

## پیش‌بینی عیار فسفر فرآوری شده کانسنگ آهن بر اساس مدل‌های ریاضی - آماری

زهره حسین‌زاده<sup>۱</sup>، شاهد شهرستانی<sup>۲</sup>، سیدحسین مجتهدزاده<sup>۳</sup>، حسین دانشفر<sup>۴</sup>، مرتضی بابایی ده‌مرزه<sup>۵</sup>، پریسا روشنی رودسری<sup>۶</sup>، احمدرضا مختاری<sup>۷\*</sup>

- ۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان
- ۲- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد
- ۳- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد و پژوهشکده فناوری‌های معدنکاری
- ۴- شرکت سنگ آهن مرکزی ایران، بافق، یزد
- ۵- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد
- ۶- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان
- ۷- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان و پژوهشکده فناوری‌های معدنکاری (دریافت: مهر ۱۳۹۶، پذیرش: آذر ۱۳۹۷)

### چکیده

کانسار سنگ آهن چغارت در بخش مرکزی فلات ایران با ذخیره حدود ۲۱۵ میلیون تن و عیار متوسط ۶۰ درصد اکسید آهن، دارای نوسانات عیاری در سراسر ذخیره است. آگاهی از میزان این نوسانات عیاری، به منظور به کارگیری تمهیدات لازم جهت افزایش بازبایی آهن و کنسانتره آن امری حیاتی محسوب می‌شود. کارخانه فرآوری چغارت بر اساس خوراکی که تغییرات آن در حد مجاز باشد؛ طراحی و بهینه‌سازی شده، لذا شناسایی نوسانات خوراک ورودی کارخانه تا حد بسیار زیادی می‌تواند از تغییرات به وجود آمده، بکاهد. در این مطالعه تعداد ۹۴ نمونه به همراه ۷ نمونه تکراری از گمانه و سینه کارهای استخراجی جهت آنالیز انتخاب شدند. پس از مراحل آماده‌سازی و آنالیز نمونه‌ها، از دستگاه جداکننده مغناطیسی دیویس تیوپ، به منظور دستیابی به داده‌های آهن و فسفر خروجی استفاده شد. در نهایت پس از جمع‌آوری اطلاعات لازم، عیار فسفر فرآوری‌شده کانسنگ آهن، بر اساس آنالیز نمونه‌های ماده معدنی اولیه با به کارگیری مدل‌های ریاضی (آنالیز تمایز، رگرسیون و شبکه عصبی) پیش‌بینی و نتایج مربوطه، اعتبارسنجی شد. آنالیز تمایز توانست با درصد صحتی برابر ۸۸/۱ درصد داده‌های مورد بررسی در این محدوده را طبقه‌بندی نماید. در بخش رگرسیون مقدار  $R^2$  رگرسیون خطی و غیرخطی به ترتیب برابر ۰/۶۵ و ۰/۷۳ و در شبکه عصبی برابر ۰/۸۹ شد که در مقایسه با رگرسیون غیرخطی مرتبه دوم نیز برجسته‌تر است. در مجموع بهره‌گیری از شبکه عصبی موجب بهبود برآورد رابطه میان فسفر خروجی و داده‌های ورودی شده است.

### کلید واژه‌ها

فسفر، چغارت، شبکه عصبی، رگرسیون، آنالیز تمایز، کانسار آهن

\*عهده‌دار مکاتبات: ar.mokhtari@cc.iut.ac.ir

## ۱- مقدمه

کانسارهای اکسید آهن- آپاتیت به طور گسترده در سراسر جهان پراکنده شده‌اند؛ این ذخایر معرف کانسارهای تیپ کایرونای سوئد بوده، به صورتی که از پروتروزیوئیک تا ترشیری در مناطق مختلف جهان در ارتباط با سنگ‌های آتشفشانی کالک آلکان تشکیل شده‌اند. علی‌رغم مطالعات فراوان بر روی این کانسارها در مورد منشا آنها اختلافاتی وجود دارد، اما اغلب پژوهشگران از منشا ماگمایی آنها و جایگزینی ماگمای غنی از مواد فرار و نهشته شدن مواد معدنی از سیال باقیمانده حمایت می‌کنند. آپاتیت از اجزای اصلی تشکیل‌دهنده این کانسارها بوده که با مقادیر مختلفی از مگنتیت و اکتینولیت همراه است [۱، ۲].

در این نوع ذخایر، عنصر فسفر به شکل‌های آپاتیت یا فلور آپاتیت به طور جزئی در لبه مینرال‌های اکسید آهن، داخل مینرال‌های کوارتز و کربناته و درون کریستال‌های آهن نیز قرار می‌گیرد. اساسا کریستال آپاتیت به شکل ستونی، سوزنی مانند و دانه‌های باریک با اندازه‌های کوچک است [۳]؛ از طرفی پراکندگی کانی‌های ریزدانه سیلیکاته و کربناته و محتوای فسفر بالا در کانی‌های آهن است که به جداسازی ضعیف کانی‌های آهن از باطله منجر می‌شود. در نهایت این نوع ذخایر به کانسارهای مقاوم در برابر روش‌های استحصال تبدیل خواهند شد [۴]. بر اساس دلایل ذکر شده، بهره‌برداری از این تیپ کانسار در صنعت همواره مشکلاتی را به همراه داشته و چگونگی انتخاب یک روش موثر برای حذف یا کاهش محتوی فسفر از کانسنگ آهن، عاملی کلیدی در استفاده بهینه از این نوع ذخایر بوده که به منظور توسعه صنعت آهن و فولاد بسیار مهم هستند [۵].

بخش قابل ملاحظه‌ای از مطالعات بر روی فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به منظور کاهش فسفر از کانسنگ آهن با استفاده از روش‌های حرارتی، شیمیایی و بیولوژیکی بدون توجه به منشا و مبدا کانی‌های حامل فسفر تمرکز کرده‌است. اما به دلیل آنکه این ذخایر دارای اهمیت زمین‌شناسی و از نظر اقتصادی بسیار ارزشمند، بررسی‌های ژئوشیمیایی و مطالعات کانی‌شناسی به منظور تعیین فاز و نحوه جدایش فسفر از کانی آهن باید به طور گسترده مورد توجه قرار گیرد [۶]. ضرورت لزوم انجام این مطالعات و بررسی‌ها علاوه بر استفاده بهینه و اقتصادی از

کانسنگ، به صرفه‌جویی در هزینه‌ها، انرژی و افزایش بهره‌وری باز می‌گردد. در حقیقت با داشتن نگاهی نوین به چرخه تولید مواد معدنی، از اکتشاف تا ساخت کارخانه‌های مورد نیاز برای فرآوری، تغییر و تحولات فراوانی در تولید مواد معدنی به وجود خواهد آمد. زیرا در این حالت مواد معدنی بر اساس نوع و عیار، اکتشاف، استخراج و فرآوری خواهند شد. از نظر علمی، این مفاهیم در حوزه ژئومتالورژی جای می‌گیرد؛ که با به کارگیری علوم زمین‌شناسی و فرآوری، استفاده بهینه از کانسنگ را در بر خواهد داشت. با استفاده از این دانش، درک صحیحی از پیچیدگی‌های کانسار به دست خواهد آمد و ارتباط بین ذخیره قابل معدنکاری و توسعه فلوشیت در مقیاس‌های مختلف از جمله کارخانه جهت برنامه‌ریزی، عملیات معدنکاری مطلوب و اقتصادی فراهم خواهد شد [۷]. در مطالعه حاضر، با تمرکز بر این موضوع که وجود اختلافات معنی‌دار عیار بین کلوخه ارسالی از معدن، بار مصرفی کارخانه و تغییرات شدید عیار در بار ورودی کارخانه، باعث افت قابل ملاحظه بازیابی محصول و عیار کانسنگ آن می‌گردد؛ تغییرات بار ورودی کارخانه به صورت هدفمند جهت پیش‌بینی عیار محصول خروجی کارخانه فرآوری معدن چغارت بررسی خواهد شد.

