

(پژوهشی)

رشد ترک در محیط‌های متخلخل با استفاده از روش $XFEM$: مقایسه رویکردهای مدلسازی در آباکوس

محمد رضانژاد^۱، سید احمد لاجوردی^{۲*}، صادق کریم‌پولی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان

۲- استادیار، گروه مهندسی مواد، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان

۳- استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان

(دریافت: مهر ۱۳۹۸، پذیرش: فروردین ۱۳۹۹)

چکیده

چگونگی رشد ترک همواره به عنوان یک مسئله چالشی در بسیاری از زمینه‌های علوم زمین مانند شکست هیدرولیکی به شمار می‌رود. اگر چه تخلخل‌ها، درزه‌ها و شکستگی‌ها مهم‌ترین ریزساختارهای کنترل کننده رشد و انتشار ترک در سنگ هستند، اثر هندسه و توزیع فضایی آنها هنوز به طور کامل مطالعه نشده است. هدف از این مطالعه، مدلسازی عددی رشد ترک در مقیاس تخلخل یک سنگ واقعی، با روش اجزای محدود توسعه یافته ($XFEM$) در نرم‌افزار آباکوس است. این روش به دلیل استفاده از توابع خاص، قادر است تغییر شکل‌های ناپیوسته را بدون نیاز به بروزرسانی مش‌بندی به خوبی مدلسازی نماید. برای استفاده از این روش جهت مدلسازی رشد ترک در محیط متخلخل، دو رویکرد اصلی وجود دارد: ۱- مش‌بندی کل محیط و اختصاص ضرایب الاستیک بسیار ضعیف به تخلخل‌ها و ۲- تقسیم‌بندی بخش جامد سنگ و استفاده از شبکه غنی‌شده جداگانه برای هر بخش. برای مقایسه نتایج این دو رویکرد، مدل‌های یکسانی با الف- یک حفره و ترک و ب- دو حفره و یک ترک بین آنها در بخش‌های تحلیلی و عددی در نظر گرفته شده و در بخش آزمایشگاهی نیز نمونه‌های مشابهی از جنس گرانیتی تهیه شدند. مقایسه حل تحلیلی ضریب شدت تنش در این نمونه‌ها با نتایج مدلسازی، مشخص نمود که روش $XFEM$ پارامتر ضریب شدت تنش را به ترتیب با صفر و ۵ درصد خطا در دو نمونه مذکور محاسبه می‌کند. از طرف دیگر، نتایج آزمایشگاهی نشان داد که رویکرد دوم در استفاده از روش $XFEM$ ، مسیر رشد ترک را بسیار شبیه به واقعیت پیش‌بینی می‌کند. این رویکرد روی تصاویر رقومی ماسه‌سنگ پرا در مقیاس میکرو به عنوان محیط سنگ متخلخل واقعی پیاده‌سازی شد و مکانیزم رشد ترک‌های چندگانه در این نمونه‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت.

کلمات کلیدی

محیط‌های متخلخل، رشد ترک، مدلسازی عددی، روش اجزای محدود توسعه یافته، ماسه‌سنگ پرا

* عهده‌دار مکاتبات: Lajevardi@znu.ac.ir

۱- مقدمه

درزه، ترک و تخلخل از جمله پدیده‌های متداول در سنگ‌ها هستند که به شدت رفتار فیزیکی و مکانیکی محیط‌های سنگی را کنترل می‌کنند. درک صحیح از رفتار این محیط‌ها به عنوان پیکره حفاریات زیرسطحی و شالوده سازه‌های سطحی از اهمیت ویژه‌ای در علوم مهندسی برخوردار است. در واقع، تنش برجای سنگ در هنگام آزاد شدن در نوک و گوشه‌های تیز این ناپیوستگی‌ها متمرکز شده و با غلبه بر مقاومت سنگ به صورت ریزترک‌هایی بروز پیدا می‌کنند. در ادامه، این ریزترک‌ها به طور پیوسته رشد کرده و با پیوستن به یکدیگر صفحه شکستگی را تشکیل داده که در نهایت موجب شکست و گسیختگی سنگ می‌شود. در علم مکانیک سنگ، سازوکار پدیده شکست سنگ با اهداف مختلفی از جمله تونل‌سازی، آتشیاری، شکست هیدرولیکی، مکانیک زلزله، پایداری شیب و غیره چه به صورت تحلیلی و چه به صورت عددی مطالعه شده است [۱-۳].

در مکانیک شکست روش‌های عددی به روش‌های ناپیوسته، پیوسته و ترکیبی تقسیم‌بندی می‌شوند. از آنجایی که ویژگی‌های یک شکستگی بسیار متغیر است، انتخاب بهترین روش در هر مسئله متفاوت از دیگری است [۴]. در روش‌های ناپیوسته مانند روش اجزای مجزا^۱ (DEM)، محیط سنگ به صورت ترکیبی از اجزای مختلف در نظر گرفته می‌شود که با ترکیبی از قوانین الاستیک و اصطکاک کولمب^۲ به یکدیگر متصل می‌شوند [۵]. این در حالی است که در روش‌های پیوسته، سنگ به صورت یک محیط پیوسته در نظر گرفته می‌شود [۶]. از بین تمامی روش‌های پیوسته، روش اجزای محدود توسعه یافته^۳ (XFEM) که شکلی از روش اجزای محدود استاندارد است، کاربردهای زیادی در مکانیک شکست پیدا کرده است. در این روش، مهم‌ترین ضعف‌های روش استاندارد از جمله عدم قابلیت مدلسازی ناپیوستگی‌ها و تکینگی نوک ترک، رفع شده است.

در سال‌های اخیر، بسیاری از محققان از روش مدلسازی عددی برای مطالعه فرآیند رشد ترک به خصوص در محیط‌های سنگی استفاده نمودند [۷-۲۱]. برای مثال عبداللہی پور و همکاران [۲۰] به مدلسازی پارامترهای

مختلف و مؤثر بر شروع ترک در فرآیند شکست هیدرولیکی مانند فاصله، طول ترک و زاویه حفاری با استفاده از روش عدم جابجایی مرتبه بالاتر^۴ (HODDM) در چاه‌های نفت افقی و عمودی پرداختند. با استفاده از نتایج این تحقیق، آنها بهترین حالت ممکن برای رشد ترک در شکست هیدرولیکی جهت حصول به بالاترین بازدهی را ارائه نمودند. بهنیا و همکاران [۲۱] با استفاده از روش المان مرزی^۵ (BEM) و بر اساس روابط ناپیوستگی جابجایی مرتبه بالاتر، مسئله کلی انتشار شکستگی هیدرولیکی در سازندهای لایه‌دار را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که اگر شکست هیدرولیکی در لایه سخت‌تر شروع شده باشد، توانایی عبور آن از لایه افزایش می‌یابد. یانگ و همکاران [۹] به مطالعه عددی میدان تنش در طول رشد ترک در سنگ متخلخل با استفاده از نرم افزار فلک^۶ پرداختند. آنها با شبیه‌سازی رشد ترک در ماسه‌سنگ متخلخل تحت تأثیر بارگذاری نشان دادند که در هنگام رشد ترک، مقدار بیشینه تنش اصلی δ_1 برای همه مدل‌های متخلخل افزایش می‌یابد و بیشینه مقدار تنش کششی $\gamma\delta$ با افزایش تخلخل، به صورت خطی کاهش می‌یابد. آیت‌الهی و همکاران نیز تخمین مسیر رشد ترک در حالت کششی شکست مواد ترد را با بررسی تأثیر پارامتر T-Stress I بهبود بخشیدند [۲۲].

از طرفی گینر و همکاران [۱۵] امتیازات روش XFEM را در مکانیک شکست تشریح کردند. آنها اشاره نمودند که غنی‌سازی نوک ترک دقت محاسبه ضریب شدت تنش را تا حدود زیادی افزایش می‌دهد. بوآلا و همکاران [۷] رشد ترک در مواد الاستیک ناهمسان‌گرد را با XFEM مطالعه نمودند. در این کار، اثر ناهمسان‌گردی با انجام شبیه‌سازی‌های مختلف بررسی شده است. سیواکومار و ماجی [۸] رشد ترک در سنگ را با ترکیب XFEM و المان‌های چسبنده مدلسازی کردند. مدل عددی پیشنهادی، مسیرهای ترک مشابهی با نتایج حل تحلیلی و آزمایشگاهی ارائه نمود. مقدم و همکاران [۲۳] با استفاده از XFEM انتشار ترک در ساختارهای لایه‌ای را شبیه‌سازی کردند. همچنین، بایدون و همکاران [۲۴] با این روش معیارهای مختلف رشد ترک در فضای سه بعدی را مدلسازی کرده و آنها را مورد بحث قرار دادند.



