطح، حجم و غیره) نسبت به تبدیل مختصاتی، مستقل باشد.

فعالیت‌های اکتشاف مواد معدنی اغلب با استفاده از شبکه‌های اکتشافی صورت می‌گیرد که به‌دلیل ماهیت احتمال‌پذیری پارامترهای هندسی کانسار و عدم قطعیت آن، همواره با مقداری ریسک همراه است. بنابراین برای جلوگیری از صرف وقت و هزینه بیهوده، باید شبکه‌های اکتشاف به‌طور بهینه انتخاب شوند. انتخاب بهینه، مناسب‌ترین انتخاب جهت عملیات اکتشافی به منظور پوشش منطقه‌ای نسبتاً وسیع با پتانسیل خوب، در شرایط بودجه محدود است. طراحی شبکه اکتشاف که فرآیندی مهم و بحرانی است باید براساس یک سری اصول، قواعد و معیارهای علمی و مهندسی صورت گیرد. کانسارهای معدنی بر اساس تعریف پارامتر

نسبت شکل^۳ به صورت نسبت عرض (پهنا) به طول کانسار (مطابق شکل ۱ $R_t = \frac{B_t}{L_t}$)، به انواع خطی، کروی و بیضوی تقسیم‌بندی می‌شوند. به گونه‌ای که اگر نسبت شکل کوچک‌تر یا مساوی ۰/۱ باشد، کانسار، خطی (همانند دایک‌ها، رگه‌های معدنی دویعدی و نظایر آن)، بزرگ‌تر یا مساوی ۰/۹، کروی (کانسارهای هم بعد همانند کره) و در صورتی که بین ۰/۱ تا ۰/۹ باشد کانسار، بیضوی فرض می‌شود. بنابراین نسبت شکل بین صفر و یک متغیر است. تقریباً در بسیاری از موارد عملی نیز با مقداری ساده‌سازی، کانسارها با چنین اشکال هندسی قابل شبیه‌سازی هستند. در پژوهش حاضر کاربرد احتمالات هندسی در زمینه اکتشاف انواع متداول کانسارهای معدنی با شبکه‌های اکتشافی مختلف، مورد بررسی قرار گرفته و نحوه طراحی شبکه اکتشاف بهینه برای هر نوع کانسار، براساس روابط موجود در احتمالات هندسی، ارائه شده است.



شکل ۱: پارامترهای مشخص کننده هندسه کانسار: پارامترهای شکل و بعد (طول، عرض و ضخامت) [۲]

۲- تاریخچه احتمالات هندسی و کاربردهای اکتشافی

یکی از قدیمی‌ترین مثال‌ها در زمینه احتمالات هندسی، مسئله معروف سوزن بافن^۴ (۱۷۷۷) است. طی چند دهه گذشته دانشمندانی چون نیوتن^۵، هالی^۶، سیمسون^۷، برتراند^۸، کندال^۹، ساوینسکی^{۱۰}، سینگر^{۱۱}، اوسپنسکی^{۱۲}،

روش‌های ژئوفیزیک هوایی^{۲۷} یا روش‌های اکتشاف زمینی صورت می‌گیرد. یکی از نیازهای اساسی در تمامی مراحل عملیات اکتشافی یک کانسار، طراحی موقعیت دقیق کارهای اکتشافی و یا طراحی شبکه اکتشاف می‌باشد. به طور کلی شبکه‌های اکتشافی به دو صورت پیوسته^{۲۸} و گسسته^{۲۹} هستند. اغلب برداشت‌های ژئوفیزیکی هوابرد به صورت پیوسته و سایر روش‌های اکتشاف زمینی، به صورت گسسته هستند.

شبکه‌های برداشت بر دو نوع اند: ۱- شبکه‌های با خطوط موازی که عمدتاً در اندازه‌گیری‌های پیوسته مورد استفاده قرار می‌گیرند. به عنوان یک اصل در این صورت راستای خطوط برداشت، همیشه عمود بر امتداد عمومی کانسار مورد تجسس یا ساختارهای زمین‌شناسی، توجیه می‌شود تا بیش‌ترین تغییرپذیری^{۳۰} مشخص گردد. ۲- شبکه با خطوط متقاطع که بیش‌تر برای برداشت‌های زمینی مورد استفاده قرار می‌گیرد. به هر جهت توده‌های زیرسطحی همیشه دارای جهت‌یافتگی^{۳۱} مشخصی نیستند و تعریف یک راستای مشخص برای آنها امکان‌پذیر نیست. بنابراین در چنین مواقعی و نیز به منظور افزایش احتمال کشف کانسارهای جهت‌یافته، از شبکه خطوط متقاطع استفاده می‌شود. شبکه خطوط متقاطع به دو صورت شبکه متعامد (مربعی و مستطیلی) و یا شبکه غیرمتعامد (لوزی، شش‌گوش و مثلثی^{۳۲}) است.

طراحی شبکه اکتشاف بهینه، مهم‌ترین و در عین حال بحرانی‌ترین فرآیند اکتشاف مواد معدنی است که در مراحل مختلف اکتشاف، براساس شرایط و خصوصیات زمین‌شناسی کانسار، میزان و نوع اطلاعات اکتشافی موجود، صورت می‌گیرد. انتخاب بهینه فواصل بین پروفیلی و ابعاد شبکه اکتشافی، بسیار مهم است زیرا در موفقیت اکتشافی و نیز صرف زمان و هزینه، تاثیر به‌سزایی دارد. از آنجایی که هر نوع انحراف از حالت بهینه طراحی، منجر به صرف وقت و هزینه بیهوده خواهد شد، بنابراین انجام درست چنین فرآیندی برای دستیابی به بیش‌ترین میزان سوددهی در کلیه فعالیت‌های اکتشاف مواد معدنی گریزناپذیر است.

نوع، شکل، اندازه و ابعاد سلول‌ها و جهت‌یافتگی شبکه نسبت به امتداد تخمینی کانسار، هندسه شبکه اکتشاف را تشکیل می‌دهند. تعیین هندسه شبکه برداشت به پارامترهای ابعادی (طول، عرض و ضخامت) و جهتی (شیب

موران^{۳۳} و سالامون^{۳۴} احتمالات هندسی را در بسیاری از مسائل پیچیده برای حالات تقاطع و همپوشانی، مورد استفاده قرار داده‌اند [۲، ۴، ۵].

آگوکس^{۳۵} (۱۹۵۰) از اولین کسانی بود که از حل مسئله سوزن با فن در محاسبه احتمال کشف کانسارها استفاده نمود [۲]. وی در سال ۱۹۵۵ از احتمالات هندسی برای تعیین فاصله شبکه برداشت در مطالعات مغناطیسی هوابرد منطقه مارمورا^{۳۶} واقع در اونتاریو کانادا استفاده نمود [۶]. اسلیشتر^{۳۷} (۱۹۵۵) با استفاده از احتمالات هندسی به مسئله اکتشاف کانسارهایی با اشکال مختلف حلقوی^{۳۸} و مستطیلی به وسیله حفاری قائم در شبکه‌های مربعی پرداخت [۷] که بعدها سلاسان^{۳۹} (۱۹۵۹) کار اسلیشتر را برای شبکه‌هایی با اشکال مختلف (مثلثی، لوزی و مستطیلی) توسعه داد [۸]. تقریباً در همان زمان الیس^{۴۰} مسئله اکتشاف از طریق حفاری قائم در شبکه‌های مربعی را برای کانسارهایی به شکل متوازی‌السطوح مطرح کرد [۹]. ساوینسکی (۱۹۶۵) با استفاده از نظریه احتمالات هندسی، اولین جدول‌های محاسبه احتمال کشف کانسارهای بیضوی به وسیله شبکه نمونه‌برداری ناپیوسته را منتشر کرد [۱۰]. مک کامون^{۴۱} (۱۹۷۷) فرمول محاسبه احتمال کشف کانسارهایی با اشکال مختلف را به دست آورد. او این کار را برای نمونه‌برداری پیوسته در شبکه‌های موازی، متعامد و متوازی‌الاضلاع^{۴۲} انجام داد [۱۱].

درو^{۴۳} (۱۹۷۹) اولین کسی بود که تاثیر جهت قرارگیری شبکه برداشت‌ها را در مورد اکتشاف کانسارها بررسی نمود [۱۲]. سینگر (۱۹۸۱) جدول‌های احتمال کشف کانسارهای بیضوی با جهت‌یافتگی تصادفی را برحسب شکل شبکه برداشت (مربعی، مستطیلی یا شش‌گوش^{۴۴}) منتشر کرد. ویگنال^{۴۵} (۱۹۸۳) برنامه کامپیوتری OPTGRID را برای اصلاح برنامه ELLIPGRID سینگر به منظور کشف نهشته‌های بیضوی شکل با شبکه برداشت مربعی نوشت [۸].