در کارخانه فرآوری سنگ آهن چغارت، خوراک در دو یا سه مرحله خرد، توسط سرنده به دانه‌بندی‌های مختلف تقسیم و از آنجا به آسیای خودشکن خوراک‌دهی می‌شود. سپس با استفاده از روش‌های جدایش مغناطیسی سنگ آهن پر عیار از باطله کم عیار جدا می‌شود. اما پس از فرآوری، محصولی با عیار فسفر در حد مجاز به دست نمی‌آید. از این رو این پژوهش در نظر دارد، تا با به کارگیری مدل‌های ریاضی، به منظور کنترل بهتر و موثرتر نوسانات عیاری، عیار فسفر فرآوری شده کانسنگ آهن بر اساس آنالیز نمونه‌های ماده معدنی اولیه پیش‌بینی شود. بدین جهت تعداد ۹۴ نمونه به همراه ۷ نمونه تکراری مجموعاً ۱۰۱ نمونه از گمانه‌ها و سینه‌کارهای استخراجی کانسار (بخش‌های کم‌فسفر و پر‌فسفر) برای آنالیز انتخاب شدند. پس از مراحل آماده‌سازی نمونه‌ها و انجام آنالیزهای دستگاهی بر روی آنها، از دستگاه جداکننده مغناطیسی دیویس‌تیوپ بر روی نمونه‌های نمایش شده، به منظور دستیابی به داده‌های آهن و فسفر خروجی استفاده شد. در نهایت پس از جمع‌آوری اطلاعات و داده‌های لازم،

بررسی‌های لازم روی بار ورودی کارخانه با استفاده از مدل‌های ریاضی جهت پیش‌بینی عیار محصول خروجی کارخانه انجام گرفت.

## ۲- منطقه مورد مطالعه

کانسار سنگ آهن چغارت در بخش مرکزی فلات ایران (شمالی  $28^{\circ} 02'$ ، شرقی  $31^{\circ} 42' 00''$ ) در فاصله ۱۲۵ کیلومتری جنوب‌شرقی شهرستان یزد و ۱۲ کیلومتری شمال‌شرقی شهرستان بافق واقع شده است (شکل ۱). این کانسار بخشی از حوضه رسوبی-آتشفشانی بافق با بیش از ۲۰۰۰ میلیون تن کانسنگ اکسید آهن است، که به تنهایی دارای ذخیره ۲۱۵ میلیون تن کانسنگ آهن با عیار متوسط ۶۰ درصد اکسید آهن است. کانسار سنگ آهن چغارت به صورت یک دایک درون سنگ‌های دگرگونی تشکیل و رخنمون آن به شکل یک تپه با ارتفاع ۱۴۵ متر بالاتر از زمین‌های اطراف برآمده است. طول این دایک ۶۰۰ متر، عرض آن ۱۸۰ الی ۲۵۰ متر، عمق ۴۵۰ متر و دارای شیب ۶۰ درجه در جهت شمال شرقی است [۸].

کانسار چغارت (شکل ۲) در مجموعه‌ای از گدازه‌های آتشفشانی، سنگ‌های پیروکلاستیک و اپی‌کلاستیک همراه با میان لایه‌های رسوبی با سن پرکامبرین بالایی-کامبرین زیرین که مورد نفوذ سنگ‌های گرانیتی تا سینیتی و دایک‌های بازیک قرار گرفته‌اند، تشکیل شده است. کانسنگ و هاله دگرسانی اطراف آن در سنگ‌های آذرین واقع شده و به وسیله مجموعه از سنگ‌های دگرسان شده به رنگ سبز احاطه گردیده است [۹، ۱۰]. اگر چه بیشتر سنگ‌های آذرین در اطراف کانسار چغارت سنگ‌های ولکانیکی ریولیتی و توف‌های اسیدی هستند، ولی تعداد زیادی از نمونه‌های نزدیک به کانسار نفوذی بوده که عمدتاً دارای ترکیب مونزونیت، ریولیت و دیوریت هستند. سنگ‌های ولکانیکی و نفوذی از نظر ترکیب شیمیایی عمدتاً به سری ماگمایی آلکالن تا کالک-آلکالن تعلق دارند. هاله دگرسانی عمدتاً از اکتینولیت و آلپیت تشکیل شده است که رگچه‌های سیلیس و کربناته زیادی همراه آنها دیده می‌شود.

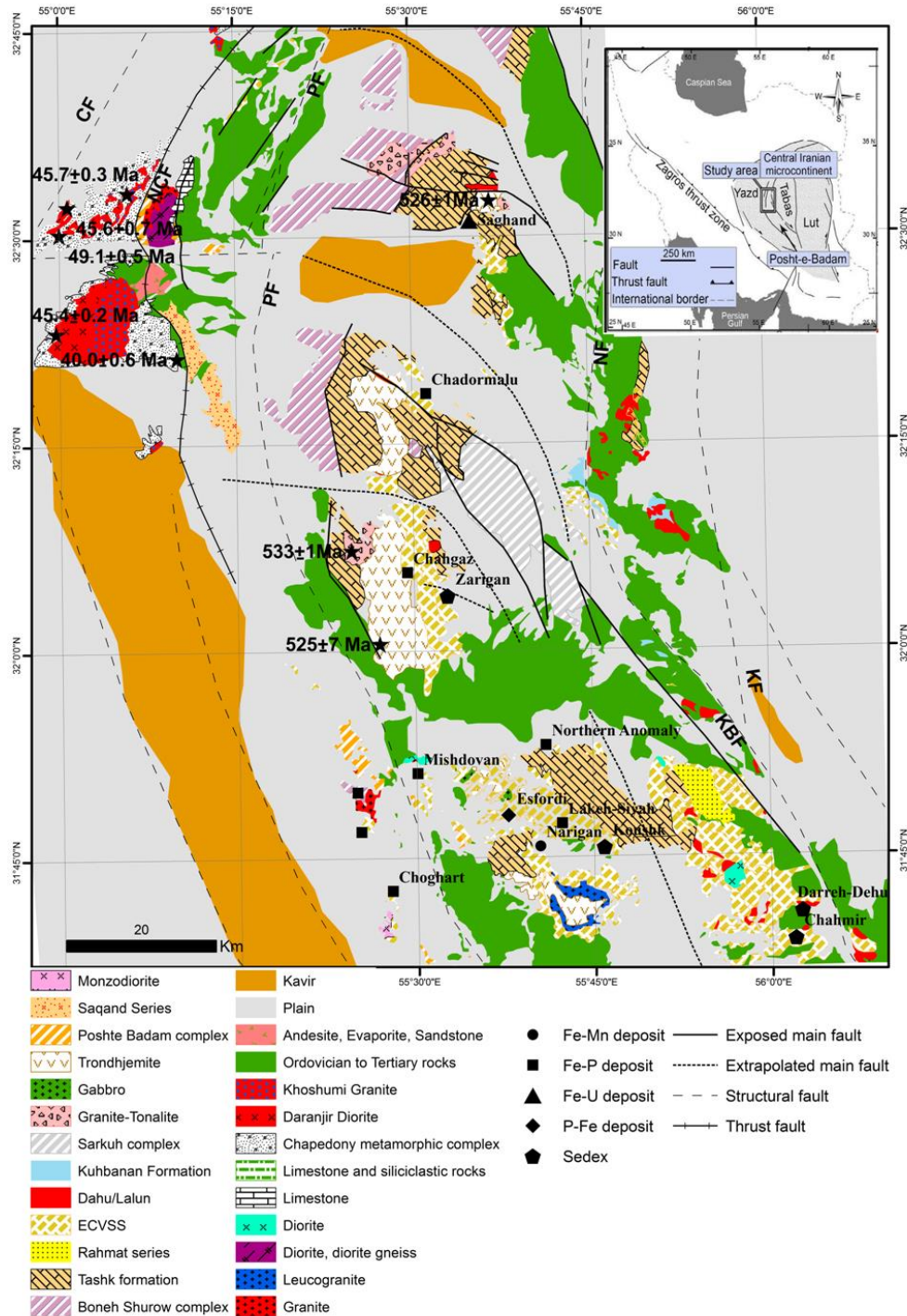
از نظر کانی‌شناسی، چغارت عمدتاً از مگنتیت تشکیل شده که در قسمت‌های سطحی کم و بیش به مارتیت تبدیل شده است. هماتیت‌های اولیه نیز به صورت پراکنده

فضای خالی گسترش محدودی را نشان می‌دهند. باطله در کانسنگ آهن چغارت همان کانی‌های هاله دگرسان شده همانند کوارتز، فلدسپات، آمفیبول، آپاتیت و کلسیت است. آپاتیت به صورت رگه‌ای و پراکنده و در شکل‌های (بی‌شکل تا منشوری، پیرامیدال و دی‌پیرامیدال) و ابعاد مختلف (تا بیش از ۱۰ سانتی‌متر) تشکیل شده است. همراه با آپاتیت کانی‌های عناصر خاکی نادر همچون مونازیت وجود دارد [۹].