شکل ۱: غنی‌سازی بدنه و نوک ترک در روش اجزا محدود توسعه یافته (تغییر یافته از [۳۰])

امتیاز اصلی XFEM آن است که مش‌بندی اجزای محدود برای ادامه ناپیوستگی مانند ترک نیازی به بروزرسانی ندارد. تخمین جابجایی (u) در XFEM با رابطه (۱) بیان می‌شود:

$$u^h(x) = \sum_{I \in \Omega} N_I(x) \left[u_I + \sum_{I \in \Omega_d} V(x) a_I \right] \quad (1)$$

که در آن Ω کل مدل و Ω_d بخشی از مدل شامل ناپیوستگی است. $N_I(x)$ تابع شکل اجزای محدود، $V(x)$ تابع غنی‌سازی ناپیوستگی و پارامترهای u_I و a_I درجه آزادی استاندارد غنی‌شده هستند. چنانچه $\Omega \cap \Omega_d = \emptyset$ باشد، تابع غنی‌سازی حذف می‌شود [۳۰-۳۳].

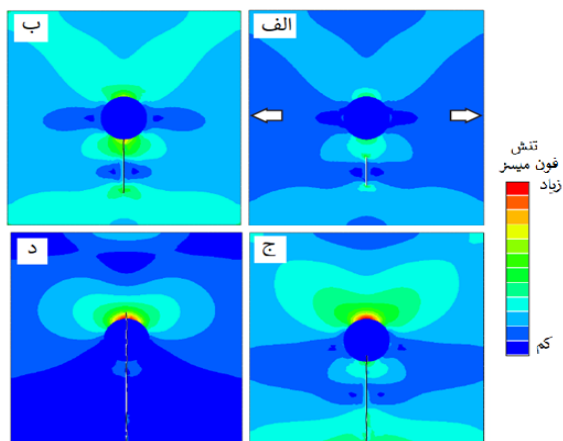
۳- رویکردهای مدل‌سازی

مهم‌ترین نکته‌ای که در مدل‌سازی عددی باید به آن توجه نمود آن است که مسئله رشد ترک در محیط‌های متخلخل به ویژه وقتی که رشد هم‌زمان ترک‌های چندگانه به وقوع می‌پیوندد، با پیاده‌سازی مستقیم روش XFEM قابل انجام نیست. از دیدگاه تئوری، دو رویکرد اصلی برای حل این مشکل می‌توان در نظر گرفت [۲۸-۳۳]. همان گونه که در شکل ۲ نیز نشان داده شده است، رویکرد اول مش‌بندی کل مدل (بخش‌های جامد و متخلخل) و سپس اختصاص ویژگی‌های یک ماده بسیار ضعیف به بخش متخلخل است. برای مثال در مورد ضریب یانگ این دو بخش داریم: $E_{void} \ll E_{plate}$ (شکل ۲-الف). در رویکرد دوم، ابتدا بخش جامد مدل به بخش‌های جداگانه تقسیم‌بندی شده و سپس نواحی غنی‌شده جداگانه‌ای با قابلیت رشد ترک مستقل به هر بخش اختصاص می‌یابد (شکل ۲-ب).

استفاده از XFEM در تمامی مطالعات فوق حاکی از قابلیت این روش در شبیه‌سازی رشد و انتشار ترک است. با این وجود، مسئله رشد ترک در محیط واقعی سنگ با در نظر گرفتن فضای متخلخل پیچیده هنوز یک بحث چالشی است. پیشرفت‌های اخیر در عکس‌برداری از نمونه‌های سنگ به روش میکرو-مقطع‌نگاری رایانه‌ای^۱ (μCT)، تصویر بسیار دقیقی از ریزساختارهای فضای متخلخل سنگ فراهم آورده است [۲۵]. اهمیت این ریزساختارها از آن جهت است که سهم زیادی در کنترل رفتار فیزیکی و مکانیکی سنگ مانند تراوایی، مقاومت و نیز سرعت عبور موج دارند [۲۶]. این امر به طور مشابهی در مورد شروع ریزترک‌ها و به هم پیوستن آنها در ناحیه فرآیند شکست^۲ (FPZ) در نوک ترک‌ها و گوشه‌های تیز، نیز صادق است [۲۷]. به عنوان یک کار جدید، رضائزاد و همکاران [۲۸] از XFEM برای یافتن قوانین کنترل کننده مسیر ترک در مقیاس تخلخل سنگ بهره برده‌اند. حل عددی مسئله رشد ترک در محیط واقعی سنگ با چنین مقیاسی می‌تواند منجر به درک عمیق‌تری از چگونگی انتشار ترک و ارتباط آن با ساختار متخلخل سنگ شود. با این وجود، یافتن یک رویکرد محاسباتی معتبر در روش XFEM از اهمیت بسزایی برخوردار است که در این مطالعه به آن پرداخته می‌شود. در این تحقیق، دو رویکرد اصلی در مسئله انتشار ترک در محیط واقعی سنگ متخلخل با XFEM و روش‌های تحلیلی و آزمایشگاهی ارزیابی شده تا دقت و اعتبار نتایج مدل‌سازی عددی بررسی شود.

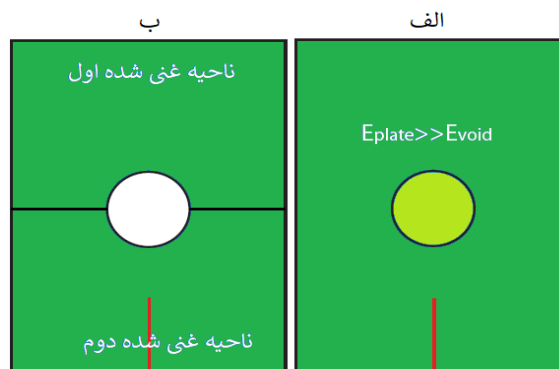
۲- معرفی روش XFEM

به طور کلی، روش اجزای محدود توسعه یافته بر پایه مفهوم روش جزءبندی واحد^۱ با غنی‌سازی مؤلفه‌های اجزای محدود استاندارد که شامل تاثیرات تکینگی یا ناپیوستگی در نواحی اطراف ترک هستند، بنا شده است. در مسئله رشد ترک، غنی‌سازی با ترکیب دو روش انجام می‌شود: ۱- استفاده از تابع هوپساید^{۱۰} برای گره‌هایی که تحت تاثیر بدنه ترک قرار می‌گیرند و ۲- استفاده از تابع غنی‌سازی برای گره‌هایی که در نوک ترک واقع می‌شوند (شکل ۱). در واقع با اضافه کردن تابع غنی‌سازی، درجه آزادی هر گره در فضای اجزای محدود افزایش می‌یابد [۲۹].



شکل ۳: رشد ترک در رویکرد اول در نمونه‌ای با یک ترک و حفره در (الف) فریم ۱، (ب) فریم ۱۱، (ج) فریم ۳۱ و (د) فریم ۶۳

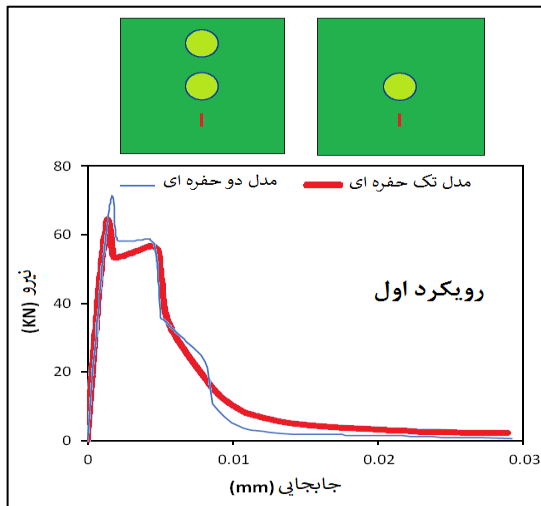
این موضوع یکی از اشکالات اساسی در رویکرد اول است که به شدت نتایج مدل‌سازی عددی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. این خطا به خصوص زمانی که تعداد حفرات درون مدل زیاد باشد، به صورت فزاینده‌ای افزایش می‌یابد. خوشبختانه این مورد در رویکرد دوم به دلیل وجود نواحی غنی شده مستقل از هم، وجود ندارد و برعکس رویکرد اول، ترک‌های چندگانه در مدل به طور هم‌زمان رشد و انتشار می‌یابند. با این وجود، رویکرد دوم نیز محدودیت‌هایی دارد. برای مثال، در هنگام شبیه‌سازی وقتی که هم‌زمان چندین ترک در مدل انتشار می‌یابند، دو ترک متفاوت در یک المان به هم نمی‌پیوندند (شکل ۴)، در صورتی که در نمونه‌های واقعی، ترک‌ها به هم رسیده و تشکیل یک ترک واحد را می‌دهند. در این حالت، در فرآیند شبیه‌سازی تمرکز تنش در المان مذکور افزایش می‌یابد و چنانچه، تنش به بیشینه تنش قابل تحمل توسط المان برسد، آن المان دچار آسیب و گسیختگی می‌شود. محدودیت دیگر رویکرد دوم به خودِ کاربر برمی‌گردد. در واقع کل مدل متخلخل باید به قسمت‌های مختلفی بخش‌بندی و به طور جداگانه غنی شوند که در مورد مدل‌های متخلخل پیچیده، کاری سخت و زمان‌بر است. همچنین چگونگی این بخش‌بندی نیز به نوبه خود روی نتایج تأثیرگذار است و ممکن است با ترکیب شدن با محدودیت فوق (عدم به هم پیوستن ترک‌ها در یک المان)، آسیب‌ها و گسیختگی‌های غیرواقعی را در نمونه ایجاد نماید.



