ارزیابی پروژه‌های معدنی تحت عدم قطعیت قیمت در ذخایر دو عنصره با استفاده از روش درخت دوجمله‌ای

غلامحسین کاخا[1]، مسعود منجزی*[2]، محمدحسین بصیری[3]

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۲- استاد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۳- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
(دریافت: خرداد ۱۳۹۶، پذیرش: مهر ۱۳۹۸)

چکیده

عدم‌قطعیت پارامترهای اقتصادی نقش غیرقابل انکاری را در فرآیند ارزیابی پروژه‌های معدنی ایفا می‌کنند، به گونه‌ای که ارزیابی یک پروژه معدنی بدون در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌های موجود غیرقابل اعتماد و نادرست است. از جمله مهم‌ترین منابع عدم‌قطعیت‌های اقتصادی می‌توان به عدم‌قطعیت قیمت ماده معدنی اشاره نمود. محققین بسیاری به مطالعه بررسی نقش عدم‌قطعیت‌های اقتصادی در فرآیند برنامه‌ریزی تولید پروژه معدنی پرداخته‌اند، اما بیش‌تر تحقیق‌های انجام شده در ذخایر تک عنصره بوده و کم‌تر به نقش عدم‌قطعیت قیمت در ذخایر دو عنصره توجه شده است. در این تحقیق با استفاده از روش درخت دوجمله‌ای، ارزشیابی برنامه‌ریزی تولید در ذخایر دو عنصره تحت عدم قطعیت قیمت برای چهار سناریو: قطعیت قیمت هر دو عنصر، عدم قطعیت قیمت عنصر اول و قطعیت قیمت عنصر دوم، قطعیت قیمت عنصر اول و عدم قطعیت قیمت عنصر دوم و در سناریو آخر عدم‌قطعیت قیمت هر دو عنصر، محاسبه شده است. نتایج حاصل از حل یک مثال فرضی تحت چهار سناریو در این تحقیق نشان می‌دهد که کم‌ترین ارزش خالص فعلی با مقدار ۲۴۵/۰۵ هزار دلار مربوط به زمانی است که عدم قطعیت در پروژه لحاظ نشود و بیش‌ترین ارزش خالص فعلی با مقدار ۳۴۹/۶ هزار دلار زمانی حاصل می‌شود که عدم قطعیت قیمت برای هر دو عنصر لحاظ شده باشد.

کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی تولید، ذخایر دو عنصره، عدم‌قطعیت قیمت، درخت دو جمله‌ای، ارزشیابی، ارزش خالص فعلی

*عهده‌دار مکاتبات: *Monjezi@modares.ac.ir*

۱- مقدمه

هدف از برنامه‌ریزی تولید در معادن روباز تعریف یک محدوده مناسب برای پیت نهایی، تعیین عمر بهینه معدن و تعیین بیشینه ارزش اقتصادی برای مدل بلوکی با توجه به برخی از محدودیت‌های فنی، اقتصادی و عملیاتی است. ورودی‌های اصلی در این فرآیند مجموعه‌ای از بلوک‌ها با ارزش خالص اقتصادی به نمایندگی از سایر بلوک‌ها است. که ارزش اقتصادی بلوک با استفاده از معادلاتی که وابسته به پارامترهای اقتصادی و زمین‌شناسی است انجام می‌گیرد[۱].

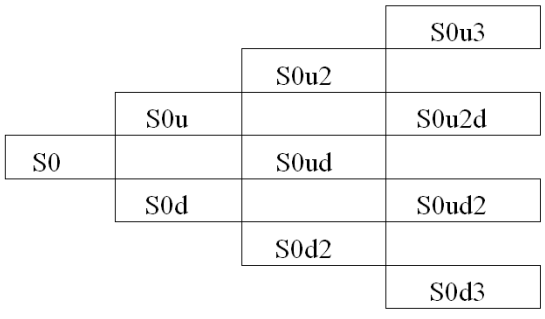
برنامه‌ریزی تولید در معادن دوعنصره نسبت به معادن تک عنصره، از پیچیدگی‌های بیشتری برخوردار است، چرا که در این معادن پارامترهای زمین‌شناسی و اقتصادی دو ماده معدنی در ارزش اقتصادی بلوک تاثیرگذار بوده و نسبت ترکیب آنها در انجام برنامه‌ریزی تولید از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی دیگر از عوامل تاثیرگذار در برنامه‌ریزی تولید، عدم قطعیت‌های موجود در مسئله مورد مطالعه است که صرف‌نظر کردن از تاثیر آنها در برنامه‌ریزی تولید و طراحی معدن، موجب دور شدن از یک طرح واقعی و بهینه خواهد شد. منابع عدم قطعیت‌های مرتبط با معدنکاری را می‌توان در سه گروه اصلی زمین‌شناسی، مهندسی و اقتصادی تقسیم‌بندی نمود. عدم‌قطعیت‌های زمین‌شناسی ناشی از عدم شناخت کافی از تغییرات بر جای عیار و توزیع عیار در ذخیره است[۲]. به عبارتی عیار هر نقطه از ذخیره به درستی تخمین زده نمی‌شود. تا کنون در این زمینه مطالعات زیادی با استفاده از رویکردهای مختلفی از قبیل مدلسازی ریاضی و الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری ارائه شده است[۳-۸]. عدم‌قطعیت‌های مهندسی تابع شرایط هر معدن است و شامل عدم قطعیت شیب، تکنولوژی استخراج و بهره‌وری و ... است[۲].