۳- شبکه‌های اکتشافی و پارامترهای آنها

اکتشاف کانسارهای معدنی با استفاده از روش‌های اکتشاف غیرمستقیم ژئوفیزیکی و ژئوشیمیایی و یا روش مستقیم عملیات حفاری انجام می‌شود. آنچه موجب کشف یک توده زیرسطحی می‌شود تباین^{۴۶} ویژگی‌های آن توده با محیط پیرامون است. معمولاً اکتشاف کانسارها با استفاده از

اکتشاف مواد معدنی همواره ماهیت احتمال‌پذیر داشته و با مقداری عدم قطعیت همراه است، به عبارت دیگر عملیات اکتشافی همواره با مقداری ریسک همراه است. موفقیت اکتشافی کانسارها خود در گرو موفقیت تکنیکی و موفقیت فنی و اقتصادی است [۸]. با فرض مستقل بودن این دو رخداد از یکدیگر، احتمال موفقیت اکتشافی کانسارهای معدنی برابر با حاصل ضرب احتمال موفقیت تکنیکی در احتمال موفقیت فنی و اقتصادی است. احتمال موفقیت تکنیکی نیز برابر با حاصل ضرب احتمال تشکیل کانسار یا کانی‌سازی هدف در شرایط یا محیط زمین‌شناسی مناسب در احتمال کشف قابل قبول هدف، با روش یا روش‌های اکتشافی مناسب انتخاب شده است. یک مهندس اکتشاف از انتخابی راضی خواهد بود که اگر نتوان آن را بهترین انتخاب دانست، دست کم تحت شرایط مالی، زمانی و فنی حاکم بر پروژه و همچنین سیاست‌های کلی اعمال شده در طراحی پروژه، بتوان آن را مناسب‌ترین انتخاب تشخیص داد؛ این تعریفی خلاصه از انتخاب بهینه است [۲]. در هر عملیات اکتشاف سیستماتیک زمینی یا هوایی که به منظور مشخص کردن موقعیت و محدوده توده کانسار صورت می‌پذیرد، یکی از نیازهای اساسی، تعیین موقعیت دقیق برداشت نیم‌رخ‌ها یا محل نمونه‌ها است.

ابعاد بهینه شبکه اکتشافی، تابع عواملی همانند هندسه^{۳۳} هدف مورد کاوش (بعد بزرگ کانسار، نسبت شکل، گسترش طولی یا جهت‌یافتگی و شیب حقیقی کانسار)، تغییرات خواص کانسار، هزینه‌های برداشت، روش اکتشافی مورد استفاده، ابعاد ناحیه برداشت، آرایش هدف شناساگر (مثلاً ارتفاع برداشت در برداشت‌های هوابرد و عمق دفن هدف زیرسطحی) و هندسه شبکه برداشت است. پارامترهای تعریف کننده شبکه برداشت دارای ماهیت قطعیت‌پذیرند. حال آنکه مشخصات هندسی کانسار مورد انتظار یعنی شکل هندسی، اندازه و ابعاد (نسبت شکل)، گسترش طولی، گسترش زاویه‌ای، شیب و عمق دفن، اساساً دارای ماهیت احتمال‌پذیرند و به وسیله امید ریاضی، حدود اطمینان و یا توابع توزیع احتمال بیان می‌شوند [۱].

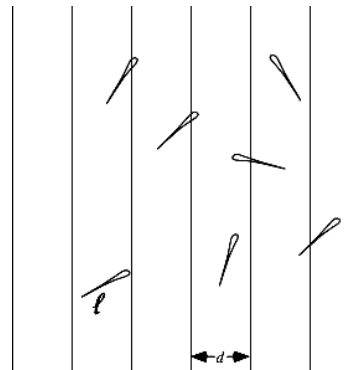
کشف یک نهشته کانساری در شرایط برخورد دست کم یک بار کانسار با خطوط شبکه برداشت، امکان‌پذیر است. در صورتی که کانسار دست کم دو بار با خطوط شبکه برداشت

و امتداد) کانسار ربط دارد. معمولاً یک شبکه اکتشاف مربع شکل که از دو سری نیم‌رخ عمود بر هم تشکیل می‌شود، شبکه مناسبی است و به خصوص در مراحل ابتدایی برای اکتشاف کانسارهای تقریباً صفحه‌ای شکل افقی و رگه‌های مرکب هم بعد مفید است [۱۳]. در مورد کانسارهایی که دارای درجه تغییرات متفاوتی در دو امتداد اصلی هستند، شبکه مستطیل شکل مناسب‌تر است و در این حالت ضلع طویل مستطیل در امتداد با کمترین تغییرات و ضلع کوتاه در امتداد با تغییرات زیادتر توجیه می‌شود. شبکه لوزی معمولاً برای کانسارهایی که حد واسط دو حالت هم بعد و غیرهم بعدند، مناسب است. از نظر اقتصادی نیز شبکه لوزی مقرون به صرفه است زیرا در آن نسبت به شبکه مربعی، به کار اکتشافی کمتری (با همان فاصله) نیاز است [۱۴]. از نظر صرفه‌جویی در میزان هزینه‌ها اشکال شبکه‌های لوزی، شش‌گوش و مثلث متساوی‌الاضلاع، بهینه هستند [۱۵، ۱۶]. شبکه خطوط موازی به وسیله فاصله بین خطوط (S) تعریف می‌شود و شبکه‌های با خطوط متعامد یا به وسیله $S \times S$ (برای شبکه‌های مربعی) و یا $S \times T$ (برای شبکه‌های مستطیلی) تعریف می‌شوند [۲]. در مورد شبکه‌های مستطیلی پارامتر نسبت شکل شبکه به صورت نسبت عرض به طول سلول شبکه ($W = \frac{S}{T}$) تعریف شده و در روابط احتمال کشف، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مقدار W بین صفر (برای شبکه خطوط موازی) و یک (برای شبکه مربعی) متغیر است. وضعیت قرارگیری کانسار مورد انتظار نسبت به شبکه برداشت نیز فاکتور بسیار مهمی است که از دو دیدگاه ابعادی و جهتی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. از دیدگاه ابعادی باید نسبت بزرگ‌ترین بعد کانسار مورد نظر را به فاصله شبکه خطوط برداشت ($U_r = \frac{L_r}{S}$) به دست آورد [۸]. این نسبت چه در کاوش‌های هوابرد و چه کاوش‌های زمینی، از پارامترهای مهم در محاسبه احتمال کشف کانسار است. در مقابل، نسبت شکل پارامتر مهمی در محاسبه احتمال کشف در برداشت‌های ناپیوسته زمینی است. بعد جهتی از طریق زاویه بین امتداد بزرگ‌ترین بعد کانسار با یک دسته از خطوط شبکه برداشت تعریف می‌شود.

۴- طراحی شبکه اکتشاف بهینه با استفاده از احتمالات هندسی

۴-۱- مسئله سوزن بافن و ارتباط آن با مسائل اکتشافی

بافن (۱۷۴۹-۱۷۸۸) با آزمایش انداختن یک سوزن به طول l به طور تصادفی به تعداد دفعات بسیار زیاد، بر روی یک صفحه افقی دارای یک سری خطوط موازی با فاصله d از یکدیگر، مطابق شکل ۲ احتمال تقاطع سوزن با خطوط شبکه را محاسبه کرد.



شکل ۲: انداختن یک سوزن به تعداد دفعات بسیار زیاد بر روی یک صفحه دارای خطوط موازی (ویرایش شده از [۱۷]).

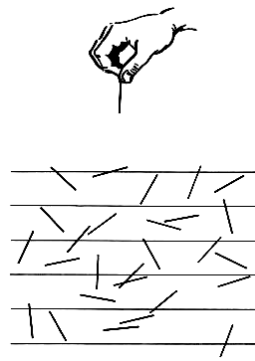
برداشت، شبکه بهینه (فاصله بهینه بین خطوط) را برای دستیابی به احتمال کشف مورد نظر طراحی کرد. گفتنی است که طول تقریبی، نحوه گسترش و جهت‌یافتگی حدودی کانسار قبل از عملیات برداشت، براساس یک سری شواهد همانند بررسی نقشه‌های زمین‌شناسی، مطالعات مراحل شناسایی و پی‌جویی اولیه، بازدیدهای صحرایی و غیره تا حدودی امکان‌پذیر است. حتی گاهی لازم است تا برای تعیین امتداد تقریبی کانسار مورد نظر پیش از پیمایش اصلی، خطوط برداشت آزمایشی به اجرا درآید.

بعدها مسئله انداختن سوزن به طول l به تعداد دفعات بسیار زیاد، بر روی یک صفحه افقی دارای شبکه خطوط عمود برهم با سلول‌هایی به ابعاد a و b مطابق شکل ۳ توسط لاپلاس^{۳۵} نیز آزمایش شد و احتمال تقاطع سوزن، دست کم با یکی از خطوط شبکه محاسبه گردید که به همین دلیل به نام تعمیم لاپلاس مسئله سوزن بافن معروف است (مسئله بافن- لاپلاس).

برای این منظور نیز دو حالت آزمایش شد: الف) حالتی که طول سوزن (l) از ابعاد سلول شبکه مستطیلی (a و b) کوچک‌تر باشد ($l < a$ و $l < b$): سوزن بافن کوتاه در مورد شبکه متعامد، در این صورت احتمال تقاطع سوزن با یکی از خطوط شبکه به صورت رابطه (۳) است [۶]:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{2l(a+b)-l^2}{\pi ab} \quad (3)$$

تقاطع پیدا کند، در این حالت یقیناً کشف خواهد شد که به این حالت، کشف قطعی^{۳۴} گفته می‌شود. بنابراین مسئله اکتشاف از این نظر به یک مسئله احتمال هندسی شباهت دارد، در نتیجه اغلب قضایا، قوانین، اصول و نظریه‌های موجود در احتمالات هندسی، می‌توانند برای حل مسائل اکتشاف کانسارهای معدنی، به کار روند.