شکل ۲: رویکردهای مدل‌سازی رشد ترک. (الف) رویکرد اول: اختصاص ضریب یانگ تضعیف شده برای محیط متخلخل و (ب) رویکرد دوم: بخش‌بندی مدل و غنی‌نمودن هر یک به طور جداگانه (تغییر یافته از [۳۱]).

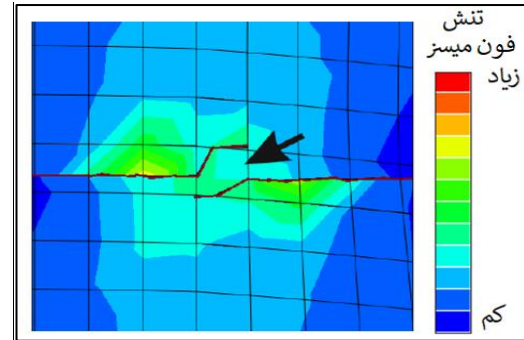
مشکل رویکرد اول مدل‌سازی آن است که رشد هم‌زمان ترک‌های چندگانه در آن قابل انجام نیست. در واقع نمونه در این رویکرد تحت تأثیر ترک اولیه است. در این حالت، کل مدل به صورت یک مدل غنی‌شده یکپارچه در نظر گرفته می‌شود و تا وقتی ترک اولیه به مرز انتهای مدل نرسد، ترک دیگری شروع نمی‌شود. این بدان معناست که با وجود آن که ممکن است مقدار تنش در برخی گره‌ها به مقداری بیش از بیشینه تنش اصلی برسد، اما به دلیل آن که هنوز ترک اصلی به انتهای مدل نرسیده، ترک جدیدی از این گره‌ها آغاز نمی‌شود. این مورد در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل، یک نمونه با یک حفره و ترک تحت تنش کششی قرار گرفته است. از فریم اول (شکل ۳-۳ تا الف) تا فریم ۱۱ (شکل ۳-۳ ب)، ترک در نتیجه تنش کششی اعمال شده، رشد پیدا می‌کند؛ به طوری که در فریم ۱۱ ترک به حفره می‌رسد. با ادامه اعمال تنش، نوک دیگر ترک به سمت پایین رشد می‌یابد. در همین حال، مقدار تنش در سمت دیگر حفره حتی به بیش از بیشینه تنش اصلی می‌رسد (فریم ۳۱، شکل ۳-۳ ج)، اما به دلیل آن که ترک اولیه تکمیل نشده است، ترک جدیدی از حفره آغاز نمی‌شود. این وضعیت تا فریم ۶۳ (شکل ۳-۳ د) ادامه دارد، تا آن که بعد از رسیدن ترک اولیه به مرز مدل، ترک جدیدی در سمت دیگر حفره و از ناحیه‌ای که تنش تمرکز یافته است، شروع می‌شود.

نمونه با الف- یک حفره و یک ترک و ب- دو حفره و یک ترک میانی مدلسازی می‌شوند. در هر دو نمونه، رشد ترک با رویکردهای اول و دوم شبیه‌سازی شده و نمودار نیروی اعمالی و در مقابل مقادیر جابجایی ترسیم می‌شوند. به طور کلی، بیشترین نیرویی که این نمونه‌ها تا قبل از شکست تحمل می‌کنند، با افزایش تعداد حفرات روبروی ترک کاهش می‌یابد. شکل ۶ نمودار نیرو- جابجایی را برای رویکرد اول نشان می‌دهد، که روند کلی تغییرات آنها مشابه یکدیگر است. براساس این نتایج نیروی بیشینه‌ای که نمونه تحمل می‌کند در مورد نمونه با دو حفره اندکی (۱۱ درصد) بیش از نمونه تک حفره‌ای است. با توجه به روند قابل انتظار، این موضوع اعتبار نتایج مدلسازی عددی با این رویکرد را زیر سوال می‌برد.



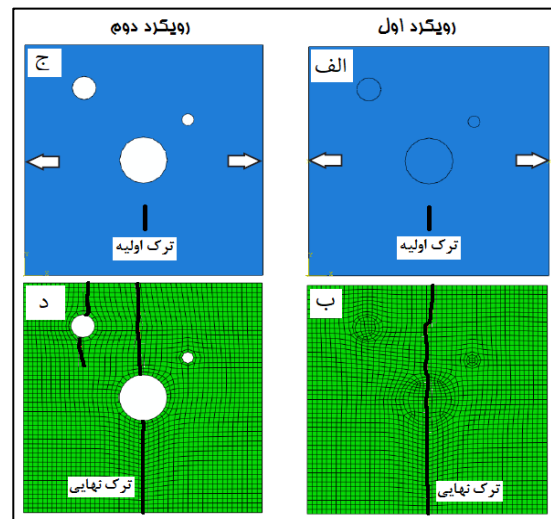
شکل ۶: نمودار نیرو-جابجایی در مدلسازی با رویکرد اول (اختصاص ضریب یانگ تضعیف شده برای محیط متخلخل)

نمودارهای نیرو- جابجایی برای رویکرد دوم در شکل ۷ به نمایش درآمده است. در این شکل، مقدار بیشینه نیروی متحمل شده توسط نمونه دو حفره‌ای، بسیار کمتر از نمونه تک حفره‌ای است که با واقعیت تطابق بیشتری دارد. علاوه بر امتیازات و محدودیت‌های هر رویکرد، براساس این نتایج (مسیر ترک در شکل ۵ و نمودار نیرو- جابجایی در شکل ۷) رویکرد دوم را می‌توان به عنوان رویکردی دقیق‌تر و قابل اعتمادتر معرفی نمود. از این رو در ادامه این تحقیق، از این رویکرد جهت ارزیابی مدلسازی عددی رشد ترک در محیط متخلخل سنگ با XFEM استفاده می‌شود.



شکل ۴: عدم همگرایی ترک‌ها در یک المان

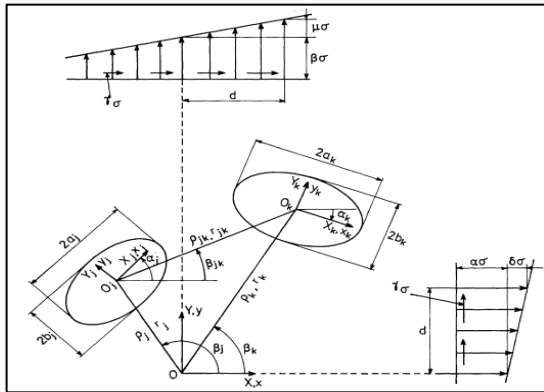
برای مقایسه بیشتر این رویکردها، مسیر ترک‌ها و نمودار نیرو- جابجایی در دو مثال دیگر بررسی شدند. در مثال اول، یک نمونه دو بعدی با سه حفره و یک ترک مدلسازی شده و مسیر ترک ناشی از اعمال تنش کششی در دو سمت نمونه با استفاده از هر دو رویکرد، شبیه‌سازی می‌شود. نتایج این رویکردها در شکل ۵ آمده است. همان طور که در این شکل دیده می‌شود، در رویکرد اول (شکل ۵-الف و ب) فقط ترک اولیه درون نمونه انتشار یافته و هیچ ترک دیگری حتی با وجود تمرکز تنش اتفاق نمی‌افتد. اما در رویکرد دوم (شکل ۵-ج و د) علاوه بر ترک اولیه، ترک‌های دیگری نیز از گره‌هایی که به بیشینه تنش اصلی می‌رسند، شروع شده و در مدل انتشار می‌یابند.



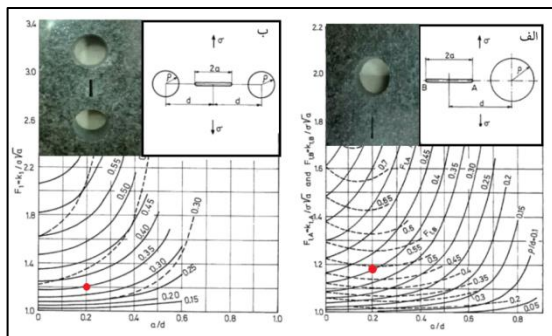
شکل ۵: رشد ترک اولیه در رویکرد اول (الف و ب) و ایجاد ترک‌های چندگانه در رویکرد دوم (ج و د)

شکل ۵ به طور بصری نشان می‌دهد که نتایج هر رویکرد می‌تواند تا حدود زیادی متفاوت از رویکرد دیگر باشد. با این وجود، برای انتخاب بهترین رویکردی که نتایج قابل اعتمادتری تولید می‌کند، نمودار نیرو- جابجایی در مثال دیگری نیز بررسی شد. در این مثال (شکل ۶ و ۷)، دو

یک ترک (شکل ۹-الف) و ب- دو حفره و ترک بین آنها (شکل ۹-ب) نشان داده شده است. بر این اساس، در ادامه تحقیق از الگوی مشابهی از حفره و ترک برای ساخت مدل‌های شبیه‌سازی و نمونه‌های آزمایشگاهی استفاده می‌شود تا امکان مقایسه بین نتایج تحلیلی، مدلسازی عددی و آزمایشگاهی فراهم گردد.