عدم‌قطعیت اقتصادی نیز شامل عدم قطعیت پارامترهای اقتصادی از جمله هزینه‌های عملیاتی، قیمت محصول و نرخ بازیابی و غیره است. ارزش اقتصادی بلوک‌ها متاثر از عدم‌قطعیت پارامترهای مذکور است و تخمین ارزش برای هر بلوک بدون در نظر گرفتن این عدم‌قطعیت‌ها منجر به حصول نتایج نادرست می‌گردد. عدم‌قطعیت‌های اقتصادی یکی از مهم‌ترین منابع عدم‌قطعیت در پروژه‌های معدنی است و می‌توان گفت عدم‌قطعیت قیمت یکی از شاخص‌ترین نمونه‌های عدم‌قطعیت اقتصادی است. محققان زیادی به بررسی نقش عدم قطعیت‌های اقتصادی بر فرایند ارزیابی پروژه‌های معدنی پرداخته‌اند[۹-۱۶]. از جمله محققان داخل کشور که در این موضوع سابقه تحقیق دارند نیز می‌توان به دهقانی و همکاران و اکبری و همکاران اشاره نمود[۱۷-۱۹].

طبق مطالعات گذشته، بیش‌تر تحقیق‌های انجام شده در ذخایر تک عنصره بوده و کم‌تر به بررسی نقش عدم‌قطعیت پارامترهای اقتصادی در ذخایر دو عنصره پرداخته شده است. در مقاله حاضر سعی شده است تا به بررسی نقش عدم‌قطعیت قیمت عناصر در ارزیابی ذخایر دو عنصره پرداخته شود.

۲- روش درخت دوجمله‌ای

مدل درخت دو جمله‌ای برای اولین بار توسط کاکس و همکاران جهت تخمین عدم قطعیت قیمت سهام ارائه گردید [۱۱]. این روش یکی از مشهورترین روش‌ها برای بررسی رفتار تغییرات قیمت سهام است. مدل درخت دوجمله‌ای دارای مزایای متعددی نسبت به سایر مدل‌های ارزش‌گذاری است. انعطاف‌پذیری، صحت و سرعت در محاسبه از جمله مزایای این روش است. درخت دو جمله‌ای از شاخه‌ها و گره‌های مختلف ساخته می‌شود. شکل ۱ نمای کلی از یک درخت دوجمله‌ای را نشان می‌دهد، در این مدل S0 ارزش اولیه دارایی است در دوره‌های زمانی مختلف این ارزش می‌تواند به صورت صعودی و نزولی تغییر کند این تغییرات در هر دوره با ضرایب افزایشی (u) و کاهشی (d) لحاظ می‌شود.



شکل ۱: مراحل تشکیل درخت دوجمله‌ای با عمر چهار سال[۲۰]

در این درخت احتمال تحقق شاخه‌های بالارونده برابر با P و احتمال تحقق شاخه‌های پایین‌رونده برابر با 1-P است[۲۰]. به دلیل کاربرد فراوان این روش در لحاظ کردن عدم‌قطعیت‌های اقتصادی، در مطالعات زیادی از این روش برای ارزشیابی پروژه‌های معدنی تحت عدم‌قطعیت‌های اقتصادی استفاده شده است[۱۷،۱۸،۲۱].