برای این منظور دو حالت آزمایش شد: الف- حالتی که طول سوزن (l) کوچک‌تر از فاصله بین خطوط شبکه (d) باشد (مسئله سوزن بافن کوتاه)، که در این صورت احتمال تقاطع سوزن با یکی از خطوط شبکه به صورت رابطه (۱) است:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{2l}{\pi d} \quad (1)$$

ب- حالتی که طول سوزن (l) بزرگ‌تر از فاصله بین خطوط شبکه (d) باشد (مسئله سوزن بافن بلند). در این صورت احتمال تقاطع سوزن دست کم با یکی از خطوط شبکه به صورت رابطه (۲) است:

$$P_r(\text{Intersection}) = 1 + \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{d} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{l}\right)^2} \right) - \sin^{-1}\left(\frac{d}{l}\right) \right] = \frac{2l}{\pi d} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{l}\right)^2} \right) + \frac{2}{\pi} \cos^{-1}\left(\frac{d}{l}\right) \quad (2)$$

در حالت خاص که طول سوزن و فاصله بین خطوط شبکه با یکدیگر برابر باشند ($d=l$)، هر دو فرمول سوزن بافن کوتاه و بلند با یکدیگر یکسان شده و در این حالت احتمال تقاطع، مساوی با $2/\pi$ یا 0.64 یا 64% درصد خواهد بود.

در عمل برخی از عملیات‌های اکتشاف مواد معدنی به ویژه برداشت‌های ژئوفیزیک هوابرد، با شبکه خطوط موازی صورت می‌گیرد که می‌توان آنها را مشابه مسئله سوزن بافن در نظر گرفت. بنابراین با استفاده از این مسئله احتمالات هندسی، به آسانی می‌توان احتمال کشف ماده معدنی را با شبکه خطوط موازی محاسبه نمود و قبل از انجام عملیات

از کوچک‌ترین بعد شبکه، کوچک‌تر باشد ($D < S$ و $D < T$) با رابطه (۵) قابل محاسبه است [۶]:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{D(S+T-\pi D)}{ST} \quad (5)$$

در مورد احتمال تقاطع یک هدف دایره‌ای شکل با دست کم یکی از خطوط شبکه موازی، که در آن قطر هدف دایره‌ای (D) از فاصله بین خطوط شبکه، کوچک‌تر باشد ($D < S$) رابطه (۶) ارائه شده است [۶]:

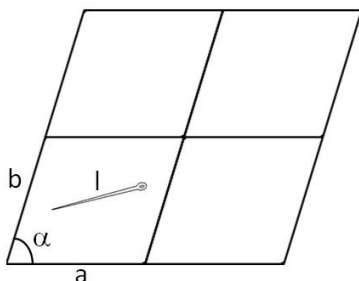
$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{D}{S} (2 - \frac{D}{S}) \quad (6)$$

در عمل به منظور اکتشاف کانسارهای کروی که در مقطع دوبعدی، دایره‌ای شکل هستند، از این رابطه احتمالات هندسی می‌توان استفاده نمود.

احتمال کشف یک کانسار دایره‌ای با شبکه اکتشاف مربعی، نسبت به شبکه با خطوط موازی تحت شرایط $U_1=0.1$ و $U_1=1$ به ترتیب ۹۰ و صفر درصد افزایش می‌یابد. احتمال کشف کانسار دایره‌ای با شبکه اکتشاف مربعی زمانی که U_1 بزرگ‌تر از یک باشد، برابر با یک یا صفر درصد است. مسئله انداختن سوزن به طول l به تعداد دفعات بسیار زیاد، بر روی یک صفحه افقی دارای شبکه خطوط غیرمتعامد به شکل متوازی‌الاضلاع با سلول‌هایی به ابعاد a و b مطابق شکل ۴ در صورتی که طول سوزن از کوچک‌ترین بعد شبکه، کوچک‌تر باشد ($l < a$ و $l < b$)، نیز آزمایش شده (سوزن با فن کوتاه برای شبکه متوازی‌الاضلاع) و احتمال تقاطع سوزن با یکی از خطوط شبکه به صورت رابطه (۷) محاسبه می‌شود:

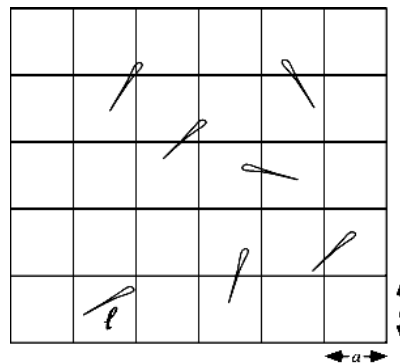
$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha}{4\pi} \quad (7)$$

که α مطابق شکل ۴ زاویه بین دو ضلع شبکه متوازی‌الاضلاع است. به ازای زاویه α مساوی با $43/89$ درجه، احتمال تقاطع بیشینه می‌شود.



شکل ۴: مسئله سوزن با فن برای شبکه متوازی‌الاضلاع

شبکه‌هایی به شکل متوازی‌الاضلاع و لوزی نیز گاهی در فعالیت‌های اکتشاف مواد معدنی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این نوع شبکه‌ها معمولاً برای کانسارهایی که حدواسط دو



شکل ۳: انداختن یک سوزن به تعداد دفعات بسیار زیاد بر روی یک صفحه دارای شبکه خطوط متعامد [۱۸].

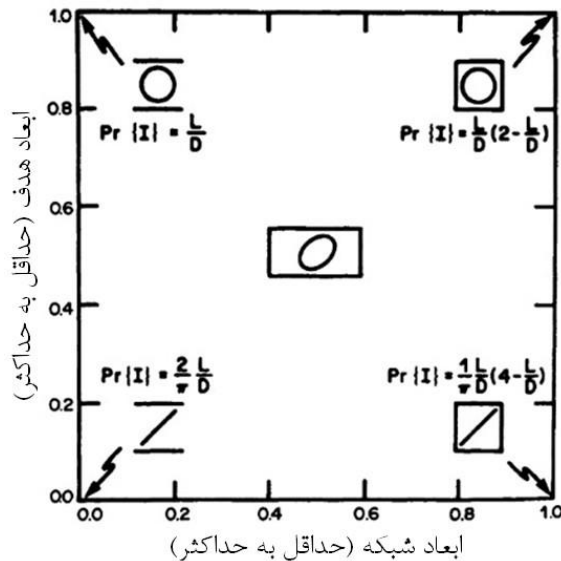
در حالت خاص که طول سوزن و ابعاد سلول شبکه مستطیلی با یکدیگر برابر باشند ($a=b=l$)، احتمال تقاطع مساوی با $3/\pi$ یا $0/96$ یا ۹۶ درصد خواهد بود. در مقایسه با حالت خاص شبکه خطوط موازی که در آن احتمال تقاطع برابر با $2/\pi$ است، نتیجه می‌شود که اگر به جای شبکه خطوط موازی، از شبکه متعامد مربعی استفاده شود و طول سوزن نیز برابر با ابعاد شبکه باشد، آنگاه احتمال تقاطع به اندازه $1/\pi$ افزایش می‌یابد.

ب) حالتی که طول سوزن (l) از ابعاد سلول شبکه مستطیلی (a و b) بزرگ‌تر باشد ($l > a$ و $l > b$): سوزن با فن بلند در مورد شبکه متعامد، در این صورت احتمال تقاطع سوزن دست کم با یکی از خطوط شبکه به صورت رابطه (۴) است:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{2l}{\pi} (\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2l}{ab}) \quad (4)$$

در عمل اغلب برداشت‌های زمینی اکتشاف مواد معدنی شامل برداشت‌های ژئوفیزیکی، ژئوشیمیایی و حفاری، با شبکه خطوط متعامد انجام می‌شود که می‌توان آنها را مشابه تعمیم لاپلاس مسئله سوزن با فن در نظر گرفت. بنابراین با استفاده از این مسئله احتمالات هندسی، می‌توان احتمال کشف ماده معدنی را با شبکه خطوط متعامد محاسبه نمود و قبل از انجام عملیات برداشت، شبکه اکتشافی بهینه را برای دستیابی به احتمال کشف مورد نظر طراحی کرد. احتمال کشف یک کانسار خطی با شبکه اکتشاف مربعی نسبت به شبکه با خطوط موازی تحت شرایط $U_1=0.1$ و $U_1=1$ به ترتیب ۹۵ و ۴۳ درصد افزایش می‌یابد.