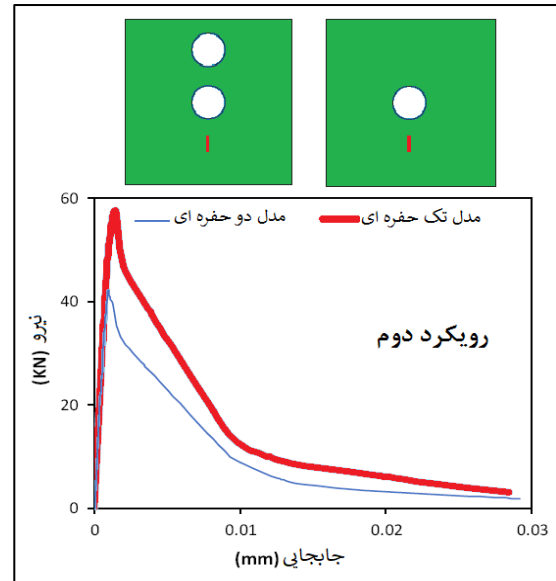
شکل ۸: توزیع تصادفی حفرات بیضوی در صفحه عریض [۳۴]



شکل ۹: ضریب شدت تنش در نمونه با یک حفره و یک ترک (الف) و در نمونه با دو حفره و یک ترک بین آنها (ب)، به همراه تصاویر نمونه‌های آزمایشگاهی (تغییر یافته از [۳۴])

۴-۱- صحت‌سنجی با استفاده از ضریب شدت تنش

برای ارزیابی روش XFEM مدل‌های عددی مشابه با نمونه‌های نشان داده شده در شکل ۹، طراحی و در هر مورد ضریب شدت تنش در نوک ترک با استفاده از نرم‌افزار آباکوس محاسبه گردید. در نمونه اول (شکل ۱۰-الف) یک حفره و ترک با مقادیر $a/d = 0.2$ و $\rho/d = 0.4$ مدلسازی شد که در آن $2a$ طول ترک، d فاصله مرکز ترک تا مرکز حفره و ρ شعاع حفره است. حل تحلیلی ضریب شدت تنش برای این نمونه در شکل ۹-الف با دایره قرمز و رنگ روی نمودار نشان داده شده است. طول، عرض و ضخامت صفحه ۸۰، ۸۰ و ۵۰ میلی‌متر و طول ترک و شعاع حفره ۸ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در این مدل ۸۴۳۰ المان با اندازه ۱/۵ میلی‌متر استفاده شد.



شکل ۱۰: نمودار نیرو-جابجایی در مدلسازی با رویکرد دوم (بخش‌بندی مدل و غنی‌نمودن هر یک به طور جداگانه)

۴-۲ ارزیابی تحلیلی

یک صفحه عریض حاوی توزیع دلخواه تنش ناشی از حفرات بیضوی، دایروی و ترک را در نظر بگیرید. ممکن است تجزیه و تحلیل تنش بسیار پیچیده باشد، اما می‌توان آن را مشابه با صفحه نامحدود در نظر گرفت. در بی‌نهایت فیزیکی، فرض می‌شود که این صفحه تحت تنش‌های زیر است:

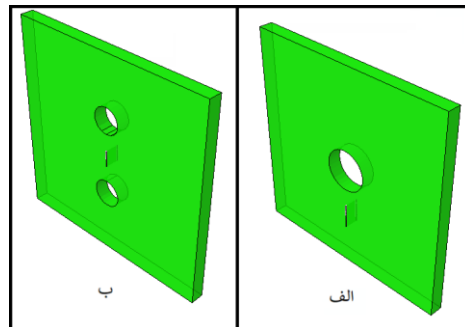
$$\sigma_x^\infty = \sigma \left(\alpha + \frac{\delta y}{d} \right), \quad \sigma_y^\infty = \sigma \left(\beta + \frac{\mu x}{d} \right), \quad \tau_{xy}^\infty = \sigma \gamma \quad (2)$$

که در آن σ تنش اعمال شده و α ، β ، δ و μ ثابت‌هایی هستند که در شکل ۸ نشان داده شده است. تابع تنش به صورت جمع رابطه (۳) نوشته می‌شود:

$$\chi = \chi_0 + \sum_{k=1}^N \chi_k \quad (3)$$

که در آن χ_0 مربوط به تنش در بی‌نهایت و χ_k توابع تنش دارای خاصیت تکینگی درون حفره‌ها هستند، که توسط مجموعه‌های لورنت^{۱۱} قابل‌گسترش است [۳۴].

سیخ [۳۴] رابطه (۳) را برای مدل‌های مشخصی بسط داده و آنها را به صورت تحلیلی حل نموده است. وی نتایج ضریب شدت تنش را به صورت عددی در جداول و نمودارهای مختلفی در کتاب خود ارائه نموده است. در شکل ۹ دو مورد از این نمودارها شامل الف- یک حفره و



شکل ۱۰: مدل‌های شبیه‌سازی شده. نمونه اول (الف) و نمونه دوم (ب)

لازم به ذکر است که نتایج فوق را با انتخاب اندازه مش ریز و بهبود نحوه بخش‌بندی نمونه، تا حدودی زیادی بهبود بخشید. یکی از نکات قابل توجه در مدلسازی XFEM انتخاب اندازه مش است که فاکتوری تأثیرگذار در نتایج روش‌های پیوسته به شمار می‌رود. انتخاب نوع المان درست و ایجاد مشی با اندازه بهینه، تأثیر بسزایی در دقت و همگرایی محاسبات روش‌های المان محدود دارد. یک اندازه مش نامناسب می‌تواند منجر به خطاهای قابل توجهی در نتایج عددی شود. از طرف دیگر، انتخاب یک مش با سلول‌های خیلی کوچک زمان محاسبات را افزایش داده، باعث تجمیع خطاها شده و در نهایت باعث القای سفتی در مدل می‌شود. به طور کلی همگرایی به نتایج درست، با اعتبارسنجی روش المان محدود ممکن است. این به آن معنی است که نتایج حل عددی نباید با کوچک‌تر شدن اندازه المان‌ها تغییر فاحشی داشته باشند. در مثال‌های این مطالعه (شکل ۱۰-الف و ب)، ابتدا از المان‌های درشتی استفاده شد. البته درشت بودن المان نیز پارامتری نسبی است و به ابعاد هندسی، جزئیات مسئله (مانند وجود حفره و ترک) و تجربه کاربر بستگی دارد. بعد از حل مسئله و تولید نتایج در مرحله اول، اندازه المان‌ها نصف شده و مسئله دوباره حل شد. این فرآیند آن قدر ادامه یافت تا جایی که دو نتیجه متوالی کمتر از ۱۰ درصد اختلاف داشته باشند. اجرای این روش در مورد مثال‌های شکل ۱۰-الف و ب نشان داد که اندازه المان اولیه جهت محاسبه ضریب شدت تنش با XFEM مناسب بوده است؛ چرا که با یک بار نصف کردن المان‌ها نتایج محاسبه این ضریب کمتر از ۲/۴ درصد تغییر یافته است (جدول ۳).

جدول ۳: مقایسه نتایج ضریب شدت تنش روش XFEM با نصف کردن اندازه المان‌ها

نمونه	ضریب شدت تنش		مقدار تغییرات نسبت به مش‌بندی (%)
	المان درشت	المان ریز	
اول	۱/۱۸	۱/۱۹	۰/۸
دوم	۱/۲۶	۱/۲۹	۲/۴

۵- ارزیابی تجربی

در این بخش، صحت و دقت روش XFEM در پیش‌بینی مسیر ترک با نتایج آزمایشات تجربی مقایسه و ارزیابی می‌شود. البته چنین آزمایشی در مقیاس تخلخل

نمونه دوم (شکل ۱۰-ب) حاوی دو حفره و یک ترک بین آنها با مقادیر $a/d = 0.2$ و $\rho/d = 0.35$ است. طول ترک و شعاع حفرات ۶ میلی‌متر در نظر گرفته شد. مانند نمونه قبل، ضریب شدت تنش این نمونه به طور تحلیلی از نمودار مربوطه (دایره قرمز رنگ در نمودار شکل ۹-ب) به دست می‌آید. در این مدل ۵۴۶۰ المان با اندازه ۱/۸ میلی‌متر استفاده شده است. در تمامی مدل‌ها واحد ضریب شدت تنش $MPa\sqrt{m}$ است. از آنجایی که نمونه‌های آزمایشگاهی در این مطالعه از جنس گرانیت هستند، خواص این مدل‌ها مشابه گرانیت در نظر گرفته شده که در جدول ۱ آمده است. علت استفاده از این سنگ در بخش‌های آتی تشریح می‌شود.