ضرایب u و d و احتمال P با استفاده از رابطه‌های زیر به دست می‌آید[۲۰]:

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\delta_t}) \quad (۱)$$

$$d = \frac{1}{u} = \exp(-\sigma\sqrt{\delta_t}) \quad (۲)$$

$$P_r = \frac{(1+r)-d}{(u-d)} \quad (۳)$$

که u ضریب افزایشی ارزش هر گره، d ضریب کاهشی هر گره، δ_t نسبت عمر پروژه به تعداد دوره‌های زمانی، P_r احتمال وقوع شاخه بالا رونده، r نرخ تنزیل بدون ریسک و σ نوسان‌پذیری قیمت مورد نظر بوده و با استفاده از داده‌های تاریخی قیمت قابل محاسبه است.

در نهایت پس از انجام محاسبات مورد نیاز و تشکیل درخت ارزش اقتصادی برای رسیدن به ارزش خالص فعلی پروژه در سال مبنا، باید با استفاده از رابطه (۴) تمامی گره‌ها را به سال مبنا تنزیل داد و درخت ارزش تنزیل یافته را ایجاد نمود. در این معادله K شماره گره در دوره n است[۲۱].

$$DCF_{n,k} = BEV_{n,k} + \frac{(P_r \times DCF_{n+1,k} + (1-P_r) \times DCF_{n+1,k+1})}{(1+r)} \quad (۴)$$

۳- روش تحقیق

به منظور بررسی تاثیر در نظر گرفتن عدم‌قطعیت قیمت در ذخایر دو عنصره چهار سناریو زیر مورد ارزیابی واقع شده است.

۳-۱- سناریو اول: محاسبه ارزش خالص فعلی تحت شرایط قطعیت قیمت هر دو عنصر

در این سناریو ارزش خالص فعلی با استفاده از روش نرخ تنزیل محاسبه خواهد شد. در ابتدا با استفاده از رابطه‌های ارائه شده توسط عطایی و اصانلو [۲۲] و پارامترهای اقتصادی در دسترس، مدل بلوکی مربوط به عیارهای معادل ایجاد خواهد شد در مرحله بعد با استفاده از رابطه (۸) مدل بلوکی اقتصادی برای این سناریو تولید شده و با به کارگیری رابطه (۹) ارزش خالص فعلی پروژه تحت قطعیت قیمت دو عنصر محاسبه خواهد شد.

رابطه مربوط به فاکتور معادل (F_{eq}) برای دو عنصر [۲۲]:

$$F_{eq} = \frac{(P_2 - r_2)R_2}{(P_1 - r_1)R_1} \quad (۵)$$

در رابطه (۵)، P_2 قیمت فلز دوم، r_2 هزینه فروش فلز دوم، R_2 بازیابی کلی فلز دوم، P_1 قیمت فلز اصلی، r_1 هزینه فروش فلز اصلی و R_1 بازیابی کلی فلز اصلی است.

رابطه مربوط به عیار معادل (g_{eq}) برای دو عنصر:

$$g_{eq} = g_1 + g_2 F_{eq} \quad (۶)$$

در رابطه (۶)، g_1 عیار میانگین بلوک مربوط به فلز اول و g_2 عیار میانگین بلوک مربوط به فلز دوم است[۲۲].

رابطه‌های مربوط به محاسبه ارزش اقتصادی بلوک (BEV) برای ذخایر دو عنصره [۲۲]:

$$BEV = [(P_1 - r_1)\, g_1 R_1 + (P_2 - r_2)\, g_2 R_2 - C_r]\, T_o - C_m T_t \quad (۷)$$

$$BEV = [(P_1 - r_1)\, R_1 (g_1 + F_{eq} g_2) - C_r]\, T_o - C_m T_t \quad (۸)$$

در رابطه‌های بالا، C_r هزینه فرآوری، T_o تناژ ماده معدنی در بلوک، C_m هزینه استخراج و T_t تناژ کل بلوک است[۲۲].

رابطه مربوط به محاسبه ارزش خالص فعلی (NPV) نیز به شکل زیر است [۲۲]:

$$NPV = \sum_{n=1}^{N} \frac{BEV_n}{(1+i)^n} \quad (۹)$$

در این رابطه، i نرخ تنزیل و n دوره زمانی است.

۳-۲- سناریو دوم: محاسبه ارزش خالص فعلی تحت شرایط عدم‌قطعیت قیمت عنصر اول و قطعیت قیمت عنصر دوم

در این سناریو، عدم‌قطعیت قیمت عنصر اول با استفاده از روش درخت دوجمله‌ای مدل خواهد شد و در مرحله بعد با استفاده از درخت ایجاد شده برای قیمت عنصر اول و قطعیت قیمت عنصر دوم، درخت ارزش اقتصادی تولید و پس از آن با استفاده از رابطه (۴) این درخت به سال مبنا تنزیل داده شده و ارزش خالص فعلی برای این سناریو محاسبه خواهد شد.