از لحاظ میزان ترکیب سنگ‌های دربرگیرنده، عناصر وانادیوم، فسفر و با استناد به نمودارهای لوپرگ و هورندال و شباهت نمودارهای توزیع عناصر نادر خاکی آن با کانسار کایرونا، در دسته کانسارهای مگنتیت-آپاتیت محسوب می‌شود. برای تشکیل کانسارهای مگنتیت آپاتیت تیپ کایرونا، نظریات مختلفی از جمله نظریه جدایش از ماگما، ولکانوژنیک و هیدروترمال داده شده است. هر چند بیشتر پژوهشگران کانسارهای مگنتیت-آپاتیت نوع کایرونا را به عنوان محصول تبلور یک ماگمای اکسید آهن غنی از مواد فرار حاصل از ناآمیختگی یک ماگمای کالک آلکالن تا نسبتاً آلکالن جدا شده، می‌شناسند. ولی تشکیل کانسار چغارت با سنگ‌های ولکانیکی-رسوبی میزبان، ارتباط نزدیکی داشته است. بدین صورت که همزمان با تشکیل کانسنگ آهن، تحت تاثیر فعالیت هیدروترمال مرتبط با توده‌های نفوذی دگرسان شده و کانی‌زایی فسفر، عناصر نادر خاکی و توریم در آن شکل گرفته است [۱۲، ۱۳].

## ۳- مواد و روش

بدون شک هرگونه ارزیابی موثر و ایجاد ارتباط بین تعدادی متغیر، مستلزم به کارگیری مدل‌های قدرتمند به منظور ایجاد آن ارتباط است. با افزایش تمرکز جامعه جهانی بر روی توسعه روش‌های هوشمند، نیاز به مدلسازی در مقیاس‌های وسیع بیش از پیش احساس می‌شود، با این وجود این روش‌ها هنوز هم در حال تکامل‌اند [۱۶]. اصولاً عملکرد روش‌هایی که در حوزه علوم زمین به منظور پیش‌بینی روابط بین متغیرها استفاده می‌شود؛ بر اساس یک رابطه خطی بین متغیرهای محیطی است، که به منظور دستیابی به نتایج مطلوب در به کارگیری این روش‌ها، باید تعداد نمونه‌ها زیاد و سنجش‌ها دقیق باشند.



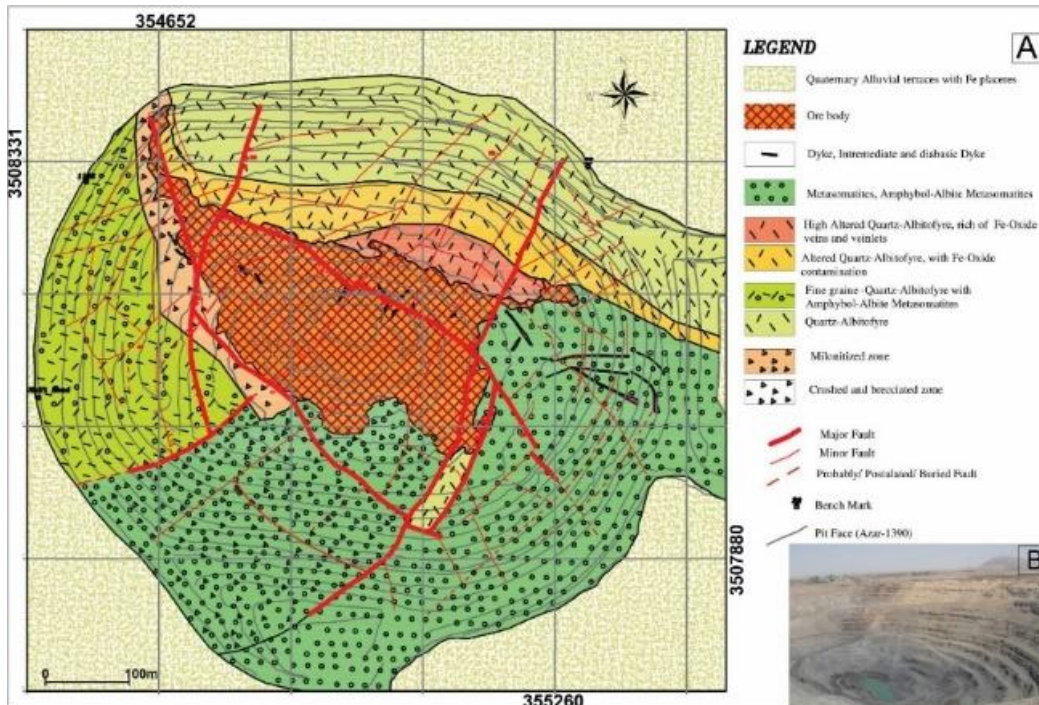
شکل ۱: نقشه زمین‌شناسی ساده‌شده منطقه بافق از بلوک پشت بادام [۱۴]

موجود، شروع به رشد و تکامل کردند [۱۷]. در این بین، از روش‌های ساده خطی مانند رگرسیون لجستیک تا روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی مانند شبکه‌های عصبی با توانایی مدل‌سازی توابع غیر خطی چندگانه به طور گسترده در حوزه علوم زمین در حال استفاده است. شبکه‌های عصبی مصنوعی در مقایسه با مدل‌های ریاضی دارای توانایی آموزش روابط بین متغیرهای مستقل و

پس این روش‌ها از حساسیت بالایی برخوردار و ممکن است منجر به بروز خطا در نتایج حاصل، شوند. علاوه بر این به منظور استفاده از این روش، متغیرها باید دارای توزیع نرمال باشند و تغییرات آنها از یک رابطه خطی پیروی کند. بنابراین استفاده از این روش‌ها با در نظر گرفتن شرایط و محدودیت‌های ذکر شده بسیار زمان‌بر خواهد بود؛ از این رو الگوهای جدید مدل‌سازی با هدف حل مشکلات و مسائل

در این بخش با به کارگیری مدل‌های ریاضی (آنالیز تمایز، رگرسیون و شبکه عصبی)، به منظور کنترل بهتر و موثرتر نوسانات عیاری، عیار فسفر فرآوری شده کانسنگ آهن بر اساس آنالیز نمونه‌های ماده معدنی اولیه پیش‌بینی می‌شود.

وابسته هستند [۱۸]. با چنین طیف وسیعی از روش‌های موجود برای مدلسازی، انتخاب بهترین روش برای متخصصین این حوزه امری دشوار است و نیاز هر چه بیشتر مقایسه‌ای بین عملکرد این روش‌ها احساس می‌شود [۱۹].



شکل ۲: نقشه زمین‌شناسی ساده شده معدن روباز چغارت [۱۵، ۱۱]

در آنالیز تمایز خطی گروه‌ها براساس یک تابع تمایز خطی و در آنالیز تمایز درجه دوم تابع جدا کننده گروه‌ها درجه دوم است. برای انجام هر دو روش باید مرکز و کواریانس هر گروه تعیین شود. در روش تمایز خطی برای آسان شدن کار، فرض می‌شود که کواریانس گروه‌ها مساوی است. در روش کلاسیک مرکز هر گروه، میانگین تمام متغیرها در هر گروه در نظر گرفته می‌شود و همچنین کواریانس هر گروه به صورت ماتریس کواریانس مجموعه داده‌های هر گروه محاسبه می‌شود [۲۰].

#### آنالیز تمایز خطی

یکی از روش‌های مورد استفاده به منظور یافتن تابع تمایز، رگرسیون است. در این حالت متغیر وابسته مرکب از تفاوت‌های بین میانگین‌های چند متغیره دو جامعه است [۲۰]. مراحل اثبات فرمول آنالیز تمایز خطی در فلوچارت شکل ۳ به صورت خلاصه آورده شده است.

#### ۳-۱- روش شناسی

#### ۳-۱-۱- آنالیز تمایز

آنالیز تمایز روشی برای سنجش ارتباط یک نمونه با یک جامعه (یا چند جامعه) معلوم و مشخص است. هدف آن یافتن قواعدی است که جداسازی بین گروه‌های مشاهده شده را تشریح می‌کند، علاوه بر این اجازه می‌دهد تا مشاهدات جدید در داخل یکی از گروه‌های معلوم طبقه‌بندی شود. با یک آنالیز تمایز و توابع به دست آمده از آن می‌توان انواع واحدهای زمین‌شناسی، نوع کانی‌زایی و مناطق آنومال را مشخص کرد. در واقع آنالیز تمایز با یافتن یک تبدیل (که بیش‌ترین اختلاف بین دو گروه چند متغیره نسبت به واریانس چند متغیره داخل دو گروه را می‌دهد)، به جدایش کلاس‌ها می‌پردازد. با استفاده از توابع به دست آمده برای تمایز و به کار بردن دوباره آن برای جوامع معلوم می‌توان درصد خطای آنالیز تمایز انجام شده را نیز محاسبه کرد [۲۰].