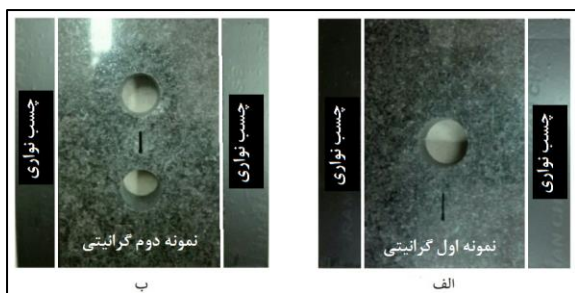
جدول ۱: خواص سنگ گرانیت [۳۵-۳۷]

چگالی ($\frac{Kg}{m^3}$)	انرژی شکست (J/m^2)	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	K_{IC} $MPa\sqrt{m}$
۲۷۰۰	۳۸/۵	۷۰/۶	۰/۲۵	۱/۶۵

هر دو نمونه تحت تنش کششی از دو طرف قرار گرفته و مقادیر ضریب شدت تنش با استفاده از مدلسازی XFEM محاسبه شد. این نتایج به همراه مقادیر تحلیلی آنها در جدول ۲ مقایسه شده‌اند. همان گونه که از این جدول بر می‌آید، نتایج شبیه‌سازی عددی بسیار نزدیک به مقادیر تحلیلی هستند.

جدول ۲: مقایسه نتایج ضریب شدت تنش حاصل از روش XFEM و سیخ [۳۴]

نمونه	ρ/d	a/d	ضریب شدت تنش		درصد اختلاف
			تحلیلی	XFEM	
اول	۰/۴	۰/۲	۱/۱۸	۱/۱۸	۰
دوم	۰/۳۵	۰/۲	۱/۲۰	۱/۲۶	۵



شکل ۱۱: نمونه‌های آزمایشگاهی. نمونه اول (الف) و نمونه دوم (ب). مرز چسب نواری و نمونه، محل قرارگیری فک دستگاه کشش است

برای اعمال تنش کششی روی نمونه‌ها و مشاهده مسیر ترک، در این مطالعه از ابزار کششی مدل STM-250 (شکل ۱۲-الف) استفاده شده است. این دستگاه برای تست کششی آسان و دقیق با هزینه کم طراحی شده است و تکنولوژی پیشرفته و مهندسی و کیفیت بالا، کاربر را قادر می‌سازد تا با سرعت و قابلیت اطمینان بالا آزمایش را انجام دهد. در هنگام آزمون کشش، نیروی جانبی فک باید افزایش یابد تا از لغزش یا رهائش ناگهانی نمونه جلوگیری شود. فک پنوماتیک خودکار، این نیروی جانبی را متناسب با افزایش بار کششی تأمین می‌کند و یکی از مهم‌ترین مزایای آن، افزایش یک نیروی ثابت توسط فشار پنوماتیکی به نیروی گیرش جانبی ناشی از اثر گوه‌ای فک خودکار، در طول آزمون است. این ویژگی باعث عدم لیز خوردن نمونه در طول آزمون می‌شود. نمونه‌ها از هر دو طرف به وسیله فک‌های دستگاه کشیده می‌شوند تا نیروی کششی همگنی روی نمونه اعمال شود. برای دقت بیشتر از چسب نواری در دو طرف نمونه استفاده شد تا فک‌های دستگاه از هر دو طرف، سطوح نمونه را به یک اندازه در بر بگیرند. این ابزار قادر است تنش کششی را هم به صورت عمود بر نمونه و هم با یک زاویه دلخواه نسبت به آن اعمال نماید. برای ایجاد چالش‌های بیشتر در این مطالعه، نمونه‌ها تحت تنش کششی با زاویه ۳۰ درجه نسبت به سطح افقی نمونه‌ها قرار گرفتند. این آزمون با اعمال جابجایی ۵ میلی‌متر برای هر فک انجام گردید. رشد ترک پدیده‌ای با سرعت زیاد است که بلافاصله پس از ایجاد ترک‌های آغازین به وجود می‌آید. از این رو، فقط مسیر ترک نمونه‌ها پس از شکست کامل در این مطالعه بررسی می‌شود چرا که ثبت مرحله‌ای مسیر رشد ترک، نیاز به تجهیزات تصویربرداری پیشرفته‌ای دارد که در این تحقیق در دسترس نبوده است.

نیاز به تجهیزات بسیار پیشرفته‌ای دارد که در این مطالعه دسترسی به آنها وجود نداشته است. روش دیسگر، مشابه‌سازی این آزمایش در مقیاس‌های بزرگ‌تر است. بنابراین یک سنگ همگن بدون تخلخل به عنوان ماده پیش تعیین شده روی آن تعبیه می‌شود. هر حفره نقش یک تخلخل با شکل مشخصی را ایفا می‌کند. از میان تمامی سنگ‌ها، گرانیت یک انتخاب مناسب به عنوان ماده زمینه برای این آزمایش است. گرانیت متشکل از مجموعه‌ای از کانی‌هایی با بافت دانه‌ای و تخلخل بسیار اندک است. از آنجایی که در این نمونه‌ها، اندازه کانی‌ها بسیار کوچک‌تر از حفرات است، بنابراین فرض همگن بودن ماده زمینه در مورد این سنگ صادق است. تنها پارامتری که می‌تواند روی مسیر ترک در گرانیت تأثیرگذار باشد، محل تماس دانه-به-دانه است که برای ساده‌سازی از این تأثیر در این مطالعه صرف‌نظر می‌گردد. البته نتایج نشان دادند که این ساده‌سازی نیز تأثیر چندانی روی مسیر ترک نداشته و فرضی قابل قبول است. از آنجایی که گرانیت سنگی نسبتاً سخت است، از دستگاه جت آب، برای ایجاد ترک و حفره روی نمونه استفاده شد. جت آب قادر است نمونه سنگ را براحتی برش دهد و حفراتی با هر الگو و اندازه‌ای بدون ایجاد ریزترک‌های ناشی از برش، ایجاد کند.

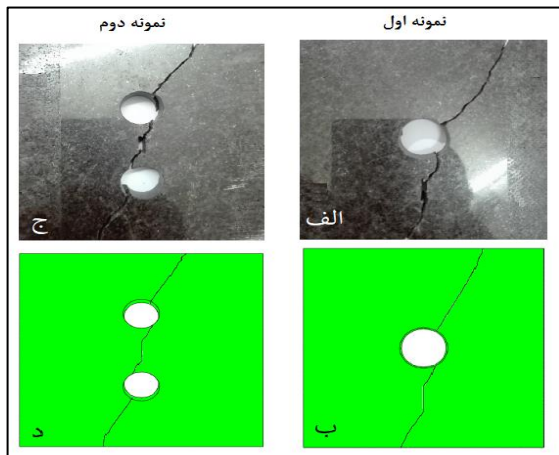
مانند بخش ارزیابی تحلیلی، دو نمونه گرانیتی با طول، عرض و ضخامت ۸۰، ۸۰ و ۱۵ میلی‌متر تهیه شدند. ضخامت این نمونه‌ها به گونه‌ای انتخاب شدند که فک‌های ابزار کشش قادر به گرفتن نمونه‌ها بدون ایجاد صدمه‌ای ناشی از فشار قرارگیری در فک باشند. نمونه اول شامل یک حفره در وسط نمونه و یک ترک است، در حالی که نمونه دوم حاوی دو حفره و ترکی در میان آنهاست که همگی به صورت متقارن در وسط نمونه تعبیه شدند. شکل و ابعاد دقیق این نمونه‌ها در شکل ۱۱ و جدول ۴ ذکر شده است.

جدول ۴: مشخصات نمونه‌های آزمایشگاهی

نمونه	طول ترک (میلی‌متر)	قطر حفره (میلی‌متر)
اول	۸	۱۶
دوم	۷	۱۲

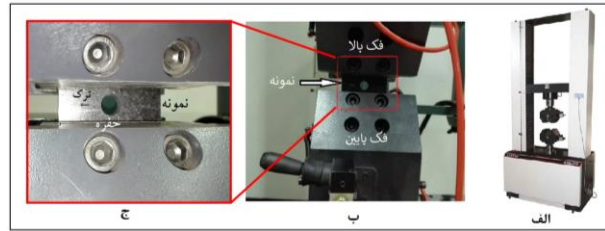
شکست استفاده می‌شود. در این معیار، شکست زمانی اتفاق می‌افتد که تنش وارده به المان از یک مقدار بحرانی مشخص بیشتر شود.