۳-۳- سناریو سوم: محاسبه ارزش خالص فعلی تحت شرایط قطعیت قیمت عنصر اول و عدم‌قطعیت قیمت عنصر دوم

در این سناریو مشابه سناریو قبل محاسبات انجام می‌شود با این تفاوت که در این سناریو درخت دوجمله‌ای برای قیمت عنصر دوم تولید شده و قیمت عنصر اول ثابت فرض خواهد شد.

۳-۴- سناریو چهارم: محاسبه ارزش خالص فعلی تحت شرایط عدم‌قطعیت قیمت هر دو عنصر

در این سناریو با استفاده از درخت دوجمله‌ای ایجاد شده در مراحل قبل برای هر دو عنصر درخت ارزش اقتصادی ایجاد شده و پس از تنریل این درخت با استفاده از رابطه (۴) ارزش خالص فعلی برای این سناریو محاسبه خواهد شد.

۴- مثال عددی

مقطعی فرضی از بلوک‌های یک معدن سرب و روی به شکل ۲ در نظر گرفته شده است، که در هر بلوک عدد سمت چپ عیار سرب و عدد سمت راست عیار روی است. همچنین در جدول ۱ داده‌های تکمیلی برای محاسبه ارزش اقتصادی هر بلوک آورده شده است.

1	1	6	5.5	1	1	5.5	5.2	1	1
		5.5	5.2	6.5	5.8	6	5.5		
				6	5.5				

شکل ۲: مدل عیاری فرضی معدن سرب و روی (درصد)

۴-۱- سناریو اول

مدل بلوکی ارزش اقتصادی تحت قطعیت قیمت دو عنصر براساس داده‌های موجود در جدول ۱، چگالی متوسط مواد (۳ تن بر متر مکعب) و رابطه‌های (۵) تا (۸) به صورت شکل‌های ۳ و ۴ است.

1.8	10.7	1.8	9.9	1.8
	9.9	11.4	10.7	
		10.7		

شکل ۳: مدل عیاری معادل (درصد)

جدول ۱: اطلاعات مورد نیاز مسئله

شرح	مقدار برای سرب	مقدار برای روی	واحد
بازیابی کلی	۸۰	۸۵	درصد
ابعاد بلوک	۵*۱۰*۱۰	۵*۱۰*۱۰	متر
عیار حد	۱/۷	۱/۵	درصد
چگالی	۱۰	۷	تن بر مترمکعب
قیمت ۲۰۱۵	۱۷۸۷/۷	۱۹۳۱/۶۸	دلار بر تن
هزینه استخراج	۱	۱	دلار بر تن
هزینه فرآوری	۱/۵	۱/۵	دلار بر تن
هزینه فروش	۶۳	۶۳	دلار بر تن
نرخ بدون ریسک	۷	۷	درصد
F_{eq}	0.87	عیارحد معادل	3.04

-1.5	58.76	-1.5	50.64	-1.5
	50.64	67.50	58.76	
		58.76		

شکل ۴: مدل ارزش اقتصادی بلوک تحت قطعیت قیمت دو عنصر (هزار دلار)

در این مثال، فرض این است که زمان لازم برای استخراج هر بلوک یک سال است. بنابراین عمر مورد نیاز برای این پروژه ۹ سال خواهد بود. ترتیب معدنکاری در این مقطع با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا که توسط رومن معرفی شده، به صورت شکل ۵ است.

7	1	2	3	5
	8	4	6	
		9		

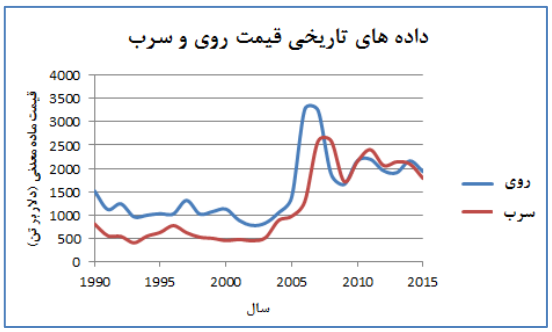
شکل ۵: ترتیب معدنکاری

ارزش خالص فعلی حاصل از استخراج مقطع مذکور در شرایط قطعی بودن قیمت برای عناصر روی و سرب برابر با ۲۴۵/۰۵ هزار دلار خواهد بود.

۴-۲- سناریو دوم

در این سناریو برای اعمال عدم‌قطعیت قیمت از روش درخت دوجمله‌ای استفاده می‌شود. برای این مهم داده‌های مورد نیاز درخت‌های دوجمله‌ای با استفاده از رابطه‌های (۱)

تا (۳) و داده‌های تاریخی قیمت برای هر عنصر(شکل ۶) محاسبه می‌شود.