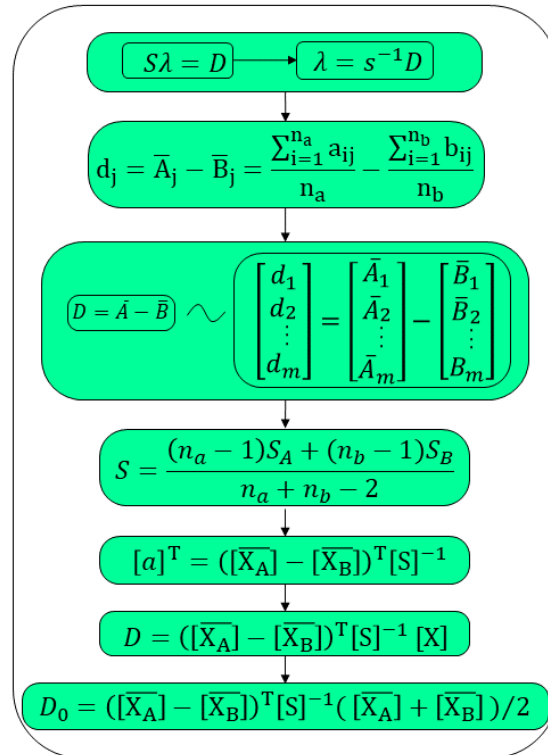
بیش‌ترین روش‌های آنالیز تمایز که مورد استفاده قرار می‌گیرند، آنالیز تمایز خطی<sup>۱</sup> و آنالیز تمایز درجه دوم<sup>۲</sup> است.

۳-۱-۲- رگرسیون

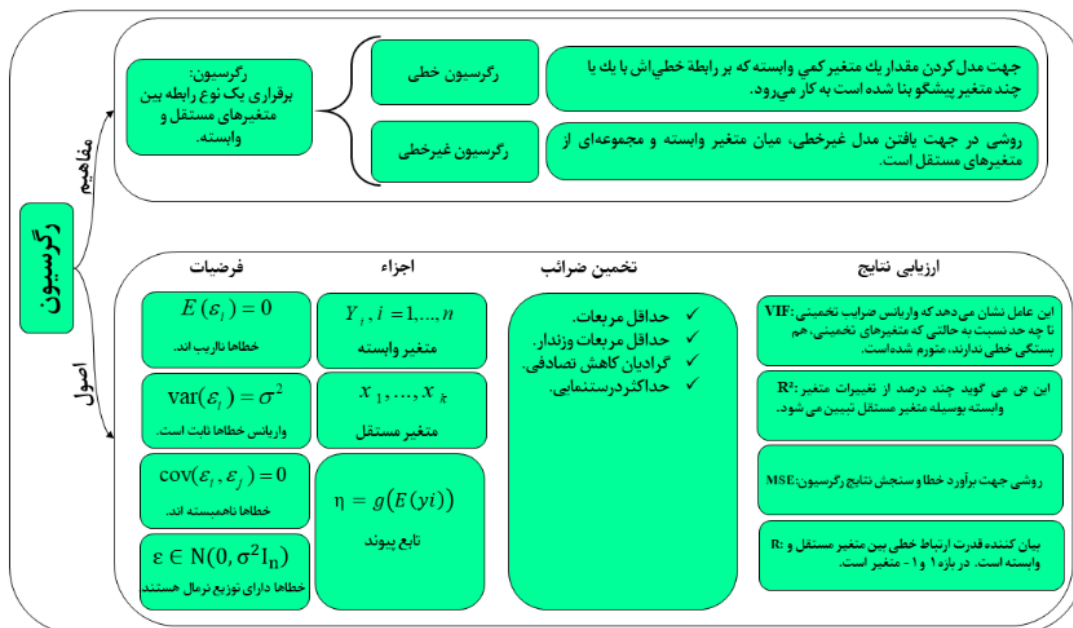
تحلیل رگرسیون یک فرایند آماری به منظور تخمین روابط بین متغیرها و به عبارتی تخمین یک تابع از متغیرهای مستقل است. این روش شامل تکنیک‌های بسیاری جهت مدلسازی و تحلیل متغیرهای خاص، با تمرکز بر روابط بین متغیر وابسته و مستقل، است. بر اساس رابطه‌ای که بین متغیرهای پیشگو و پاسخ مدل می‌شود، انواع رگرسیون‌ها شکل می‌گیرند [۲۱]. در شکل ۴ درباره اصول رگرسیون و مفاهیم مورد استفاده در این مقاله به صورت خلاصه بحث شده است.

۳-۱-۳- شبکه‌های عصبی مصنوعی

فلسفه اصلی محاسبات شبکه عصبی این است که با مدل کردن ویژگی‌های عمده مغز و نحوه عملکرد آن بتوان کامپیوترهایی ساخت که عمده ویژگی‌های مفید مغز را از خود نشان دهند. استخراج تعداد محدودی ویژگی‌های مهم و نادیده گرفتن سایر ویژگی‌ها از ضروریات معمول مدلسازی است.



شکل ۳: نمودار اثبات آنالیز تمایز [۲۰]



شکل ۴: نمایش اصول و مفاهیم رگرسیون مورد استفاده در این پژوهش به صورت خلاصه [۲۱]

تحت عنوان لایه خروجی و نیز یک یا چند لایه میانی که به لایه‌های مخفی معروفند و هر کدام دارای تعدادی نرون با تابع محرک خاص جهت پردازش سیگنال‌ها هستند، تشکیل شده است [۱۹].

معمولاً در مسائل فنی- مهندسی یک نرون با ورودی‌های زیاد به تنهایی برای حل مسائل کفایت نمی‌کند. در این حالت از یک یا چند لایه استفاده می‌شود که هر لایه از اجتماع چند نرون تشکیل شده است. به طور کلی ساختار شبکه عصبی از تعدادی متغیر ورودی به عنوان لایه ورودی، مقادیر خروجی که از شبکه دریافت می‌شود

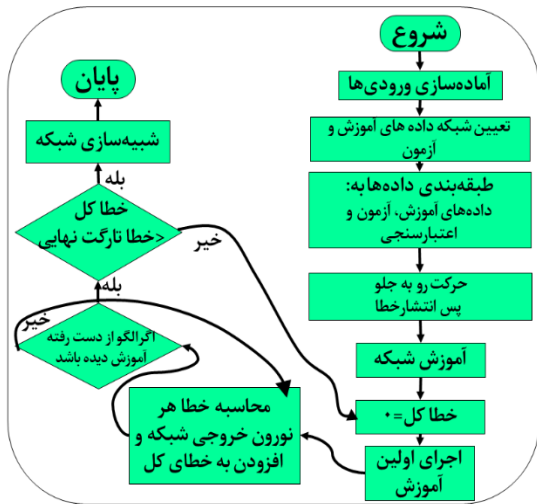
شبکه پرسپترون چندلایه

محبوب‌ترین ساختار (نوع) شبکه‌های عصبی، شبکه پرسپترون چند لایه است. شبکه پرسپترون چندلایه شبکه‌ای با ساختار لایه لایه است، به طوری که هر لایه شامل چند نرون است که ورودی‌های آنها تنها به لایه قبلی و خروجی آنها به لایه بعدی متصل می‌شود. این شبکه از یک لایه ورودی، تعدادی لایه مخفی و یک لایه خروجی مطابق شکل ۵ تشکیل شده است [۱۹].