احتمال تقاطع یک هدف دایره‌ای شکل با دست کم یکی از خطوط شبکه مستطیلی، که در آن قطر هدف دایره‌ای (D)



شکل ۵: احتمال کشف کانسار بیضوی با شبکه مستطیلی براساس حالات مختلف نسبت شکل کانسار و نسبت شکل شبکه برداشت [۸]

احتمال تقاطع یک هدف خطی با جهت‌یافتگی معلوم (α) به وسیله شبکه خطوط موازی، در صورتی که $0 < U < 1$ باشد، با استفاده از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود:

$$P_I = \frac{2U}{\pi} - \frac{2U}{3\pi} \cos(2\alpha) \quad (10)$$

که در این رابطه α زاویه بین شبکه خطوط موازی با بزرگ‌ترین بعد هدف است. اهداف دایره‌ای به دلیل تقارن، دارای جهت ترجیحی نبوده و احتمال کشف آنها همیشه برابر با U است. همچنین احتمال تقاطع یک هدف بیضوی شکل با جهت‌یافتگی معلوم (α) به وسیله شبکه خطوط موازی در صورتی که $0 < U < 1$ باشد، به صورت رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$P_e = (1 - R) P_I + RU \quad (11)$$

مطابق این رابطه احتمال کشف یک کانسار بیضوی شکل با $U=0.5$ و $R=0.5$ با تغییر زاویه α از صفر تا ۹۰ درجه، حدود ۳۰ درصد افزایش می‌یابد.

اثر امتداد شبکه خطوط موازی یک برداشت هوایی نسبت به امتداد تقریبی کانسار خطی بر روی احتمال کشف آن، در نمودار شکل ۶ نشان داده شده است. به عنوان مثال مطابق این شکل احتمال کشف یک کانسار خطی با $U=1$ و زاویه خطوط شبکه نسبت به امتداد کانسار برابر با ۹۰ درجه، ۸۲ درصد است.

حالت هم‌بعد و غیرهم‌بعد هستند، مناسب است. بر این اساس مسائل احتمالات هندسی در این خصوص نیز می‌تواند در حل مسائل اکتشاف مواد معدنی، مورد استفاده قرار گیرد. از آنجایی که شکل بیضی حدواسط بین خط و دایره است، بنابراین احتمال کشف کانسارهای بیضوی شکل، بین دو مقدار احتمال کشف کانسارهای خطی و دایره‌ای قرار می‌گیرد. این مقدار بر حسب مقادیر احتمال کشف خطی و دایره‌ای و نسبت شکل کانسار به صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود:

$$P_e = (1 - R) P_I + RP_c \quad (8)$$

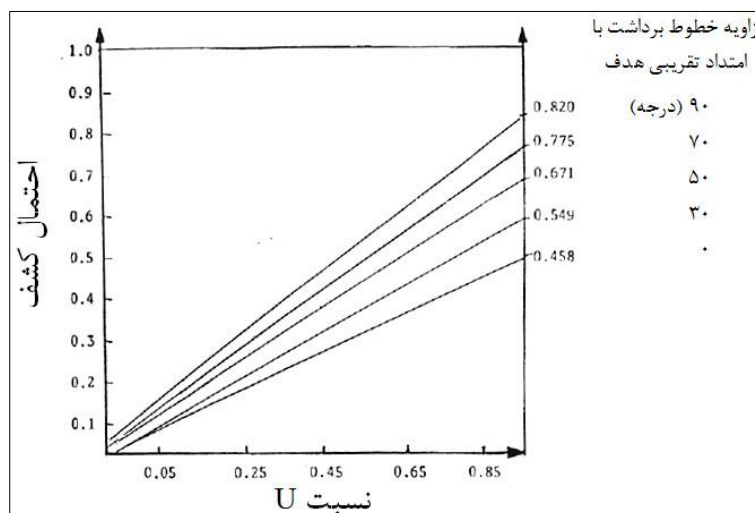
همچنین شبکه برداشت مستطیلی را می‌توان حدواسط شبکه خطوط موازی و شبکه مربعی در نظر گرفت. مقدار احتمال کشف یک کانسار با شبکه مستطیلی، بر حسب مقادیر احتمال کشف با شبکه‌های خطوط موازی و مربعی و نسبت شکل شبکه، به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود:

$$P_r = (1 - W) P_p + WP_s \quad (9)$$

که در این روابط P_e احتمال کشف کانسار بیضوی، P_I احتمال کشف کانسار خطی، P_c احتمال کشف کانسار دایره‌ای، R نسبت شکل، P_r احتمال کشف کانسار با شبکه مستطیلی، P_p احتمال کشف کانسار با شبکه خطوط موازی، P_s احتمال کشف کانسار با شبکه مربعی و W نسبت شکل شبکه است.

احتمال کشف یک کانسار بیضوی توسط شبکه مستطیلی را می‌توان براساس نسبت شکل کانسار و نسبت شکل شبکه برداشت، مطابق ۴ حالت کلی شکل ۵ خلاصه نمود که در این شکل L طول کانسار خطی یا قطر کانسار دایره‌ای و D فاصله بین خطوط برداشت موازی و یا طول هر ضلع شبکه مربعی است.

به طور کلی در احتمالات هندسی، اهداف مورد نظر نسبت به خطوط شبکه برداشت، دارای دو حالت با جهت‌یافتگی تصادفی^{۳۶} و جهت‌یافته^{۳۷} هستند. روابط احتمالات هندسی ارائه شده تاکنون، برای اهداف با جهت‌یافتگی تصادفی هستند، اما همان‌گونه که قبلاً نیز اشاره شد، بعد جهتی هدف نیز در احتمال تقاطع آن با خطوط شبکه برداشت بسیار مهم و تاثیرگذار است.



شکل ۶: احتمال کشف اهداف خطی ($R_t=0.1$) دارای جهت‌یافتگی، توسط شبکه خطوط موازی (برداشت‌های هوابرد) (ویرایش شده از [۸])

اگر انداختن سوزن به طول l به تعداد دفعات بسیار زیاد، بر روی یک صفحه دارای شبکه مثلثی شکل، به اضلاع a ، b و c مطابق شکل ۷ نیز آزمایش شود، در صورتی که طول سوزن از کوچک‌ترین ضلع مثلث، کوچک‌تر باشد ($l < a, l < b$ و $l < c$) (سوزن با فن کوتاه برای شبکه مثلثی)، احتمال تقاطع سوزن دست کم با یکی از خطوط شبکه مثلثی، به صورت رابطه (۱۲) خواهد بود [۱۸]:

$$P_r(\text{Intersection}) = 1 + \frac{(Aa^2 + Bb^2 + Cc^2)l^2}{8\pi k^2} - \frac{(4a + 4b + 4c - 3l)l}{4\pi k} \quad (12)$$

که A ، B و C به ترتیب زوایای روبروی اضلاع a ، b و c بوده و k نیز مساحت مثلث است. در حالت خاص که مثلث‌ها متساوی‌الاضلاع باشند، این رابطه به صورت رابطه (۱۳) ساده می‌شود:

$$P_r(\text{Intersection}) = 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{l}{a} \right)^2 - \frac{l\sqrt{3}}{\pi a} \left(4 - \frac{l}{a} \right) \quad (13)$$

در عمل برخی از برداشت‌های زمینی اکتشاف مواد معدنی به ویژه برداشت‌های ژئوشیمیایی و حفاری، با شبکه مثلثی انجام می‌شود که می‌توان آنها را مشابه مسئله سوزن با فن کوتاه برای شبکه مثلثی در نظر گرفت.

۴-۲- قضیه دوم کرافتون^{۲۸}

احتمال تقاطع دست کم یک بار یک چندضلعی محدب^{۳۹} دلخواه با شبکه خطوط موازی با فاصله d از یکدیگر مطابق شکل ۸ برابر است با:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\pi d} = \frac{\text{peripheral}}{\pi d} \quad (14)$$

اثبات شده است که احتمال کشف یک توده کانسار بیضوی از طریق برداشت‌های زمینی با شبکه مربعی، وقتی به بیش‌ترین مقدار خود خواهد رسید که امتداد شبکه برداشت‌ها بین ۱۸ تا ۴۵ درجه نسبت به محور (بزرگ‌ترین طول) کانسار در نوسان باشد که این دامنه ۱۸ تا ۴۵ درجه، به ضریب شکل کانسار مورد انتظار بستگی دارد. اگر شبکه، مستطیلی یا لوزی شکل باشد، احتمال کشف وقتی بیش‌ترین خواهد بود که بزرگ‌ترین طول کانسار و بزرگ‌ترین طول شبکه بر هم منطبق باشند [۲].

برای اکتشاف کانسارهای بیضوی شکل با جهت‌یافتگی معلوم با ضرایب شکل مختلف به صورت زیر، با تنظیم زاویه بین امتداد شبکه با بزرگ‌ترین بعد (طول) کانسار، احتمال کشف به بیش‌ترین مقدار خود خواهد رسید [۸].

۱- برای R_t کم‌تر از ۰/۱۵ زاویه نظیر احتمال کشف بیشینه، $(\pm 10^\circ)$ ۲۰-۱۸ درجه است.

۲- برای R_t بین ۰/۱۵ تا ۰/۵ زاویه نظیر احتمال کشف بیشینه، $(\pm 10^\circ)$ ۳۰ درجه است.

۳- برای R_t بین ۰/۵ تا یک، زاویه نظیر احتمال کشف بیشینه، $(\pm 10^\circ)$ ۴۵ درجه است.