شکل ۶: داده‌های تاریخی قیمت روی و سرب بین سال‌های ۱۹۹۰ تا ۲۰۱۵

با توجه به داده‌های آورده شده در جدول ۲ در این سناریو درخت دوجمله‌ای قیمت عنصر اول (روی) برای ۹ سال عمر پروژه به صورت شکل ۷ خواهد بود.

پس از ایجاد درخت دوجمله‌ای قیمت برای عنصر اول، با توجه به مدل بلوکی مفروض و داده‌های اقتصادی درخت ارزش اقتصادی برای هر سال تحت عدم‌قطعیت قیمت روی و قطعیت قیمت سرب ایجاد خواهد شد که در شکل ۸ مشاهده می‌شود.

جدول ۲: داده‌های مورد نیاز درخت دوجمله‌ای

پارامترهای درخت دوجمله‌ای	قیمت روی	قیمت سرب
نوسان‌پذیری	٪۲۵/۹۳	٪۲۵/۴۶
ضریب افزایشی	۱/۲۹	۱/۲۸
ضریب کاهشی	۰/۷۷	۰/۷۷
احتمال افزایش	٪۶۰	٪۶۱

در نهایت با استفاده از رابطه (۴)، درخت ارزش اقتصادی برای سناریو ۲ به سال ۲۰۱۵ تنزیل خواهد یافت که به صورت شکل ۹ است.

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
1,931.68	2503.57	3244.78	4205.43	5450.49	7064.16	9155.58	11866.1	15379.2
	1490.42	1931.68	2503.57	3244.78	4205.43	5450.49	7064.16	9155.58
		1149.96	1490.42	1931.68	2503.57	3244.78	4205.43	5450.49
			887.278	1149.96	1490.42	1931.68	2503.57	3244.78
				684.596	887.278	1149.96	1490.42	1931.6
					528.213	684.596	887.278	1149.96
						407.553	528.213	684.596
							314.455	407.553
								242.624

شکل ۷: درخت دوجمله‌ای قیمت روی (دلار بر تن)

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
58.8	-1.5	69.36956	107.8512	-1.5	140.6549	-1.5	192.3244	273.3195
	-1.5	50.64267	77.65579	-1.5	95.04491	-1.5	123.84	174.0226
		39.49419	59.67992	-1.5	67.89242	-1.5	83.06995	114.9094
			48.97854	-1.5	51.72803	-1.5	58.79877	79.71811
				-1.5	42.10506	-1.5	44.34967	58.76808
					36.37633	-1.5	35.74785	46.29614
						-1.5	30.62703	38.87136
							27.5785	34.45124
								31.81986

شکل ۸: درخت دوجمله‌ای ارزش اقتصادی برای سناریو ۲ (هزار دلار)

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
296.3704	290.1034	358.1771	357.534	312.16	393.75	319.85	407.28	273.31
	210.9006	255.5255	248.7625	210.32	261.76	207.90	262.18	174.02
		194.415	184.0087	149.69	183.18	141.2	175.80	114.90
			145.4596	113.60	136.40	101.5	124.38	79.718
				92.119	108.5	77.958	93.769	58.768
					91.98	63.896	75.545	46.296
						55.525	64.695	38.871
							58.23	34.451
								31.819

شکل ۹: درخت دوجمله‌ای تنزیل یافته برای سناریو ۲ (هزار دلار)

ارزش خالص فعلی حاصل از استخراج مقطع مذکور در شرایط عدم‌قطعیت قیمت روی و قطعیت قیمت سرب برابر با ۲۹۶/۳۷ هزار دلار خواهد بود.

۴-۳- سناریو سوم

همانند سناریو ۲، با استفاده از داده‌های موجود در جدول ۲ و شکل کلی درخت دوجمله‌ای، درخت‌های مربوط به سناریو ۳ که بر مبنای قطعیت قیمت روی و عدم‌قطعیت قیمت سرب است به صورت شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ خواهد بود.

ارزش خالص فعلی حاصل از استخراج مقطع مذکور در شرایط قطعیت قیمت روی و عدم‌قطعیت قیمت سرب برای سناریو ۳ برابر با ۲۹۸/۸ هزار دلار خواهد بود.