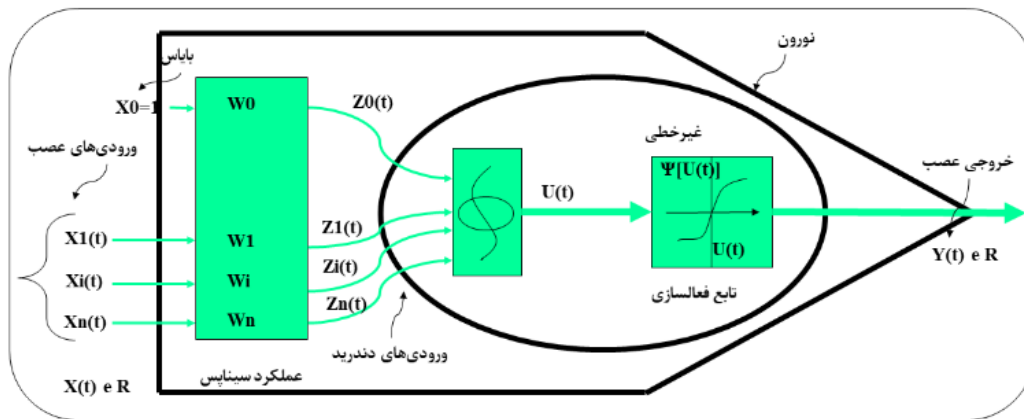
۳-۲- داده‌های مورد استفاده

برای دستیابی به مجموعه داده‌های مورد نیاز، پس از نمونه‌برداری از مغزه‌های گمانه‌ها و سینه‌کارهای استخراجی کانسار چغارت و آماده‌سازی نمونه‌ها و انجام آنالیزهای دستگاهی، با استفاده از دستگاه جداکننده مغناطیسی دیویس تیوپ بر روی نمونه‌های نرمایش شده، میزان آهن و فسفر خروجی تعیین شد؛ تا بتوان پیرامون شرایط اعمالی توسط سیستم کارخانه فرآوری اظهار نظر نمود. این عملیات در آزمایشگاه کارخانه فرآوری معدن چغارت انجام گرفته است. پس از انجام تست دیویس تیوپ، آنالیزهای

شیمی‌تر بر روی مواد کنسانتره جهت تعیین محتوی فسفر، آهن و اکسید آهن فرو (معرف میزان مگنتیت و هماتیتی) صورت گرفت. در ادامه پارامترهای آماری مربوط به داده‌های فسفر، آهن و اکسید آهن ورودی و خروجی کارخانه محاسبه و همچنین با اعمال تحلیل اکتشافی داده‌ها، هیستوگرام و نمودار جعبه‌ای مربوط به آنها نمایش داده شده‌است (شکل‌های ۵ و ۶).



شکل ۵: نمودار سازوکار شبکه‌های عصبی مصنوعی [۱۹].



شکل ۶: توضیح ریاضی از پردازش سیگنال نرون‌ها را نشان می‌دهد [۱۹]

۴- نتایج

۴-۱- آنالیز تمایز

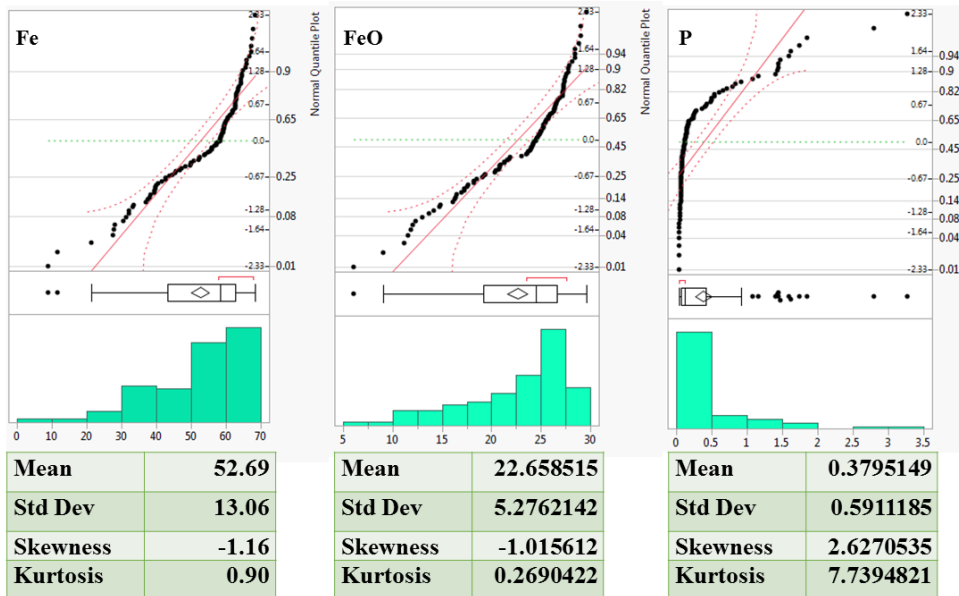
هنگام کار با داده‌های ژئوشیمیایی باید به مشکل بسته بودن سیستم داده‌ها توجه نماییم. این مساله به خصوص زمان استفاده از تحلیل‌های آماری چند متغیره نمود بیشتری خواهد یافت. بنابراین پیش از اعمال روش‌های آنالیز، متغیرهای مورد مطالعه با استفاده از تبدیل لگاریتمی افزایشی باز شدند.

به منظور کلاس‌بندی داده‌های مربوط به گمانه‌ها و سینه‌کارهای کانسار چغارت از روش آنالیز تمایز خطی به عنوان روش کلاسه‌بندی نظارتی چندمتغیره استفاده شده‌است. بدین ترتیب داده‌ها به دو گروه پرفسفر و کم‌فسفر تقسیم می‌شوند. نمونه‌های با عیار خروجی فسفر بیش از ۵۰۰ ppm به عنوان گروه پرفسفر انتخاب شدند. انتخاب این حد آستانه با هدف معنادار بودن آماری دو گروه از نظر تعداد نمونه‌ها بوده است؛ چرا که با در نظر گرفتن عیار ۲۰۰۰ معرف شده توسط کارخانه، تعداد نمونه‌های

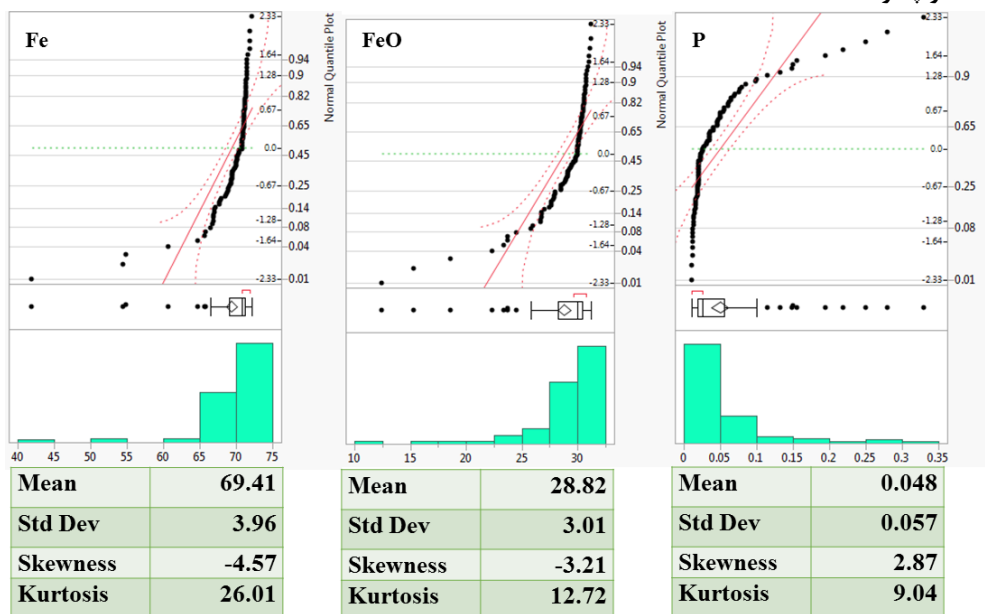
توضیح است که مجموعه عناصر نادر خاکی به دلیل تشابه رفتار زمین‌شناسی به عنوان یک متغیر در نظر گرفته شده‌اند)، نیکل، فسفر، گوگرد، منگنز اسکاندیم، استرانسیوم، تیتانیوم و وانادیوم می‌شوند. از آنجا که یکی از شرایط آنالیز تمایز نرمال بودن داده‌ها است؛ بنابراین از داده‌های نرمال شده به روش کاکس-باکس به عنوان متغیر ورودی استفاده شد (شکل‌های ۷ و ۸).

گروه پرفسفر بسیار کم و عملیات آماری بی معنا خواهد بود.