اگر کشف قطعی یعنی دست‌کم دو بار ثبت مدنظر باشد، زاویه نظیر احتمال کشف بیشینه، $(\pm 10^\circ)$ صفر درجه خواهد بود زیرا در چنین حالتی بیش‌ترین تعداد نمونه (یا اندازه‌گیری) در امتداد بزرگ‌ترین طول نهشته برداشت می‌شود [۸].

$$P_l = \frac{2}{\pi} \left[\text{Cotg}(\alpha) + \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (16)$$

$$\alpha = \text{ArcSin}\left(\frac{1}{U}\right)$$

بدیهی است که اگر $U < 1$ آنگاه احتمال کشف قطعی صفر است.

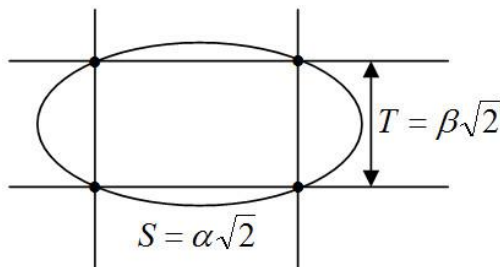
احتمال کشف قطعی اهداف دایره‌ای در حالت $U > 1$ همیشه برابر با یک است. همچنین احتمال تقاطع هدف بیضی شکل با جهت‌یافتگی تصادفی به وسیله شبکه خطوط موازی در صورتی که $U > 1$ باشد، به صورت رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود:

$$P_e = (1 - R) P_l + R \quad (17)$$

ولمر^{۴۰} (۱۹۹۸) روابط تجربی زیر را برای تعیین ابعاد یک شبکه مستطیلی به منظور اکتشاف هدف بیضی شکل با قطر بزرگ 2α و قطر کوچک 2β ارائه نموده است، به گونه‌ای که مطابق شکل ۹ طول شبکه مستطیلی (S) در راستای قطر بزرگ بیضی و عرض شبکه (T) در راستای قطر کوچک بیضی باشد [۲۰].

$$S = \alpha\sqrt{2} \quad (18)$$

$$T = \beta\sqrt{2}$$



شکل ۹: شبکه برداشت بهینه مستطیلی به ابعاد S و T برای هدف بیضی شکل

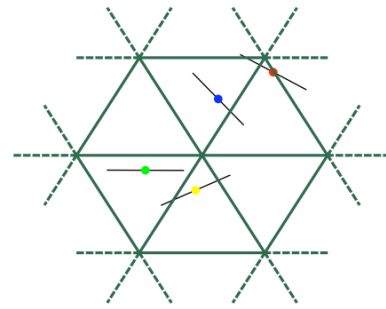
اگر $S > \alpha$ و $T > \beta$ آنگاه احتمال تقاطع هدف بیضی شکل با خطوط شبکه برابر است با:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{\pi\alpha\beta}{ST} \quad (19)$$

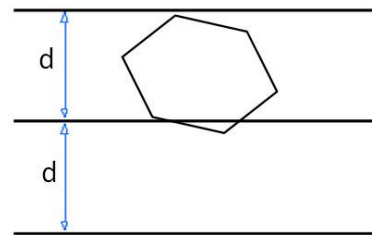
۵- مطالعه موردی

۵-۱- موقعیت جغرافیایی و راه‌های دسترسی به منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در بخش جنوبی کمربند آتشفشانی - رسوبی ایران مرکزی، در طول جغرافیایی $54^{\circ}30'$ تا $55^{\circ}30'$ شرقی، عرض جغرافیایی $30^{\circ}15'$ تا $30^{\circ}45'$ شمالی و در جنوب غربی شهر کرمان واقع شده است. این ناحیه خاستگاه



شکل ۷: مسئله سوزن بافن برای شبکه مثلثی (ویرایش شده از [۱۹])



شکل ۸: شمایی از بیان قضیه دوم کرافتون

در عمل بسیاری از کانسارهای معدنی را در تصویر دوبعدی روی سطح زمین می‌توان به صورت چندضلعی غیرمنتظم در نظر گرفت. بنابراین با استفاده از قضیه دوم کرافتون و احتمالات هندسی در این خصوص، به آسانی می‌توان احتمال کشف مواد معدنی به شکل چندضلعی در مقطع افقی دوبعدی را با شبکه خطوط موازی (به ویژه در برداشت‌های ژئوفیزیک هوابرد) محاسبه نمود و قبل از انجام عملیات برداشت، شبکه بهینه (فاصله بهینه بین خطوط) را برای دستیابی به احتمال کشف مورد نظر طراحی کرد. بدیهی است که شکل چندضلعی در واقع تمام اشکال بسته هندسی چه نامنظم و چه منظم همانند مستطیل، مربع، لوزی، متوازی‌الاضلاع و دایره را در بر می‌گیرد. مثلاً احتمال تقاطع دست کم یک بار یک مستطیل به طول L و عرض W با شبکه خطوط موازی با فاصله d از یکدیگر تحت شرایط $W < d$ و $L < d$ برابر است با:

$$P_r(\text{Intersection}) = \frac{2(L+W)}{\pi d} \quad (15)$$

همان‌گونه که پیشتر نیز اشاره شد تقاطع دست کم دو بار یک هدف با خطوط شبکه برداشت، کشف قطعی نامیده می‌شود. بدیهی است که در این صورت نتایج از درجه اعتبار یا اطمینان بیش‌تری برخوردار است. احتمال تقاطع دست کم دو بار یک هدف خطی با جهت‌یافتگی تصادفی به وسیله شبکه خطوط موازی در صورتی که $U > 1$ باشد، با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود:

در زمره شایع‌ترین نوع دگرسانی گرمایی ناحیه هستند. رسوبات نئوژن عمدتاً شامل کنگلومرا و ماسه‌سنگ‌های سست با طبقه‌بندی ضعیف هستند که بر روی سنگ‌های آتشفشانی رسوبی آئوسن قرار دارند. تراس‌های آهکی و آبرفت‌های تازه از عمده‌ترین واحدهای رسوبی شکل‌یافته در کواترنر هستند [۲۱، ۲۲].

آبرامز و همکاران (۱۹۸۳) و (۱۹۸۴) با استفاده از داده‌های سنجش‌ازدور، مطالعاتی را بر روی کانسارهای مس پورفیری و بارزسازی نواحی دگرسانی آنها انجام دادند [۲۳، ۲۴]. در سال ۱۹۹۲ این منطقه با روش‌های ژئوفیزیکی مغناطیس‌سنجی، الکترومغناطیسی و رادیومتری هوایی با استفاده از هلیکوپتر برداشت شده است.

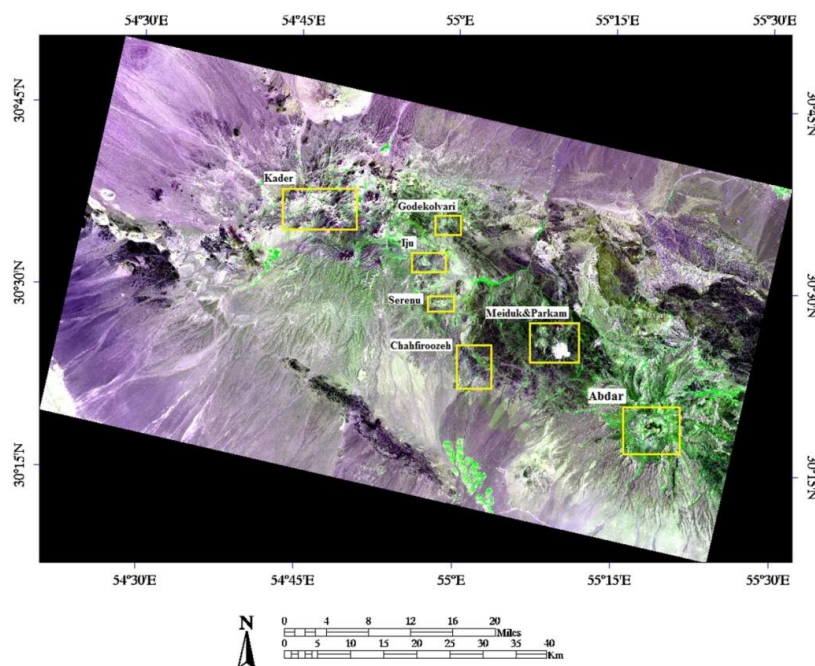
۵-۳- تهیه لایه اطلاعاتی سنجش از دور منطقه

در این مطالعه از سه تصویر استر سطح 1B در محدوده بازتابی SWIR و VNIR استفاده شده که دو تصویر آن در سال ۲۰۰۰ و یک تصویر آن در سال ۲۰۰۷ گرفته شده است. تصویر ماهواره‌ای موزائیک شده منطقه مورد نظر و محدوده رخدادهای کانی‌زایی شناخته‌شده منطقه، در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

کانسارهای مس پورفیری مهمی همچون آبدر، میدوک، کدر، ایجو، گود کولواری، سرنو و چاه فیروزه است. جاده‌های کرمان- سیرجان- بندرعباس و کرمان- رفسنجان- شهرابک، اصلی‌ترین راه‌های دسترسی به منطقه مورد نظر محسوب می‌شوند.