شکل ۱۴، نتایج مسیر رشد ترک در نمونه‌های آزمایشگاهی (شکل ۱۱-الف و ب) و حل عددی مربوط به همان نمونه‌ها با روش XFEM (شکل ۱۳-الف و ب) را نشان می‌دهد. همان‌طور که در هر دو نمونه انتظار می‌رود، تنش کششی در نوک ترک‌های اولیه، جایی که ترک‌های جدید رشد می‌یابند، متمرکز شده و ترک‌ها درون نمونه‌ها در جهت تقریباً عمود بر محور کششی رشد می‌یابند [۳۸]. این شکل نشان می‌دهد که رویکرد دوم مدل‌سازی با XFEM (تقسیم نمونه با حفرات خالی به بخش‌هایی مجزا و غنی کردن هر یک به طور جداگانه) قادر است مسیر ترک را مشابه چیزی که در واقعیت اتفاق می‌افتد، شبیه‌سازی کند.



شکل ۱۴: مقایسه مسیر رشد ترک در نمونه‌های آزمایشگاهی و مدل‌های عددی برای نمونه اول (الف و ب) و نمونه دوم (ج و د)

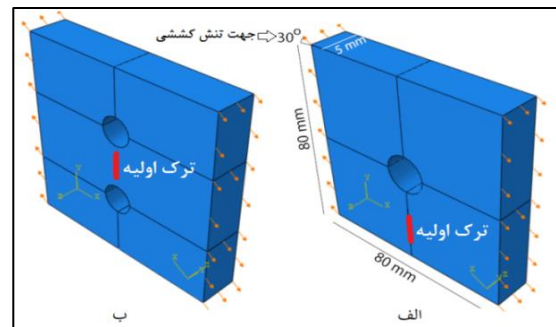
توزیع تنش در مراحل رشد ترک برای نمونه اول در شکل ۱۵ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۵-فیریم ۵ مشاهده می‌شود، تنش در سمت بالایی حفره و نیز نوک ترکی که به حفره نزدیک‌تر است، متمرکز می‌شود. بنابراین، ترک جدیدی از بالای حفره شروع به رشد کرده و همزمان ترک اولیه نیز مقداری گسترش می‌یابد. جهت رشد و گسترش این ترک‌ها، عمود بر محور تنش کششی اعمالی است. در فیریم ۲۸، تنش در نوک دیگر ترک متمرکز شده و ترک اولیه به سمت پایین گسترش می‌یابد. این در حالی است که ترک‌های قبلی به مسیر رشد خود ادامه می‌دهند. با گسترش ترک اولیه و نزدیک شدن به حفره، در نتیجه تأثیری که حفره روی میدان تنش نوک ترک دارد،



شکل ۱۲: ابزار کششی مدل STM-250 (الف)، نمونه در بین دو فک بالا و پایین قرار گرفته و تنش کششی با کشیدن نمونه از دو سمت اعمال می‌شود (ب) و قسمت مشخص شده در شکل (ب) با بزرگ‌نمایی بیشتر (ج)

۱-۵- صحت سنجی با استفاده از مسیر تجربی ترک

دو نمونه‌ای که در شکل ۱۱-الف و ب نشان داده شده‌اند، به صورت عددی و با XFEM در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شدند. شکل ۱۳ نشان‌دهنده چگونگی این مدل‌سازی‌ها است که در آن ویژگی‌های گرانیته (جدول ۱) به هر دو مدل اختصاص داده شد.



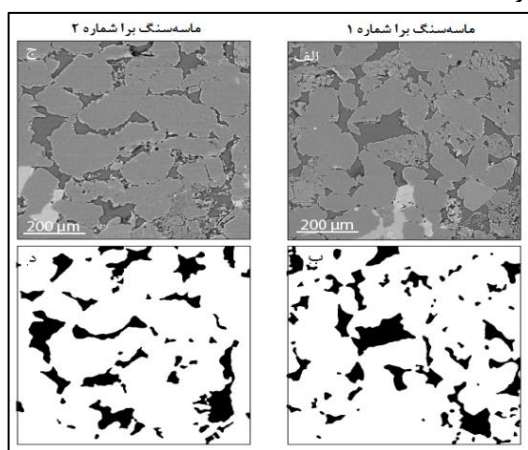
شکل ۱۳: هندسه و نحوه بارگذاری مدل‌های شبیه‌سازی شده. نمونه اول (الف) و نمونه دوم (ب). فلش‌ها در تصاویر، بیان‌گر جهت تنش کششی اعمالی بر نمونه‌ها هستند که با سطح افق ۳۰ درجه زاویه دارند

نمونه اول مانند نمونه شکل ۱۱-الف است به گونه‌ای که حفره در مرکز آن واقع شده و فاصله بین مرکز ترک و حفره ۲۰ میلی‌متر است. این مدل شامل ۱۹۲۳۳ المان از نوع C3D8R است که به اندازه ۵ میلی‌متر جابجایی، از طرفین با زاویه ۳۰ درجه کشیده می‌شود (شکل ۱۳-الف). نمونه دوم نیز مانند شکل ۱۱-ب است. ترک در مرکز نمونه واقع شده و فاصله بین مرکز ترک و مراکز حفرات ۱۵ میلی‌متر است. همچنین فاصله بین مرکز حفرات تا لبه مدل ۲۰ میلی‌متر است. این نمونه حاوی ۳۳۵۱۷ المان از نوع C3D8R بوده و به اندازه ۵ میلی‌متر جابجایی، از طرفین با زاویه ۳۰ درجه کشیده می‌شود (شکل ۱۳-ب). در این مدل‌ها از معیار بیشینه تنش اصلی به عنوان معیار

۶- مدلسازی سنگ متخلخل واقعی

به عنوان یک نمونه استاندارد سنگ مخزن، ماسه‌سنگ پرا^{۱۲} در این مطالعه استفاده شد. آندرا و همکاران [۳۹] این نمونه را به طور کامل تشریح کرده‌اند. بر اساس نتایج این محققین، بخش عمده‌ای از ماسه‌سنگ برا را کوارتز به همراه کانی‌های فرعی مانند فلدسپات-پتاسیم، کانی‌های رسی و زیرکن تشکیل می‌دهند. همچنین، مطالعات میکروسکوپ الکترونی نشان داده‌اند که زمینه سنگ به صورت یک جامد الاستیک همگن است. براساس نتایج آزمون‌های آزمایشگاهی، تخلخل این نمونه حدود ۲۰ درصد و تراوایی آن ۲۰۰ الی ۵۰۰ میلی‌داری است. تصویر میکرو-سی-تی اسکن سه بعدی این نمونه از $10.24 \times 10.24 \times 10.24$ و کسل با اندازه 0.74 میکرومتر تشکیل شده است.

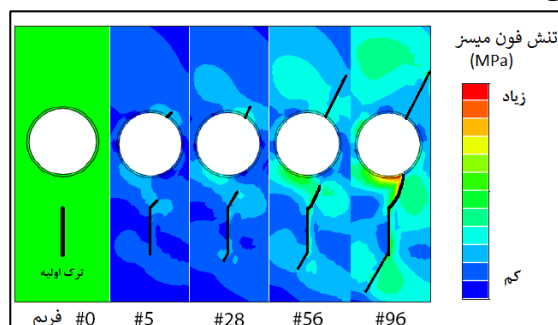
در تحقیق حاضر، از دو تصویر دو بعدی به نام‌های برا شماره ۱ و ۲ (شکل ۱۷- الف و ج) برای مدلسازی رشد ترک استفاده شده است. ابتدا این تصاویر مقیاس خاکستری^{۱۳}، با استفاده از روش حد آستانه^{۱۴}، قطعه‌بندی^{۱۵} شده و سپس تبدیل به تصاویری دودویی^{۱۶} شامل تخلخل (بخش‌های سیاه) و کانی (بخش‌های سفید) شدند. همچنین از یک فیلتر میانه^{۱۷} برای حذف پیکسل‌های ریز و جدا افتاده استفاده شده است (شکل ۱۷- ب و د).



شکل ۱۷: تصاویر میکرو سی-تی اسکن دو بعدی ماسه‌سنگ برا شماره ۱ (الف) و شماره ۲ (ج) و تصاویر قطعه‌بندی شده مربوطه (ب و د)

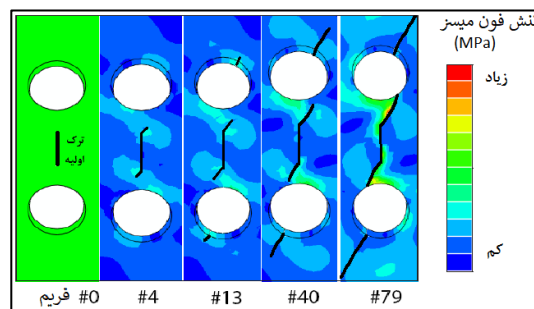
در مرحله بعد، از تصاویر دودویی به عنوان پایه‌ای برای ساخت هندسه مدل‌ها با روش XFEM استفاده گردید و ویژگی‌های کوارتز (جدول ۵)، به بخش‌های جامد مدل‌ها

ترک تا حد کمی به سمت حفره متمایل می‌شود (شکل ۱۵، فریم ۵۶). در نهایت، ترک اولیه در فریم ۹۶ به حفره می‌رسد.