از آنجا که تعداد متغیرهای مورد استفاده در آنالیز تمایز باید از تعداد نمونه‌ها کمتر باشد، بنابراین از بین عناصر، ۱۵ عنصر تیپیک (آنالیز شده با ICP-MS) مربوط به کانسارهای آهن ماگمایی به عنوان متغیر ورودی در آنالیز تمایز، انتخاب شد. این عناصر شامل آلومینیوم، باریوم، کلسیم، کبالت، کروم، آهن، عناصر نادر خاکی (لازم به



شکل ۷: توزیع فراوانی به همراه نمودار جعبه‌ای داده‌های خام فسفر ورودی، آهن ورودی و اکسید آهن ورودی مربوط به نمونه‌های گمانه و سینه کارهای کانسار چگارت



شکل ۸: توزیع فراوانی به همراه نمودار جعبه‌ای داده‌های فسفر خروجی، آهن خروجی و اکسید آهن خروجی مربوط به نمونه‌های گمانه و سینه کارهای کانسار چگارت



جدول ۱: نمادهای استفاده شده

نماد	توضیح	نماد	توضیح
S	ماتریس $m \times m$ از واریانس‌ها و کواریانس اشتراکی	m	تعداد متغیر
$a_{ij}$	i امین مشاهده از متغیر j در جامعه A	$\bar{A}_j$	میانگین متغیر j در جامعه A
$S_A$	ماتریس واریانس-کواریانس جامعه A	[X]	بردار مشاهدات
$s^{-1}$	معکوس ماتریس واریانس-کواریانس	B و A	ماتریس‌های دو جامعه A و B
$([\bar{X}_A] - [\bar{X}_B])$	تخمینی از بردارهای میانگین جامعه معلوم	D0	بیشترین تمایز
X	متغیرهای مستقل	$\lambda$	ضرایب معادله تمایز با یک بردار ستونی مجهول
$\sigma^2$	واریانس	Y	متغیر وابسته
		$\epsilon$	خطا

جدول ۲: نتایج آنالیز تمایز خطی بر روی داده‌های مربوط به گمانه‌ها و سینه کارهای کانسار چغارت شامل ۲ بخش کم‌فسفر و پرفسفر

$P_{out}(0,1)$	Predicted Group Membership	Total
	۰	۱
(Lp)۰	۶۷	۸
(Hp)۱	۴	۲۲
	۸۹/۳	۱۰/۷
	۱	۱۵/۴
		۸۴/۶
		۱۰۰

جدول ۳: ضرایب تابع تمایز خطی برای هر متغیر

متغیر	ضریب	متغیر	ضریب
Al	۰/۱۳	Fe	-۰/۶۵
Ba	۰/۵	Mn	۰/۳
Ca	۰/۲	Ni	۰/۰۲
Co	۰/۴۳	P	۰/۶
Cr	-۰/۰۲۸	S	-۰/۱۱
REE	-۰/۲۷	Sc	۰/۵
Sr	۰/۳۳	V	-۰/۷۵
Ti	۰/۱۲		

پس از انتخاب متغیرها، ابتدا از آنالیز تمایز خطی جهت کلاسه‌بندی استفاده شد. این روش گروه کم‌فسفر را با درصد صحتی برابر ۸۹/۳ درصد و گروه پرفسفر را با درصد صحتی برابر ۸۴/۶ درصد تخمین زد و به طور کلی توانست با درصد صحتی برابر ۸۸/۱ درصد داده‌های مورد بررسی در این محدوده را طبقه‌بندی نماید (جدول ۲). در جدول ۳ ضرایب تابع تمایز خطی برای متغیرها (عناصر) مربوط به داده‌های گمانه‌ها و سینه کارهای استخراجی کانسار چغارت آورده شده است.

#### ۴-۲- رگرسیون

یکی از روش‌های پیش‌بینی عیار فسفر فرآوری شده تحلیل رگرسیون است. بدین شکل که با بکارگیری آن می‌توان حجم زیادی از داده‌ها را به صورت یک تابع از تعدادی متغیر مستقل تعریف کرد و در نهایت عیار فسفر فرآوری شده را تخمین زد. بر اساس نوع رابطه به کار گرفته شده بین متغیرهای پیش‌بینی کننده (آلومینیوم، باریم، کلسیم، کبالت، کروم، آهن، عناصر نادر خاکی، نیکل، فسفر، گوگرد، منگنز اسکاندیم، استرانسیوم، تیتانیوم و وانادیوم) و متغیر هدف (فسفر) نوع رگرسیون شکل خواهد گرفت (شکل ۹).

	Fe	P	V	Mn	Co	Cr	Ni	Ba	S	Sb	Sc	REE	Ti
Fe	1												
P	-0.554	1											
V	0.825	-0.726	1.000										
Mn	0.085	-0.608	0.364	1.000									
Co	0.831	-0.549	0.829	0.195	1.000								
Cr	0.406	-0.792	0.375	0.223	0.338	1.000							
Ni	0.870	-0.547	0.927	0.080	0.910	0.307	1.000						
Ba	0.049	-0.270	0.097	-0.240	0.065	0.271	0.174	1.000					
S	-0.418	0.811	-0.419	-0.295	-0.452	-0.818	-0.387	-0.519	1.000				
Sb	-0.015	0.022	0.105	-0.381	-0.071	-0.002	0.197	0.400	0.004	1.000			
Sc	-0.145	-0.586	-0.022	0.655	-0.032	0.478	-0.195	0.215	-0.641	-0.283	1.000		
REE	-0.529	0.994	-0.678	-0.578	-0.531	-0.826	-0.512	-0.268	0.841	0.031	-0.614	1.000	
Ti	0.438	-0.524	0.521	0.566	0.510	0.126	0.410	-0.064	-0.360	-0.469	0.408	-0.496	1.000

شکل ۹: ماتریس همبستگی داده‌های باز شده با استفاده از تبدیل لگاریتمی افزایشی

## ۴-۲-۱- رگرسیون خطی

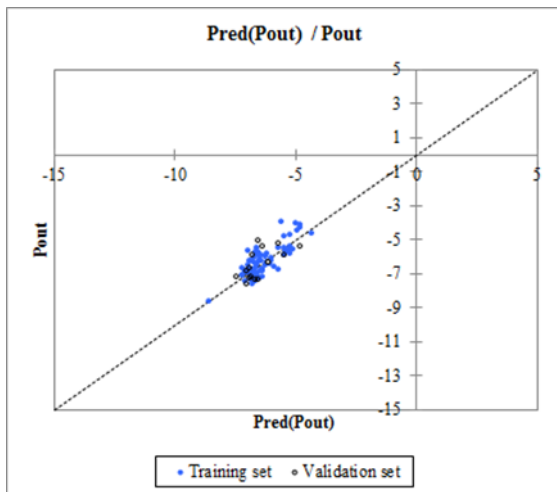
رگرسیون غیر خطی روابط مدل را به صورت اختیاری میان متغیرهای مستقل و غیرمستقل بررسی و اندازه‌گیری می‌کند. به دلیل حفظ شرایط یکسان جهت مقایسه نتایج، آماده‌سازی مجموعه داده‌ها مانند مرحله قبل انجام گرفت. پس از اعمال رگرسیون غیر خطی و به دست آوردن مدل، داده‌های آزمون جهت انجام پیش‌بینی وارد مدل شده و در نهایت مقدار ضریب  $R^2$  محاسبه شد (شکل ۱۱ و جدول ۵).

$$P_{out} = -393.78 - 1.21Al - 2.44Ca - 0.13Co + 95.98Fe + 4.54Ni - 0.12P - 1.21S + 0.24Ti + 0.49Sr - 29.83V - 0.17REE + 0.16Al^2 + 0.17Ca^2 - 0.19Co^2 - 0.097Cr^2 - 5.01Fe^2 - 0.83Ni^2 + 0.23S^2 - 0.22Sr^2 + 3.41V^2$$

جدول ۵: پارامترهای آماری جهت سنجش نیکویی برازش در

رگرسیون غیرخطی

	داده‌های آموزشی	داده‌های آزمون
تعداد مشاهدات	۸۴	۱۷
$R^2$	۰/۷۲	۰/۷۳
MSE	۰/۳۱	۰/۳



شکل ۱۱: ارتباط میان فسفر پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده در رگرسیون غیرخطی در داده‌های آموزش و آزمون

## ۴-۲-۳- شبکه‌های عصبی مصنوعی

با توجه به اینکه مهم‌ترین عامل طراحی شبکه عصبی تعیین تعداد نرون‌های لایه ورودی و خروجی است؛ در پژوهش حاضر برای طراحی شبکه عصبی، از لایه ورودی شامل ۱۵ عنصر مرتبط با کانسارهای آهن ماگمایی و نیز مقدار فسفر خروجی دیویس تیوپ به عنوان متغیر هدف برای اعمال شبکه عصبی مصنوعی بهره گرفته شده است. مرحله بعد تعیین تعداد لایه‌های مخفی شبکه است که در این پژوهش تعیین بهینه‌ترین تعداد نرون‌های لایه مخفی با استفاده از پارامترهای ضریب همبستگی مرحله آموزش و