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
1787.7	2306.1	2974.9	3837.5	4950.4	6385.9	8237.8	10626.6	13708.2
	1385.8	1787.7	2306.1	2974.9	3837.5	4950.4	6385.9	8237.8
		1074.3	1385.8	1787.7	2306.1	2974.9	3837.5	4950.4
			832.8	1074.3	1385.8	1787.7	2306.1	2974.9
				645.6	832.8	1074.3	1385.8	1787.7
					500.5	645.6	832.8	1074.3
						388.0	500.5	645.6
							300.7	388.0
								233.1

شکل ۱۰: درخت دوجمله‌ای قیمت سرب (دلار بر تن)

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
58.8	-1.5	68.9	111.5	-1.5	142.8	-1.5	186.5	276.7
	-1.5	50.6	78.6	-1.5	96.3	-1.5	121.3	176.7
		39.7	58.9	-1.5	68.2	-1.5	82.1	116.6
			47.0	-1.5	51.4	-1.5	58.6	80.5
				-1.5	41.3	-1.5	44.5	58.8
					35.2	-1.5	36.0	45.7
						-1.5	30.9	37.9
							27.8	33.2
								30.3

شکل ۱۱: درخت دوجمله‌ای ارزش اقتصادی برای سناریو ۳ (هزار دلار)

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
298.8	293.4	362.4	363.6	314.6	396.0	318.9	404.7	276.7
	211.7	257.0	251.2	212.0	263.7	208.3	262.0	176.7
		193.7	183.6	150.4	184.1	141.8	176.2	116.6
			143.1	113.3	136.3	101.9	124.7	80.5
				91.1	107.6	77.9	93.7	58.8
					90.3	63.4	75.1	45.7
						54.8	63.9	37.9
							57.2	33.2
								30.3

شکل ۱۲: درخت دوجمله‌ای تنزیل یافته برای سناریو ۳ (هزار دلار)

۴-۴- سناریو چهارم

در این سناریو با استفاده از درخت‌های دوجمله‌ی قیمت روی و سرب (شکل‌های ۷ و ۱۰)، درخت‌های ارزش اقتصادی و تنزیل یافته برای سناریو ۴ که بر مبنای عدم‌قطعیت قیمت روی و عدم‌قطعیت قیمت سرب است، به صورت شکل‌های ۱۳ و ۱۴ خواهد بود.

ارزش خالص فعلی حاصل از استخراج مقطع مذکور در شرایط عدم‌قطعیت قیمت روی و عدم‌قطعیت قیمت سرب برای سناریو ۴ برابر با ۳۴۹/۶ هزار دلار خواهد بود.

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
58.8	-1.5	87.6	151.8	-1.5	224.7	-1.5	328.1	491.3
	-1.5	50.6	88.8	-1.5	132.5	-1.5	194.5	292.0
		28.5	51.1	-1.5	77.4	-1.5	114.6	172.7
			28.5	-1.5	44.4	-1.5	66.8	101.4
				-1.5	24.6	-1.5	38.2	58.8
					12.8	-1.5	21.1	33.3
						-1.5	10.8	18.0
							4.7	8.9
								3.4

شکل ۱۳: درخت دوجمله‌ای ارزش اقتصادی برای سناریو ۴ (هزار دلار)

2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
349.6	379.9	497.0	532.6	494.9	644.4	544.4	707.4	491.3
	219.0	288.9	311.4	290.5	380.0	321.8	419.6	292.0
		164.5	179.1	168.2	221.9	188.6	247.5	172.7
			100.0	95.0	127.3	109.0	144.5	101.4
				51.3	70.8	61.4	82.9	58.8
					36.9	32.9	46.1	33.3
						15.9	24.1	18.0
							10.9	8.9
								3.4

شکل ۱۴: درخت دوجمله‌ای تنزیل یافته برای سناریو ۴ (هزار دلار)