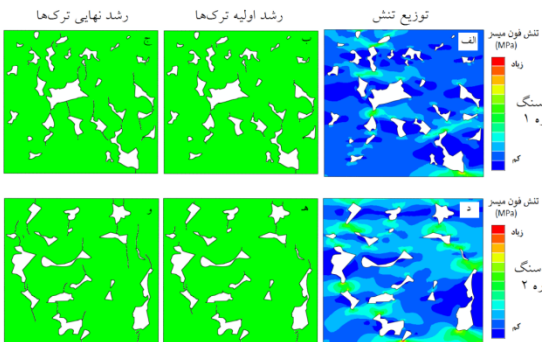
شکل ۱۵: توزیع تنش در مراحل مختلف رشد ترک برای نمونه اول

رشد مرحله‌ای ترک در نمونه دوم در شکل ۱۶ نشان داده شده است. همان طور که در فریم ۴ این شکل دیده می‌شود، هر دو نوک ترک اولیه شروع به رشد می‌کنند، در حالی که تنش در اطراف حفرات هنوز به بیشینه مقدار بحرانی نرسیده است. در فریم ۱۳، این تنش‌ها به مقدار بحرانی رسیده و در نتیجه ترک‌های جدیدی از حفرات شروع به رشد می‌کنند. به دلیل تأثیراتی که حفرات روی میدان تنش دارند، مسیر ترک‌هایی که از ترک اولیه رشد یافته‌اند، به سمت حفرات متمایل می‌شوند (شکل ۱۶، فریم ۴۰). در نهایت، ترک اولیه در فریم ۷۹ به حفرات رسیده و شکست نهایی اتفاق می‌افتد. مسیر کلی ترک نیز همان طور که انتظار می‌رفت، عمود بر محور تنش کششی اعمالی بر نمونه است. فرآیند رشد و انتشار ترک در این نمونه به دلیل الگوی متقارن ترک و حفرات و ماده همگن زمینه به شکل متقارنی صورت پذیرفته است.



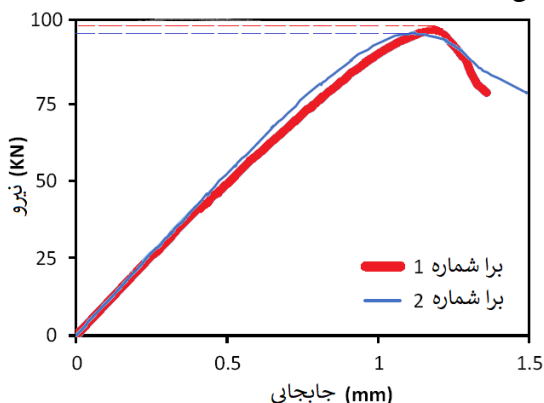
شکل ۱۶: توزیع تنش در مراحل مختلف رشد ترک برای نمونه دوم.

نیز بیشتر خواهد شد. این موضوع سبب می‌شود تا در نمونه‌هایی که تخلخل‌های بزرگ‌تری دارند، مقاومت بیشینه نمونه کاهش یابد.



شکل ۱۸: توزیع تنش و مراحل رشد ترک‌ها در مدل‌های ماسه‌سنگ برا شماره ۱ (الف-ب-ج) و ماسه‌سنگ برا شماره ۲ (د-ه-و)

از طرفی، عامل بسیار مهم دیگری که در رشد ترک‌ها و مقاومت بیشینه نمونه تأثیرگذار است، نحوه توزیع تخلخل‌ها است. هرچه تخلخل‌ها در یک راستا باشند و میزان پراکندگی آنها کم‌تر باشد، طول ترک ایجاد شده افزایش یافته و در نتیجه مقاومت بیشینه نمونه کاهش می‌یابد [۳۷]. مطابق با شکل ۱۸-ج و ۱۸-و، تخلخل‌ها در نمونه اول پراکندگی بیشتری داشته ولی در نمونه دوم، غالب تخلخل‌ها در یک راستا و عمود بر محور کشش قرار گرفته‌اند و طول ترک‌های ایجاد شده بیشتر از نمونه اول است. این امر سبب کاهش مقاومت بیشینه در نمونه دوم شده است که به خوبی در شکل ۱۹ (نمودارهای نیرو-جابجایی) نشان داده شده است.



شکل ۱۹: نمودار نیرو-جابجایی برای مدل‌های ماسه‌سنگ برا شماره ۱ و ۲

اختصاص داده شد. سپس هر دو مدل تحت جابجایی ۵ میلی‌متر در جهت افقی قرار گرفتند.

جدول ۵: خواص کوآرتز [۳۶،۳۷،۴۰]

چگالی () $(\frac{Kg}{m^3})$	انرژی شکست $(\frac{J}{m^2})$	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	K_{IC} $Mpa\sqrt{m}$
۲۷۰۰	۶/۷	۷۳	۰/۱۷	۰/۷

با وجود آن که تماس دانه-به-دانه ذرات کوآرتز در ماسه‌سنگ ممکن است، تأثیر بسزایی در مسیر رشد ترک داشته باشد، اما از این تأثیر در این مطالعه برای ساده‌سازی حل مسئله اجتناب شده است. هر چند این امر یک فرض قابل قبول برای کاربردهایی مانند شکست هیدرولیکی در شرایط فشار بالای مخزن است (برای مثال [۴۱]). معیار بیشینه تنش اصلی به عنوان معیار شکست استفاده شد و رفتار مدل‌ها بعد از شکست نیز به صورت جذب انرژی تعریف گردید. مدل شماره ۱ و ۲ هر کدام به ترتیب شامل ۷۴۰۰ و ۳۵۶۴ المان از نوع CPS4R هستند.

توزیع تنش و رشد ترک در هر دو مدل در شکل ۱۸ نشان داده شده است. بر اساس این شکل، رشد و انتشار ترک‌ها اغلب در نزدیکی تخلخل‌های بزرگتر اتفاق می‌افتند. همچنین رشد ترک‌های چندگانه در این شکل‌ها به وضوح دیده می‌شود که به نوعی معرف رفتار واقعی سنگ است. یکی از عوامل مؤثر بر رشد ترک در محیط‌های متخلخل، شکل تخلخل است. با اعمال نیرو در محیط متخلخل سنگی، تمرکز تنش در نوک تیز تخلخل‌ها به وجود آمده و سبب شروع ترک و گسیختگی نمونه می‌شود. مصداق این امر در شکل ۱۸-الف و ۱۸-ب مشخص است که بیشترین تمرکز تنش، در نوک تیز تخلخل‌ها به وجود آمده است.

مطابق شکل ۱۸-ب و ۱۸-ه، با گذشت زمان و اعمال بار کششی به مدل‌ها، رشد اولیه ترک‌ها از نقاط نوک تیز تخلخل‌ها شروع شده و تمام این ترک‌ها عمود بر راستای کشش، گسترش می‌یابند. همچنین با دقت در این شکل‌ها مشخص می‌شود که ترک‌ها عمدتاً از تخلخل‌های بزرگ‌تر اتفاق افتاده است. بنابراین عامل مؤثر دیگر در محیط‌های متخلخل اندازه تخلخل خواهد بود. از آنجا که تخلخل جزء جدایی ناپذیر سنگ است و رفتار مکانیکی این محیط‌ها را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. با ثابت بودن عوامل دیگر، هر چه اندازه تخلخل‌ها بزرگ‌تر باشد، امکان گسترش ترک

hydro-mechanical, FDEM formulation for modelling fracturing processes in discontinuous, porous rock masses. *Comput Geotech* 2017;81:1–18. doi:10.1016/J.COMPGEO.2016.07.009.

[4] Jing L, Hudson JA. Numerical methods in rock mechanics. *Int J Rock Mech Min Sci* 2002;39:409–27. doi:10.1016/S1365-1609(02)00065-5.

[5] Cundall PA. A computer model for simulating progressive large-scale movements in blocky rock systems. *Proceedings Symp. Int. Soc. Rock Mech. Nancy 2, 1971, p. No. 8.* doi:10.1111/j.1469-8137.1986.tb00632.x.

[6] Lisjak A, Grasselli G. A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses. *J Rock Mech Geotech Eng* 2014;6:301–14. doi:10.1016/J.JRMGE.2013.12.007.

[7] Bouhala L, Makradi A, Belouettar S. Thermo-anisotropic crack propagation by XFEM. *Int J Mech Sci* 2015;103:235–46. doi:10.1016/J.IJMECSCI.2015.09.014.

[8] Sivakumar G, Maji VB. Simulation of crack propagation in rocks by XFEM. *Proc. Conf. Recent Adv. Rock Eng. (RARE 2016), Paris, France: Atlantis Press; 2016.* doi:10.2991/rare-16.2016.46.