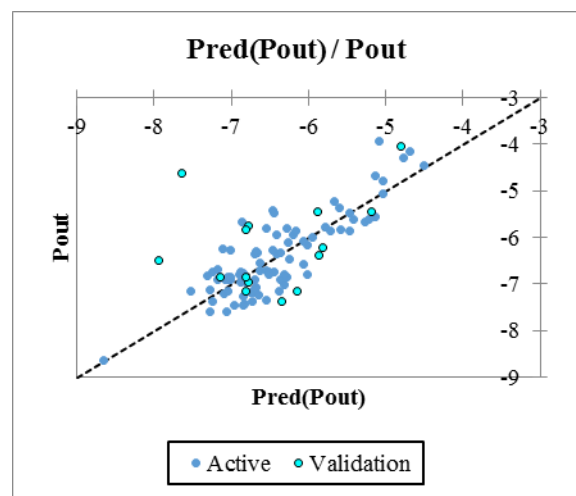
رگرسیون خطی بر اساس رابطه خطی بین یک متغیر کمی وابسته با یک یا چند متغیر پیشگو استوار است. پس از باز کردن داده‌ها، با استفاده از روش نمونه‌برداری تصادفی داده‌ها به دو دسته آموزش (۸۴ عدد) و آزمون (۱۷ عدد) تقسیم شدند. سپس مدل رگرسیون خطی بر آنها اعمال و پارامترهای رگرسیون با استفاده از روش حداقل مربعات (بر اساس کمینه کردن مقدار باقی‌مانده‌ها) به دست آمد. در نهایت نیز مقدار فسفر خروجی برای داده‌های تست پیش‌بینی و جهت سنجش نیکویی برازش از ضریب  $R^2$  استفاده شد (شکل ۱۰ و جدول ۴).

$$P_{out} = -7.37 + 0.30Al + 0.11Ba - 0.59Co - 0.95Fe - 0.31Mn + 0.25Ni + 0.187S + 0.37Sr + 0.19V$$

جدول ۴: پارامترهای آماری جهت سنجش میزان نیکویی برازش

رگرسیون خطی

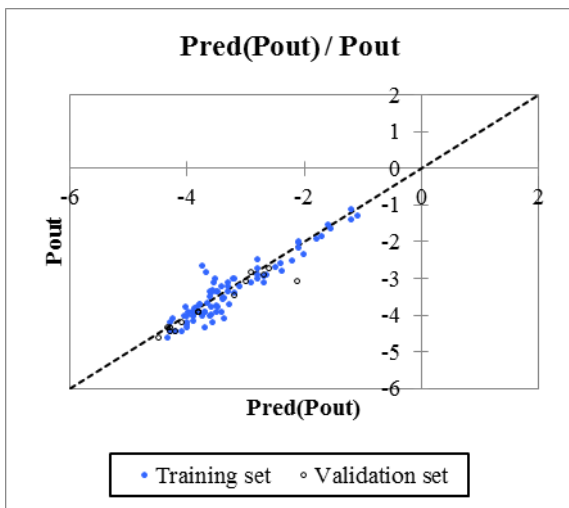
	داده‌های آموزشی	داده‌های آزمون
تعداد مشاهدات	۸۴	۱۷
$R^2$	۰/۶۴	۰/۶۵
MSE	۰/۳۱	۰/۲۹



شکل ۱۰: ارتباط میان فسفر پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده در رگرسیون خطی در داده‌های آموزش و آزمون

## ۴-۲-۴- رگرسیون غیرخطی

در این بخش با استفاده از رگرسیون غیرخطی، رابطه غیرخطی میان فسفر فرآوری شده و مجموعه‌ای از عناصر اندازه‌گیری شده به دست آمد. بر خلاف شیوه قدیمی رگرسیون خطی که محاسبه مدل خطی را محدود می‌کرد،



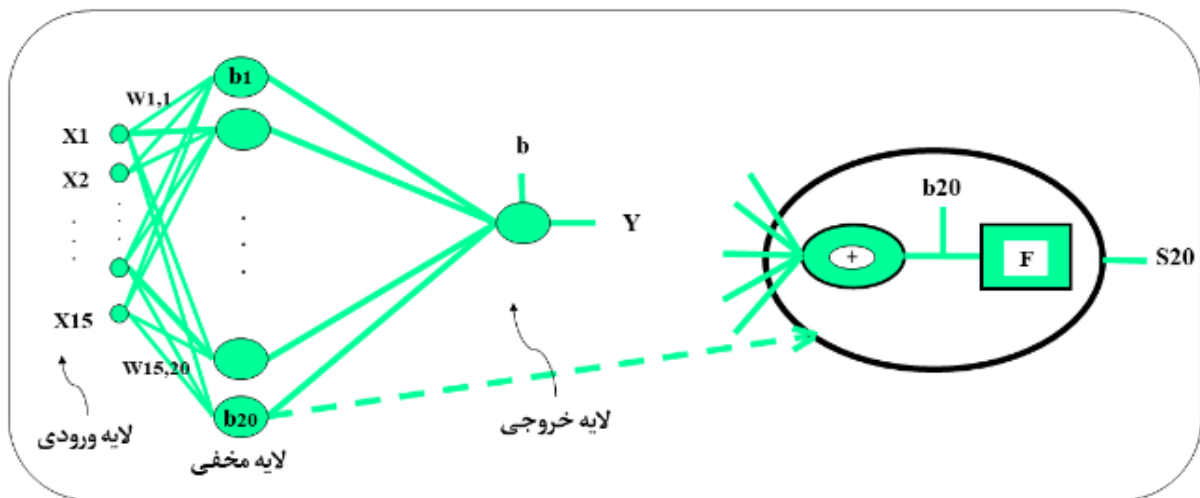
شکل ۱۲: ارتباط میان فسفر پیش‌بینی شده و فسفر اندازه‌گیری شده برای داده‌های آموزش و اعتبارسنجی حاصل از شبکه عصبی پرسپترون چندلایه

جدول ۶: پارامترهای آماری جهت سنجش نیکویی برازش در شبکه عصبی

	داده‌های آموزشی	داده‌های آزمون
تعداد مشاهدات	۸۴	۱۷
$R^2$	۰/۸۷	۰/۸۹

تست انجام شده و از تابع تحرک سیگموئید در لایه میانی بهره گرفته شده است. به منظور اینکه این امکان وجود داشته باشد که مقادیر خروجی شبکه خارج از یک محدوده معین باشد از تابع محرک خطی و با توجه به اینکه تابع آموزشی لونیگ مارکوآرت از سرعت همگرایی بالایی نسبت به دیگر روش‌ها برخوردار است؛ جهت آموزش شبکه از آن استفاده شد. به منظور جلوگیری از آموزش بیش از حد در شبکه پرسپترون چندلایه از روش متوقف‌سازی زودهنگام استفاده گردید. نحوه آماده‌سازی داده‌ها به همان ترتیب ذکر شده خواهد بود؛ بدین صورت که حدود ۸۵ درصد از داده‌ها به منظور آموزش و ۱۵ درصد باقی‌مانده برای آزمون استفاده شدند. در نهایت نیز ضریب  $R^2$  محاسبه گردید (شکل ۱۲، جدول ۶).

همچنین ارتباط متغیر هدف یعنی فسفر خروجی و مقدار برآورد شده توسط شبکه عصبی در شکل ۱۳ برای نمونه‌های آموزش، آزمون آورده شده است. در مجموع بهره‌گیری از شبکه عصبی موجب بهبود برآورد رابطه میان فسفر خروجی و داده‌های عنصری ورودی شده است. با توجه به مقادیر  $R^2$  شبکه عصبی توانسته است با آموزش منظم داده‌ها مدل بهتری را ارائه کند؛ که در مقایسه با رگرسیون غیرخطی مرتبه دوم نیز برجسته‌تر است.