۵-۲- ژئومورفولوژی و زمین‌شناسی منطقه و فعالیت‌های اکتشافی انجام شده

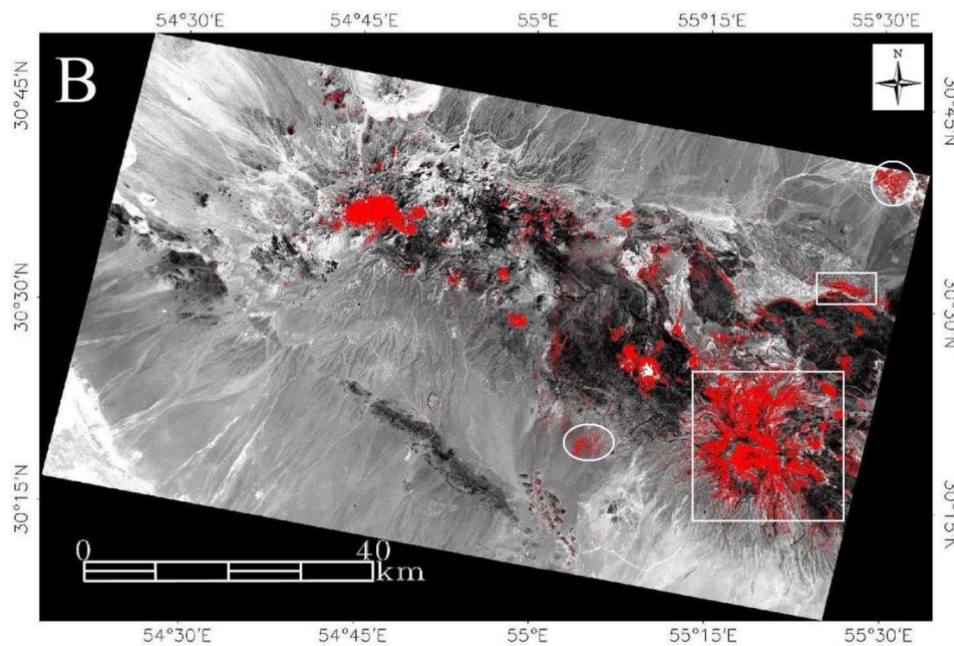
توپوگرافی منطقه مطالعاتی، کوهستانی است. پوشش گیاهی منطقه را گیاهان ریزبرگ و خارمانند تشکیل می‌دهند که پوشش گیاهی اندک منطقه، برای بررسی‌های دورسنجی یک مزیت محسوب می‌شود. سنگ‌های رسوبی کمپلکس آتشفشانی- رسوبی، اغلب از نوع ماسه‌سنگ و اندکی سنگ‌آهک است. سنگ‌های آتشفشانی- رسوبی آئوسن، توسط سنگ‌های نفوذی الیگوسن- میوسن با جنس گرانودیوریت، کوارتز- دیوریت، مونزونیت، تونالیت و گرانیت احاطه شده‌اند. سنگ‌های آتشفشانی به واسطه همجواری بلافاصله این توده‌های نفوذی، در بسیاری موارد دچار دگرسانی و تغییر شده‌اند. اغلب سنگ‌های نفوذی و آتشفشانی به طور درجا دچار دگرسانی گرمایی و کانی‌سازی شده‌اند که دگرسانی‌های آرژیلیکی، سیرسیتی و پروپیلیتیک



شکل ۱۰: تصویر ماهواره استر محدوده مورد مطالعه (باند ۲ قرمز، باند ۳ سبز، باند ۱ آبی): پوشش گیاهی با رنگ سبز نشان داده شده است [۲۶]

طیف میانگین برای تصویر ورودی، محاسبه شده و به عنوان طیف مرجع استفاده می‌شود. سپس این طیف میانگین بر هر پیکسل تصویر تقسیم شده و در نهایت طیف ظاهری پیکسل به دست می‌آید [۲۵]. شکل ۱۱ تصویر نهایی حاصل را پس از اعمال تصحیحات و پردازش‌های مطلوب مورد نیاز به ویژه به کارگیری یک سیستم استنتاج نروفازی تطبیقی برای تصویر کردن آلتراسیون گرمایی نشان می‌دهد [۲۶]. بر روی این تصویر ۴ محدوده مشخص شده است. محدوده‌های ۱ و ۲ از جمله معادن شناخته شده مس پورفیری هستند. محدوده‌های ۳ و ۴ نیز اندیس‌های معدنی هستند که به منظور شناسایی بیش‌تر، بایستی ابتدا تحت عملیات اکتشاف ژئوفیزیک هوایی قرار گیرند. اندیس شماره ۳ به صورت یک ساختار تقریباً خطی با طول تقریبی ۶۱۰۰ متر و عرض تقریبی ۸۷۰ متر (با نسبت شکل ۰/۱۴)، و اندیس شماره ۴ به صورت یک ساختار تقریباً دایره‌ای با شعاع تقریبی ۱۸۰۰ متر است. هر دو ساختار به صورت افقی (با شیب ملایم) فرض می‌شوند.

تشعشعات الکترومغناطیسی که از خورشید ساطع می‌شوند، پس از برخورد به سطح زمین و بازتاب، از جو عبور کرده و به سنجنده می‌رسند. در اثر عبور تشعشعات از جو، پراکنش و کاهشی در دامنه امواج الکترومغناطیس رخ می‌دهد. به همین دلیل داده‌ها نیاز به تصحیحات خاصی داشته و بر روی تصاویر، تصحیحات هندسی در زون UTM۴۰ با مبنای ارتفاعی WGS-۱۹۸۴ صورت گرفته است. سپس با استفاده از روش کراستاک^{۴۱} تک تصاویر تصحیح شده و سپس با استفاده از نرم‌افزار ENVI تصحیح فلاش^{۴۲} نیز بر روی تصاویر اعمال گردیده است. به منظور بارزسازی عوارض طیفی از روش کالیبراسیون بازتابش متوسط نسبی داخلی (IARR) برای نرمالیزه کردن تصاویر با استفاده از یک طیف میانگین تصویر استفاده شده است. در مناطقی که اندازه‌گیری‌های زمینی وجود نداشته و اطلاعات منطقه اندک باشد، این روش اثرات ویژه‌ای برای تبدیل داده‌های طیفی به بازتاب‌های نسبی دارد. در این روش که برای مناطق خشک و بدون پوشش گیاهی نتایج بهتری دارد،



شکل ۱۱: تصویر نهایی محدوده پس از اعمال تصحیحات و پردازش‌های مورد نیاز (ویرایش شده از [۲۶])

مستطیلی)، مورد بررسی قرار گرفت. از آنجایی که کانسارهای مس - مولیبدن پورفیری معمولاً جهت‌یافتگی تصادفی دارند و از طرف دیگر برای این اندیس می‌توان جهت‌یافتگی قائل شد، بنابراین در این پژوهش هر دو حالت مورد بررسی قرار گرفت. ضمناً در این مطالعه، حالت کشف منفرد یعنی دست

۵-۴- تنظیم جدول‌های احتمال کشف

۵-۴-۱- تنظیم جدول احتمال کشف اندیس شماره ۳

برای کانسار احتمالی شماره ۳ که به شکل تقریباً خطی است، احتمال کشف با دو نوع شبکه برداشت خطوط موازی و خطوط متقاطع متعامد (در این پژوهش مربعی و

کم یک بار تقاطع خطوط شبکه برداشت با کانسار احتمالی مدنظر است.

- در نظر گرفتن جهت‌یافتگی تصادفی برای کانسار احتمالی با فرض جهت‌یافتگی تصادفی کانسار احتمالی، نتایج محاسبه احتمال کشف این اندیس با استفاده از شبکه خطوط موازی، در جدول ۱ خلاصه شده است. در این جدول مقادیر عددی احتمال کشف برای فواصل شبکه خطوط بین ۷۶۳ تا ۱۰۶۶۹ متر آورده شده است. کم‌ترین مقدار احتمال کشف قابل قبول، ۰/۵ فرض می‌شود و مقادیر کوچک‌تر از آن به عنوان عدم موفقیت یا شکست تلقی می‌شود. این انتخاب تنها در مواردی مناسب است که هدف، اکتشاف منطقه وسیع با پتانسیل شناخته شده، با بودجه محدود باشد. با توجه به داده‌های این جدول ملاحظه می‌شود که به ازای فاصله

خطوط شبکه ۷۷۸۳ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا ۰/۵ حاصل می‌شود. احتمال کشف مطلوب یعنی ۰/۹۵ با فاصله خطوط شبکه ۹۶۷ متر به دست می‌آید. بدیهی است با فواصل شبکه‌ای کم، میزان احتمال کشف و به تبع آن هزینه عملیات اکتشافی، افزایش می‌یابد و برعکس. با فرض جهت‌یافتگی تصادفی این اندیس، نتایج احتمال کشف توسط شبکه مربعی، در جدول ۲ خلاصه شده است. در این جدول مقادیر عددی احتمال کشف برای ابعاد شبکه بین ۴۵۷۳ تا ۱۴۴۷۹ متر ارائه شده است. با توجه به داده‌های این جدول ملاحظه می‌شود که به ازای ابعاد شبکه ۱۳۸۴۴ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا ۰/۵ حاصل می‌شود. احتمال کشف مطلوب یعنی ۰/۹۵ با ابعاد شبکه ۶۱۵۸ متر به دست می‌آید.