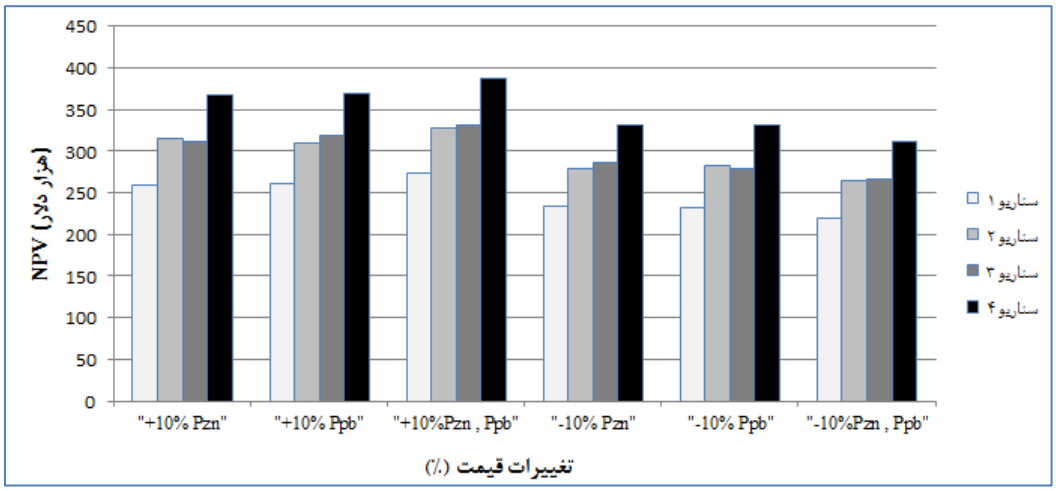
همان طور که از نتایج سناریوها مشاهده می‌شود کم‌ترین مقدار ارزش خالص فعلی مربوط به سناریو ۱ است که در این سناریو عدم‌قطعیت قیمت برای هیچکدام از عناصر لحاظ نشده است و بیش‌ترین ارزش خالص فعلی مربوط به زمانی است که عدم‌قطعیت قیمت برای هر دو عنصر لحاظ شده است. این نتایج اهمیت در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌ها در پروژه‌های معدنی را نشان می‌دهد.

۵- اعتبارسنجی

در این بخش تحلیل حساسیت با استفاده از داده‌های ورودی انجام خواهد شد. برای این منظور ارزش خالص فعلی محاسبه شده برای هر سناریو با تغییر قیمت‌های اولیه دوباره محاسبه خواهد شد. در این راستا قیمت سال مبنا برای هر عنصر با تغییرات $\pm 10\%$ به قیمت‌های جدید تبدیل شده و پس از آن با قیمت‌های تولید شده، ارزش اقتصادی جدید برای هرسناریو تولید شده و مورد مقایسه قرار خواهند گرفت. نتایج این اعتبارسنجی در جدول ۳ و شکل ۱۵ آورده شده است.

جدول ۳: نتایج اعتبارسنجی

تغییرات(۱۰+ ٪)	شماره سناریو	ارزش هر سناریو(هزار دلار)	تغییرات(۱۰- ٪)	شماره سناریو	ارزش هر سناریو(هزار دلار)
قیمت روی	۱	۲۵۹/۶۷	قیمت روی	۱	۲۳۳/۳۴
	۲	۳۱۴/۵۵		۲	۲۷۸/۱۸
	۳	۳۱۱/۹۴		۳	۲۸۵/۷۳
	۴	**۳۶۷/۸۷**		۴	**۳۳۱/۳۴**
قیمت سرب	۱	۲۶۰/۳۷	قیمت سرب	۱	۲۳۲/۶۵
	۲	۳۱۰/۱۸		۲	۲۸۲/۵۵
	۳	۳۱۷/۹۷		۳	۲۷۹/۷۰
	۴	**۳۶۸/۶۶**		۴	**۳۳۰/۵۵**
قیمت روی و سرب	۱	۲۷۳/۵۳	قیمت روی و سرب	۱	۲۱۹/۴۸
	۲	۳۲۸/۳۶		۲	۲۶۴/۳۷
	۳	۳۳۱/۰۸		۳	۲۶۶/۵۹
	۴	**۳۸۶/۹۲**		۴	**۳۱۲/۲۹**



شکل ۱۵: نمودار نتایج اعتبارسنجی

همان طور که در جدول ۳ و شکل ۱۵ نیز مشاهده می‌شود با تغییرات در قیمت عناصر روی و سرب، همچنان کم‌ترین مقدار ارزش خالص فعلی مربوط به سناریو ۱ (بدون لحاظ عدم‌قطعیت) و بیش‌ترین مقدار ارزش خالص فعلی مربوط به سناریو ۴ (تحت عدم‌قطعیت قیمت هر دو عنصر) است. این نتایج نشان‌دهنده اهمیت در نظر گرفتن عدم‌قطعیت قیمت برای همه عناصر در پروژه‌های معدنی چند عنصره است.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق ارزش خالص فعلی برای یک مثال عددی دو عنصره تحت چهار سناریو شامل قطعیت قیمت دو عنصر، عدم‌قطعیت قیمت عنصر اول و قطعیت قیمت عنصر دوم، قطعیت قیمت عنصر اول و عدم‌قطعیت قیمت عنصر دوم و عدم‌قطعیت قیمت دو عنصر با به کارگیری روش درخت دوجمله‌ای محاسبه شد که نتایج حاصل از این تحقیق به شرح زیر است:

بیش‌ترین ارزش خالص فعلی با مقدار ۳۴۹/۶ هزار دلار را سناریو چهارم که بر مبنای در نظر گرفتن عدم‌قطعیت قیمت برای هر دو عنصر به صورت هم‌زمان، به خود اختصاص داده است. در اعتبارسنجی انجام شده نیز این مهم کاملاً مشهود است و نتایج اعتبارسنجی نشان می‌دهد که هر تغییری در داده‌های ورودی انجام بگیرد، بیش‌ترین ارزش خالص فعلی متعلق به سناریو چهارم خواهد بود. این نتایج نشان دهنده نقش مهم در نظر گرفتن عدم‌قطعیت قیمت برای همه عناصر در پروژه‌های معدنی چند عنصره است.

مراجع

[1] Ataee-pour M. (2005). “A Linear Model for Determination of Block Economic Values”. The 19th International Mining Congress and Fair of Turkey: 289-294.

[2] Blackwell, G.(1992). “Simulated grades and open pit mine planning - resolving opposed positions”, In Y. C. Kim (Ed.), 23rd APCOM, Arizona, Tucson, AZ: SME, pp. 205-215.

[3] Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T., Godoy, M., (2002). “Moving forward from traditional optimization - Grade uncertainty and risk effects in open pit design”, Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy. Mining Technology, 111, 82–88.

[4] Dimitrakopoulos, R., Martinez, L.S., Ramazan, S., (2007). “A maximum upside/ minimum downside approach to the traditional optimization of open pit mine design”. Journal of Mining Science 43, 73–82.

[5] Dimitrakopoulos, R., Godoy, M., Chou, C.L., (2009). “Resource/reserve classification with integrated geometric and local grade variability measures”. Ore body Modeling and Strategic Mine Planning, 207–214.

[6] Dowd, P.A. (1997). “Risk in minerals projects—Analysis, perception and management”. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A-Mining Technology 106, 9-18.

[7] Godoy, M.C., Dimitrakopoulos, R., (2004). “Managing risk and waste mining in long term production scheduling”. SME Transactions 316, 43–50.

[8] Leite, A., Dimitrakopoulos, R., (2007). "A stochastic optimization model for open pit mine planning—Application and risk analysis at a copper deposit". Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A—Mining Technology 116, 109–118.

[9] Black F.; Scholes M., (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". Journal of Political Economy, 81(3): 637-654.

[10] Merton R., (1973). "Theory of rational Option Pricing". The Bell Journal of Economics and Management Science, spring: 141-183.

[11] Cox, J C, Ross, S A., (1976). "The valuation of options for alternative stochastic processes". Journal of Financial Economics.3:145-166.

[12] Cox, J C., Ross, S A., Rubinstein, M.,(1979). "Option pricing: a simplified approach". Journal of Financial Economics.7:229-263.

[13] Brennan, M J., Schwartz, E S.(1985). "Evaluating natural resource investments". Journal of Business.3:37-47.

[14] Brennan, M J., Schwartz, E S., (1985). "A new approach to evaluating natural resource investments". Midland Corporate Finance Journal.58:135-157.

[15] Hall, J., Nicholls, S., (2007). "Valuation of mining projects using option pricing techniques", JASSA.4:22-29.

[16] Shafiee, S.,Topal,E., Nehring,M.,2009. "Adjusted real option valuation to maximize mining project value – a case study using century mine". In Project Evaluation Conference, pp.125–134.

[17] Dehghani. H, Ataee-pour.M, (2011). "Determination of the effect of operating cost uncertainty on mining project evaluation", Resources Policy 37(2012)109–117.

[18] Dehghani.H , Ataee-pour.M, Esfahanipour.A, (2014). "Evaluation of the mining projects under economic uncertainties using multidimensional binomial tree", Resources Policy39 (2014)124-133.

[19] Akbari, A.D., Osanloo, M., Shirazi, M.A.,(2008) "Determination of ultimate pit limits in open mines using real option approach". IUST International Journal of Engineering Science.19:23-28.

[20] Kodukula, P.;Papudesu ,C., (2006). "Project valuation using Real Options: A Practitioner's Guide", J. Ross Publishing.

[21] Dehghani, H., Ataee-poor, M., (2013). "Determination of the effect of economic uncertainties on mining project evaluation using Real Option valuation", Int. J. Mining and Mineral Engineering, 4(4): 265-277.

[22] Osanloo, M., & Ataei, M. (2003). "Using equivalent grade factors to find the optimum cut-off grades of multiple metal deposits". Minerals Engineering, 16(8), 771-776.