شکل ۱۳: تصویری از لایه‌های ورودی شامل ۱۵ متغیر، لایه مخفی و لایه خروجی به همراه ۲۰ نورون در داده‌های گمانه‌ها و سینه کارهای کانسار چغارت

پیش‌بینی گشت. بدین منظور از روش آنالیز تمایز، رگرسیون و شبکه عصبی چندلایه بر روی اطلاعات و داده‌های به دست آمده از نمونه‌های عمقی کانسار چغارت که تحت آنالیزهای شیمیایی و دستگاهی قرار گرفتند، استفاده شد. بدین صورت که در شرایط آزمایشگاهی پس از آماده‌سازی نمونه‌ها،

در مطالعه حاضر با به کارگیری مدل‌های ریاضی، جهت کنترل بهتر و موثر نوسانات عیار، عیار فسفر فرآوری شده کانسنگ آهن بر اساس آنالیز نمونه‌های ماده معدنی اولیه

۵- بحث

دانشگاه یزد که امکان انجام این پژوهش را فراهم آوردند و همچنین کارشناسان کارخانه فرآوری و واحد آزمایشگاه معدن به خاطر همکاری در نمونه برداری و آنالیز نمونه‌ها صمیمانه قدردانی می‌گردد.

### مراجع

- [1] Hitzman, M.W., Oreskes, N. and Einaudi, M.T., (1992). Geological characteristics and tectonic setting of proterozoic iron oxide (Cu-U-Au-REE) deposits, *Precambrian Research*, 58(1-4), 241-287.
- [2] Shekarian, Y., Hezarkhani, A., Anaraki, N.N. and Hassani, A.N., (2017). Geochemistry and petrography of REE-bearing Fe-oxide assemblages in Choghart iron deposit, Yazd, Iran, *Arabian Journal of Geosciences*, 10(12), 273.
- [3] Pereira, A.C. and Papini, R.M., (2015). Processes for phosphorus removal from iron ore-a review, *Rem: Revista Escola de Minas*, 68(3), 331-335.
- [4] Baioumy, H., Omran, M. and Fabritius, T., (2017). Mineralogy, geochemistry and the origin of high-phosphorus oolitic iron ores of Aswan, Egypt. *Ore Geology Reviews*, 80, 185-199.
- [5] Omran, M., Fabritius, T., and Mattila, R. (2015). Thermally assisted liberation of high phosphorus oolitic iron ore: a comparison between microwave and conventional furnaces. *Powder technology*, 269, 7-14.
- [6] Xia, W.T., Ren, Z.D. and Gao, Y.F., .2011. Removal of phosphorus from high phosphorus iron ores by selective HCl leaching method. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 18(5), 1-4.
- [7] Wen-tang, X., Zheng-de, R., Yi-feng, G., (2011). Removal of phosphorus from high phosphorus iron ores by selective HCl leaching method. *J. Iron Steel Res. Int.* 18, 1-4.
- [8] NISCO (National Iranian Steel Company), (1980). Result of search and valuation works at magnetic anomalies of the Bafq iron ore region during. Unpublished Report: 1976-1979.
- [9] Ghorbani, M., (2013). The economic geology of Iran: mineral deposits and natural resources. Springer Science & Business Media.
- [10] Rahimi, E., (2015). Geochemical investigations and economic geology of rare earth elements in Lakehsiyah magnetite apatite deposit, north-east of Bafq, Yazd, Iran. Dissertation, Amirkabir University of Technology.
- [11] Shekarian, Y., Hezarkhani, A., Anaraki, N.N. and Hassani, A.N., (2017). Geochemistry and

عملیات جدایش مغناطیسی توسط دستگاه دیویس تیوپ بر روی آنها انجام شده و عیار فسفر خروجی فرآیند ذکر شده به عنوان متغیر هدف انتخاب شده است. از میان عناصر مورد آنالیز تعدادی عنصر مرتبط با کانسارهای آهن ماگمایی شامل تیتانیوم، وانادیوم، فسفر، آهن، عناصر نادر خاکی، باریم، استرانسیوم و غیره به عنوان متغیر پیش‌بینی کننده انتخاب شدند. در نهایت با استفاده از این متغیرهای پیش‌بینی کننده یعنی نتایج آنالیزهای چندعنصری (پارامتر مستقل) و یک متغیر هدف که همان فسفر خروجی است (پارامتر وابسته) مدل‌سازی با استفاده از روش‌های مذکور انجام گرفت.

با به کارگیری آنالیز رگرسیون چندگانه حجم زیادی از عناصر مرتبط با کانسارهای آهن ماگمایی را به صورت یک تابع درآورده و عیار فسفر فرآوری شده پیش‌بینی شد. در این بخش، از روش رگرسیون خطی و غیرخطی بهره گرفته شد؛ مقادیر  $R^2$  برای آنها به ترتیب برابر  $0/65$  و  $0/73$  است که حاکی از ارتباط قوی بین پارامترهای انتخابی و متغیر هدف است. رگرسیون غیر خطی شامل معادله چند جمله‌ای درجه دوم از دقت بیشتری برخوردار بوده است. همچنین آنالیز تمایز خطی اعمال شد، که در مجموع با صحت ۸۸ درصد قادر به تفکیک نمونه‌های کم‌فسفر و پرفسفر بوده است. در ادامه روش غیر خطی شبکه عصبی مصنوعی نیز اعمال شد. مهم‌ترین مساله در شبکه عصبی انتخاب مناسب الگوهای آموزشی جهت انجام مدل‌سازی است. با الگوریتم آموزشی لونیبرگ مارکوات و تابع آستانه، شبکه عصبی پرسپترون چندلایه با لایه‌های ورودی و خروجی‌ای که برای آن تعیین شد، میزان فسفر خروجی را با دقتی بیش از دیگر روش‌ها تخمین زد. میزان  $R^2$  حاصل از شبکه عصبی برابر  $0/89$  شد که در مقایسه با رگرسیون غیرخطی مرتبه دوم نیز برجسته‌تر است. در همه روش‌ها جهت اعتبارسنجی داده‌ها به دو دسته آموزش و آزمون (۸۵ و ۱۵ درصد) تقسیم شدند که داده‌های آزمون، در مدل‌های به دست آمده قرار گرفته و نتایج مربوطه، اعتبارسنجی شدند. در مجموع بهره‌گیری از شبکه عصبی موجب بهبود برآورد رابطه میان فسفر خروجی و داده‌های عنصری ورودی شده است.

### ۶- تشکر و قدردانی

در پایان از مساعدت‌های مجموعه شرکت سنگ آهن مرکزی ایران- بافق و پژوهشکده فناوری‌های معدنکاری

petrography of REE-bearing Fe-oxide assemblages in Choghart iron deposit. Yazd, Iran. *Arabian Journal of Geosciences*, 10(12), 273.

[12] Jami, M., (2005). *Geology, Geochemistry and Evolution of the Esfordi Phosphate: Iron Deposit, Bafq Area, Central Iran*. University of New South Wales.

[13] Torab, F.M., (2008). *Geochemistry and metallogeny of magnetite apatite deposits of the Bafq mining district, Central Iran*. (Doctoral dissertation, Papierflieger).

[14] Khoshnoodi, K., Behzadi, M., Gannadi-Maragheh, M., & Yazdi, M. (2017). Alkali Metasomatism and Th-REE Mineralization in the Choghart deposit, Bafq district, Central Iran, *Geologia Croatica*, 70(1), 53-69.

[15] Moore, F. and Modabberi, S., (2003). Origin of Choghart iron oxide deposit, Bafq mining district, Central Iran: new isotopic and geochemical evidence. *Journal of Sciences Islamic Republic of Iran*, 14(3), 259-270.

[16] Fielding, A.H., Bell, J.F., (1997). A review method for the assessment of prediction errors in conservation presence/ absence models. *Env. Cons.* 24, 38-49.

[17] Venables, W.N., Ripley, B.D., (1997). *Modern applied statistics with S-PLUS*, 2nd edition. Springer, New York, 548.

[18] Manel, S, Dias, J. M. and Ormerod, S. J., (1999). Comparing discriminant analysis, neural networks and logistic regression for predicting species distributions: a case study with a Himalayan river bir. *Ecological Modeling*, 120(2), 337-347.

[19] Da Silva, I. N., Spatti, D. H., Flauzino, R. A., Liboni, L. H. B., & dos Reis Alves, S. F. (2017). *Artificial neural networks*. Cham: Springer International Publishing.

[20] Mertler, C. A., & Reinhart, R. V. (2016). *Advanced and multivariate statistical methods: Practical application and interpretation*. Routledge.

[21] Copas, J.B., (1983). Regression, prediction and shrinkage. *J. Roy. Statist. Soc. Series B*, 45, 311-354.

---

<sup>1</sup> Linear Discriminant Analysis

<sup>2</sup> Quadratic Discriminant Analysis