جدول ۱: احتمال کشف اندیس شماره ۳ با در نظر گرفتن جهت‌یافتگی تصادفی توسط شبکه خطوط موازی

فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف	فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف
۷۶۳	۰/۹۶۱	۶۰۹۷	۰/۶۳۷
۱۵۲۵	۰/۹۲	۶۸۵۹	۰/۵۶۶
۲۲۸۷	۰/۸۸	۷۶۲۱	۰/۵۱
۳۰۴۹	۰/۸۳۸	۸۳۸۳	۰/۴۶۳
۳۸۱۱	۰/۷۹۴	۹۱۴۵	۰/۴۲۵
۴۵۷۳	۰/۷۴۸	۹۹۰۷	۰/۳۹۲
۵۳۳۵	۰/۶۹۸	۱۰۶۶۹	۰/۳۶۴

جدول ۲: احتمال کشف اندیس شماره ۳ با در نظر گرفتن جهت‌یافتگی تصادفی توسط شبکه مربعی

ابعاد شبکه مربعی (متر)	احتمال کشف	ابعاد شبکه مربعی (متر)	احتمال کشف
۴۵۷۳	۱	۹۹۰۷	۰/۶۶۴
۵۳۳۵	۱	۱۰۶۶۹	۰/۶۲۴
۶۰۹۷	۰/۹۵۶	۱۱۴۳۱	۰/۵۸۹
۶۸۵۹	۰/۸۸۱	۱۲۱۹۳	۰/۵۵۸
۷۶۲۱	۰/۸۱۶	۱۲۹۵۵	۰/۵۲۹
۸۳۸۳	۰/۷۵۸	۱۳۷۱۷	۰/۵۰۴
۹۱۴۵	۰/۷۰۸	۱۴۴۷۹	۰/۴۸۰

- در نظر گرفتن جهت‌یافتگی کانسار احتمالی

با در نظر گرفتن جهت‌یافتگی تقریبی با راستای شمال غرب- جنوب شرق برای کانسار احتمالی مورد مطالعه، نتایج احتمال کشف به حالت کشف منفرد یعنی دست‌کم یک بار تقاطع با خطوط برداشت موازی با امتداد شمال شرقی- جنوب غربی یعنی در راستای عمود بر امتداد تقریبی کانسار، در جدول ۳ خلاصه شده است. همان‌گونه که قبلاً نیز آورده شد، در صورتی که زاویه بین شبکه خطوط موازی با

بزرگ‌ترین بعد هدف، برابر با ۹۰ درجه باشد، بیش‌ترین تغییرپذیری نمایان می‌شود. با توجه به داده‌های این جدول ملاحظه می‌شود که به ازای فاصله خطوط شبکه ۱۰۳۸۰ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا ۰/۵ حاصل می‌شود. احتمال کشف مطلوب یعنی ۰/۹۵ با فاصله خطوط شبکه ۵۵۴۶ متر به دست می‌آید. مقایسه داده‌های جدول‌های ۱ و ۳ نشان می‌دهند که در حالتی که کانسار دارای جهت‌یافتگی مشخصی باشد، نسبت به حالت با جهت‌یافتگی تصادفی به

ازای فاصله معین شبکه خطوط موازی، احتمال کشف تا حد زیادی افزایش می‌یابد. مثلاً در حالت با جهت‌یافتگی تصادفی به ازای فاصله بین خطوط ۷۷۸۳ متر احتمال کشف ۰/۵ حاصل می‌شود، حال آن که این مقدار احتمال کشف در حالت با جهت‌یافتگی مشخص، با فاصله بین خطوط ۱۰۳۸۰ متر به دست می‌آید.

جدول ۳: احتمال کشف کانسار احتمالی شماره ۳ با در نظر گرفتن جهت‌یافتگی توسط شبکه خطوط موازی

فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف	فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف
۷۶۳	۱	۶۰۹۷	۰/۸۲۰
۱۵۲۵	۱	۶۸۵۹	۰/۷۵۵
۲۲۸۷	۱	۷۶۲۱	۰/۶۸
۳۰۴۹	۱	۸۳۸۳	۰/۶۱۸
۳۸۱۱	۱	۹۱۴۵	۰/۵۶۶
۴۵۷۳	۱	۹۹۰۷	۰/۵۲۳
۵۳۳۵	۱	۱۰۶۶۹	۰/۴۸۶

برای این اندیس، نتایج محاسبه احتمال کشف توسط شبکه مربعی، در جدول ۵ خلاصه شده است. در این جدول مقادیر عددی احتمال کشف برای فواصل شبکه خطوط بین ۳۶۰۰ تا ۱۶۲۰۰ متر آورده شده است. با توجه به داده‌های این جدول ملاحظه می‌شود که به ازای ابعاد شبکه ۱۲۳۰۰ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا ۰/۵ حاصل می‌شود. احتمال کشف مطلوب یعنی ۰/۹۵ با ابعاد شبکه ۴۶۳۲ متر به دست می‌آید.

احتمال کشف اهداف دایره‌ای در حالت $U > 1$ چه با شبکه خطوط موازی و چه با شبکه مربعی، همیشه برابر با یک است. همچنین اهداف دایره‌ای به دلیل تقارن دارای جهت ترجیحی نبوده و در نتیجه بررسی احتمال کشف در حالت جهت‌یافته برای این نوع اهداف، مفهومی ندارد.

۶- نتیجه‌گیری

به دلیل شباهت مسئله اکتشاف با مسائل احتمالات هندسی و امکان شبیه‌سازی و ساده‌سازی شکل هندسی کانسارها با اشکال هندسی متداول، در پژوهش حاضر روابط موجود در احتمالات هندسی برای تعیین میزان احتمال کشف کانسارها با شبکه‌های اکتشافی مختلف، مورد استفاده قرار گرفت.

احتمال کشف کانسار احتمالی با استفاده از یک شبکه مربعی وقتی به بیش‌ترین مقدار خود خواهد رسید که زاویه بین امتداد افقی شبکه با بزرگ‌ترین بعد کانسار حدود ۲۰ درجه باشد. اگر از شبکه مستطیلی استفاده شود، احتمال کشف زمانی بیش‌ترین خواهد بود که بزرگ‌ترین طول کانسار و بزرگ‌ترین طول شبکه بر هم منطبق باشند. در این صورت با فرض بیضوی بودن کانسار احتمالی، با استفاده از روابط تجربی ولمر می‌توان شبکه مستطیلی به ابعاد ۴۲۷۰ و ۶۰۹ متر را به گونه‌ای طراحی کرد که بعد بزرگ شبکه در راستای تقریبی شمال غربی- جنوب شرقی باشد. در این صورت احتمال تقاطع هدف با خطوط شبکه برابر با ۱ است.

۵-۴-۲- تنظیم جدول احتمال کشف اندیس شماره ۴

برای کانسار احتمالی شماره ۴ که به شکل تقریباً دایره‌ای است، نیز احتمال کشف با دو نوع شبکه برداشت خطوط موازی و مربعی، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج محاسبه احتمال کشف این اندیس با استفاده از شبکه خطوط موازی، در جدول ۴ خلاصه شده است. در این جدول مقادیر عددی احتمال کشف براساس قضیه دوم کرافتون برای فواصل شبکه خطوط بین ۲۹۲۵ تا ۹۰۰۰ متر محاسبه شده است. با توجه به داده‌های این جدول ملاحظه می‌شود که به ازای فاصله خطوط شبکه ۷۲۰۰ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا ۰/۵ حاصل می‌شود. احتمال کشف مطلوب یعنی ۰/۹۵ به ازای فاصله خطوط شبکه ۳۷۹۰ متر به دست می‌آید.

جدول ۴: احتمال کشف اندیس شماره ۴ با استفاده از شبکه خطوط موازی

فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف	فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف
۲۹۲۵	۱	۶۰۷۵	۰/۵۹۳
۳۱۵۰	۱	۶۳۰۰	۰/۵۷۱
۳۳۷۵	۱	۶۵۲۵	۰/۵۵۲
۳۶۰۰	۱	۶۷۵۰	۰/۵۳۳
۳۸۲۵	۰/۹۴۱	۶۹۷۵	۰/۵۱۶
۴۰۵۰	۰/۸۸۹	۷۲۰۰	۰/۵۰۰
۴۲۷۵	۰/۸۴۲	۷۴۲۵	۰/۴۸۵
۴۵۰۰	۰/۸۰۰	۷۶۵۰	۰/۴۷۱
۴۷۲۵	۰/۷۶۲	۷۸۷۵	۰/۴۵۷
۴۹۵۰	۰/۷۲۷	۸۱۰۰	۰/۴۴۴
۵۱۷۵	۰/۶۹۶	۸۳۲۵	۰/۴۳۲
۵۴۰۰	۰/۶۶۷	۸۵۵۰	۰/۴۲۱
۵۶۲۵	۰/۶۴۰	۸۷۷۵	۰/۴۱۰
۵۸۵۰	۰/۶۱۵	۹۰۰۰	۰/۴۰۰

جدول ۵: احتمال کشف اندیس شماره ۴ با استفاده از شبکه مربعی.

فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف	فاصله خطوط شبکه (متر)	احتمال کشف
۳۶۰۰	۱	۹۹۰۰	۰/۵۷۵
۴۰۵۰	۰/۹۸۸	۱۰۸۰۰	۰/۵۵۶
۴۵۰۰	۰/۹۶	۱۱۲۵۰	۰/۵۳۸
۴۹۵۰	۰/۹۲۶	۱۱۷۰۰	۰/۵۲۱
۵۴۰۰	۰/۸۸۹	۱۲۱۵۰	۰/۵۰۵
۵۸۵۰	۰/۸۵۲	۱۲۶۰۰	۰/۴۹۰
۶۳۰۰	۰/۸۱۶	۱۳۰۵۰	۰/۴۷۶
۶۷۵۰	۰/۷۸۲	۱۳۵۰۰	۰/۴۶۲
۷۲۰۰	۰/۷۵۰	۱۳۹۵۰	۰/۴۵۰
۷۶۵۰	۰/۷۲۰	۱۴۴۰۰	۰/۴۳۸
۸۱۰۰	۰/۶۶۵	۱۴۸۵۰	۰/۴۲۶
۸۵۵۰	۰/۶۴۰	۱۵۳۰۰	۰/۴۱۵
۹۰۰۰	۰/۶۱۷	۱۵۷۵۰	۰/۴۰۵
۹۴۵۰	۰/۵۹۵	۱۶۲۰۰	۰/۳۹۵

در این پژوهش همچنین طراحی شبکه اکتشاف بهینه با استفاده از احتمالات هندسی برای دو اندیس مس شناسایی شده با عملیات دورسنگی واقع در جنوب غرب کرمان یکی با ساختار تقریباً خطی (نام‌گذاری شده به نام اندیس شماره ۳) با طول تقریبی ۶۱۰۰ متر و عرض تقریبی ۸۷۰ متر (با نسبت شکل ۰/۱۴) و دیگری با ساختار تقریباً دایره‌ای (اندیس شماره ۴) با شعاع تقریبی ۱۸۰۰ متر نیز صورت گرفت. برای اندیس خطی احتمال کشف با دو نوع شبکه برداشت خطوط موازی و مربعی برای دو حالت جهت‌یافتگی

تصادفی و با جهت‌یافتگی مشخص انجام شد. با در نظر گرفتن جهت‌یافتگی تصادفی برای این اندیس، با شبکه خطوط موازی به‌ازای فاصله خطوط شبکه ۷۷۸۳ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف یا ۰/۵ و با فاصله خطوط شبکه ۹۶۷ متر، احتمال کشف مطلوب یعنی ۰/۹۵ به دست آمد. در این حالت با شبکه مربعی به ازای ابعاد شبکه ۱۳۸۴۴ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف و با ابعاد شبکه ۶۱۵۸ متر، احتمال کشف مطلوب حاصل شد. با در نظر گرفتن جهت‌یافتگی تقریبی در راستای شمال غرب- جنوب شرق برای این

- [12] Drew, L.J. (1979). Pattern drilling exploration: optimum pattern types and hole spacing when searching for elliptical targets. *Journal of Mathematical Geology*, 11 (2), 223-254.
- [13] Ahmadi, R. (2005). Designing optimum exploration grid of metallic deposits with two practical case studies. Iran University of Science and Technology (Arak branch), Vice Chancellor for Research, Arak, 67 page.
- [14] Ahmadi, R. (2008). Designing semidetailed exploration grid of lead-zinc deposits for three exploration zones including Arak, Shazand and Komijan. 2nd Mining Engineering Conference, Tehran.
- [15] Madani, H. (1997). Principles of prospecting, exploration and evaluation of ore reserves, Khane Farhang, 816 page.
- [16] Ahmadi, R. (2016). Evaluation of ore reserves (electronic textbook). Arak University of Technology, 250 page.
- [17] <http://mathworld.wolfram.com/BuffonsNeedleProblem.html>
- [18] <http://mathworld.wolfram.com/Buffer-LaplaceNeedleProblem.html>
- [19] Throwing Buffon's needle with Mathematica
- [20] Wellmer, F.W. (1998). Statistical evaluations in exploration for mineral deposits. Springer, 388 pages.
- [21] Dimitrijevic, M.D. (1973). Geology of the Kerman region. Geological Survey of Iran publication, Tehran. Report N. 52.
- [22] Dimitrijvic, M.D. & Djokovic, I. (1973). Geological map of Kerman region (1:500,000). Geological survey of Iran publication.
- [23] Abrams, M.J., Brown, D., Lepley, L. & Sadowaski, R. (1983). Remote sensing for porphyry copper deposits in Southern Arizona. *Economic Geology*, 78(4), 591-604.
- [24] Abrams, M.J., kahle, A.B., Palluconi, F.D. & Sheildge, J.P (1984). Geological mapping using thermal image. Remote sensing of environment, 16, 13-33.
- [25] ENVI, (2003). ENVI User's manual. Environmental Institute.
- [26] Mojedifar, S., Ranjbar, H. & Nezamabadi-pour, H. (2013). Adaptive neuro-fuzzy inference system application for hydrothermal alteration mapping using ASTER data, JME: Journal of Mining & Environment, 4 (2), 83-96.
- اندیس، با خطوط برداشت موازی در امتداد شمال شرق- جنوب غرب به ازای فاصله خطوط شبکه ۱۰۳۸۰ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف و با فاصله خطوط شبکه ۵۵۴۶ متر، احتمال کشف مطلوب به دست آمد.
- برای اندیس دایره‌ای نیز احتمال کشف با دو نوع شبکه برداشت خطوط موازی و مربعی، محاسبه شد. با استفاده از شبکه خطوط موازی به ازای فاصله خطوط شبکه ۷۲۰۰ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف و به ازای فاصله خطوط شبکه ۳۷۹۰ متر، احتمال کشف مطلوب به دست آمد. برای این اندیس توسط شبکه مربعی به ازای ابعاد شبکه ۱۲۳۰۰ متر، کم‌ترین مقدار احتمال کشف و با ابعاد شبکه ۴۶۳۲ متر، احتمال کشف مطلوب حاصل شد.

مراجع

- [1] http://mathforum.org/mathimages/index.php/Bufferon's_Needle
- [2] Hassani-Pak, A.A. (2000). Optimization of exploration projects. Yazd University, 257 page.
- [3] Bertrand, J. (1889). Calcul des probabilités. Gauthier-Villars, 5-6.
- [4] Solomon, H. (1978). Geometric Probability. Philadelphia, PA: SIAM, 1-6.
- [5] Uspensky, J.V. (1937). Introduction to mathematical probability. New York: McGraw-Hill, 411 page.
- [6] Agocs, W.B. (1955). Line spacing effect and determination of optimum spacing illustrated by Marmora, Ontario magnetic anomaly, *Geophysics*, 20 (4), 871-885.
- [7] Slichter, L.B. (1955). Geophysics applied to prospecting of ores. *Economic Geology*, Jubilee Vol., No.50, 885-969.
- [8] DeGeoffroy, J.G. & Wignal, T.K. (1985). Designing optimal strategies for mineral exploration. Press, New York, 369 page.
- [9] Ellis, R.M. & Blackwell, J.G. (1959). Optimum prospecting plans in mineral exploration. *Geophysics*, 24 (2), 344-358.
- [10] Savinskii, I.D. (1965). Probability tables for locating elliptical underground masses with a rectangular grid. Consultants Bureau, New York.
- [11] McCammon, R.B. (1977). Target intersection probabilities for parallel line and continuous grid types of search. *Journal of Mathematical Geology*, 9 (4), 369-382.

-
- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| ¹ Bertrand | ²⁴ Hexagonal point-net |
| ² Unique | ²⁵ Wignall |
| ³ Shape ratio | ²⁶ Contrast |
| ⁴ Buffon's needle problem | ²⁷ Airborne |
| ⁵ Newton | ²⁸ Continuous |
| ⁶ Halley | ²⁹ Discrete |
| ⁷ Simpson | ³⁰ Variety |
| ⁸ Bertrand | ³¹ Orientation |
| ⁹ Kendall | ³² Triangular point-net |
| ¹⁰ Savinskii | ³³ Geometry |
| ¹¹ Singer | ³⁴ Confirmed detection |
| ¹² Uspensky | ³⁵ Laplace |
| ¹³ Moran | ³⁶ Randomly orientated |
| ¹⁴ Solomon | ³⁷ Oriented |
| ¹⁵ Agocs | ³⁸ Crofton |
| ¹⁶ Marmora | ³⁹ Convex polygon |
| ¹⁷ Slichter | ⁴⁰ Wellmer |
| ¹⁸ Annular | ⁴¹ Cross talk |
| ¹⁹ Celasun | ⁴² FLAASH |
| ²⁰ Ellis | |
| ²¹ McCammon | |
| ²² Rhombus | |
| ²³ Drew | |