[9] Yang Y, Ju Y, Sun Y, Zhang D. Numerical study of the stress field during crack growth in porous rocks. *Geomech Geophys Geo-Energy Geo-Resources* 2015;1:91–101. doi:10.1007/s40948-015-0011-1.

[10] Abdollahipour A, Marji MF, Bafghi AY, Gholamnejad J. Time-dependent crack propagation in a poroelastic medium using a fully coupled hydromechanical displacement discontinuity method. *Int J Fract* 2016;199:71–87. doi:10.1007/s10704-016-0095-9.

[11] Behnia M, Goshtasbi K, Fatehi Marji M, Golshani A. On the crack propagation modeling of hydraulic fracturing by a hybridized displacement discontinuity/boundary collocation method. *J Min Environ* 2012;2:1–16. doi:10.22044/jme.2012.15.

[12] Hosseini-Nasab H, Fatehi-Marji M. A semi-infinite higher-order displacement discontinuity method and its application to the quasistatic analysis of radial cracks produced by blasting. *J Mech Mater Struct* 2007;2:1515–24.

[13] Haeri H, Khaloo A, Marji MF. A coupled experimental and numerical simulation of rock slope joints behavior. *Arab J Geosci* 2015;8:7297–308. doi:10.1007/s12517-014-1741-z.

[14] Rege K, Lemu HG. A review of fatigue crack propagation modelling techniques using FEM

۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، انتشار ترک در محیط متخلخل با استفاده از روش عددی المان محدود توسعه یافته، مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که برای مدل‌سازی XFEM محیط‌های متخلخل در نرم‌افزار آباکوس، رویکرد استفاده از بخش‌بندی مدل و غنی‌نمودن هر یک به طور جداگانه دقیق‌تر و معتبرتر از رویکرد استفاده از ضریب یانگ تضعیف شده برای محیط متخلخل است. در این مطالعه نیز چنین رویکردی برای ارزیابی قابلیت شبیه‌سازی رشد ترک با XFEM به کار گرفته شد. جهت صحت‌سنجی تحلیلی، ضریب شدت تنش یک بار از روی معادلات تنش و بار دیگر به صورت عددی محاسبه گردید. نتایج حاکی از هم‌خوانی مناسب آنها با خطایی کمتر از ۵ درصد است. از آنجایی که پیاده‌سازی آزمایش به طور تجربی در مقیاس تخلخل وجود نداشت، یک نمونه در مقیاس ماکرو با زمینه‌ای همگن (گرانیت) برای مشابه‌سازی آزمایش مورد استفاده قرار گرفت. از جت آب، برای ایجاد ترک و حفره در مدل‌های آزمایشگاهی استفاده شد. به وسیله یک دستگاه کشش، نمونه‌ها تحت تنش کششی قرار گرفته و شکستند. نتایج نشان داد که مسیر رشد ترک در محیط آزمایشگاه تطابق بسیار خوبی با مدل‌سازی عددی دارند. این امر حاکی از آن است که اگر از رویکردی مناسب در مدل‌سازی نمونه استفاده شود، روش عددی المان محدود توسعه یافته، قابلیت خوبی در شبیه‌سازی رشد و انتشار ترک در محیط‌های متخلخل سنگ را دارد. از این رو، این روش با رویکرد مذکور روی تصویر یک نمونه سنگ واقعی (ماسه‌سنگ برا) پیاده‌سازی و ترک‌های چندگانه در آن شبیه‌سازی گردید.

مراجع

- [1] Chang S-H, Lee C-I, Jeon S. Measurement of rock fracture toughness under modes I and II and mixed-mode conditions by using disc-type specimens. *Eng Geol* 2002;66:79–97. doi:10.1016/S0013-7952(02)00033-9.
- [2] Hoek E, Martin CD. Fracture initiation and propagation in intact rock – A review. *J Rock Mech Geotech Eng* 2014;6:287–300. doi:10.1016/J.JRMGE.2014.06.001.
- [3] Lisjak A, Kaifosh P, He L, Tatone BSA, Mahabadi OK, Grasselli G. A 2D, fully-coupled,

- physics. *GEOPHYSICS* 2016;81:D465–77. doi:10.1190/geo2015-0260.1.
- [26] Karimpouli S, Tahmasebi P, Saenger EH. Estimating 3D elastic moduli of rock from 2D thin-section images using differential effective medium theory. *GEOPHYSICS* 2018;83:MR211–9. doi:10.1190/geo2017-0504.1.
- [27] Hillerborg A, Modéer M, Petersson P-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cem Concr Res* 1976;6:773–81. doi:10.1016/0008-8846(76)90007-7.
- [28] Rezanezhad M, Lajevardi SA, Karimpouli S. Effects of pore-crack relative location on crack propagation in porous media using XFEM method. *Theor Appl Fract Mech* 2019;103:102241. doi:10.1016/j.tafmec.2019.102241.
- [29] Mohammadi S. *Extended Finite Element Method*. Oxford, UK: Blackwell Publishing Ltd; 2008. doi:10.1002/9780470697795.
- [30] Giner E, Sukumar N, Tarancón JE, Fuenmayor FJ. An Abaqus implementation of the extended finite element method. *Eng Fract Mech* 2009;76:347–68. doi:10.1016/j.engfracmech.2008.10.015.
- [31] Rodriguez-Florez N, Carriero A, Shefelbine SJ. The use of XFEM to assess the influence of intra-cortical porosity on crack propagation. *Comput Methods Biomech Biomed Engin* 2017;20:385–92. doi:10.1080/10255842.2016.1235158.
- [32] Belytschko T, Moes N, Usui S, Parimi C. Arbitrary discontinuities in finite elements. *Int J Numer Methods Eng* 2001;50:993–1013. doi:10.1002/1097-0207(20010210)50:4<993::AID-NME164>3.0.CO;2-M.
- [33] Rodriguez-Florez N. *Mechanics of cortical bone: exploring the micro- and nano-scale*. Imperial College London, 2015.
- [34] Sih GC. *Mechanics of fracture, 1. Methods of analysis and solutions of crack problems*. Materwiss Werksttech 1973;516. doi:10.1002/mawe.19730040714.
- [35] Arshadnejad S. Analysis of the First Cracks Generating Between Two Holes Under Incremental Static Loading with an Innovation Method by Numerical Modelling. *Math Comput Sci* 2017;2:120. doi:10.11648/j.mcs.20170206.15.
- [36] Zhang Z. An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock. *Int J Rock Mech Min Sci* 2002;39:401–6. doi:10.1016/S1365-1609(02)00032-1.
- [37] Bazant ZP, Kazemi MT. Size Effect in Fracture of Ceramics and Its Use To Determine Fracture Energy and Effective Process Zone Length. and XFEM. *IOP Conf Ser Mater Sci Eng* 2017;276:012027. doi:10.1088/1757-899X/276/1/012027.
- [15] Giner E, Sukumar N, Denia FD, Fuenmayor FJ. Extended finite element method for fretting fatigue crack propagation. *Int J Solids Struct* 2008;45:5675–87. doi:10.1016/J.IJSOLSTR.2008.06.009.
- [16] Golewski GL, Golewski P, Sadowski T. Numerical modelling crack propagation under Mode II fracture in plain concretes containing siliceous fly-ash additive using XFEM method. *Comput Mater Sci* 2012;62:75–8. doi:10.1016/j.commatsci.2012.05.009.
- [17] Dahi-Taleghani A, Olson JE. Numerical Modeling of Multistranded-Hydraulic-Fracture Propagation: Accounting for the Interaction Between Induced and Natural Fractures. *SPE J* 2011;16:575–81. doi:10.2118/124884-pa.
- [18] Khoei AR, Vahab M, Haghghat E, Moallemi S. A mesh-independent finite element formulation for modeling crack growth in saturated porous media based on an enriched-FEM technique. *Int J Fract* 2014;188:79–108. doi:10.1007/s10704-014-9948-2.
- [19] Gordeliy E, Peirce A. Enrichment strategies and convergence properties of the XFEM for hydraulic fracture problems. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2015;283:474–502. doi:10.1016/j.cma.2014.09.004.
- [20] Abdollahipour A, Fatehi Marji M, Yarahmadi Bafghi A, Gholamnejad J. Numerical investigation of effect of crack geometrical parameters on hydraulic fracturing process of hydrocarbon reservoirs. *J Min Environ* 2016;7:205–14. doi:10.22044/jme.2016.532.
- [21] Behnia M, Goshtasbi K, Marji MF, Golshani A. Numerical simulation of crack propagation in layered formations. *Arab J Geosci* 2014;7:2729–37. doi:10.1007/s12517-013-0885-6.
- [22] Ayatollahi MR, Pavier MJ, Smith DJ. Mode I cracks subjected to large T -stresses 2002:159–74.
- [23] Nasaj Moghaddam H, Keyhani A, Aghayan I. Modelling of Crack Propagation in Layered Structures Using Extended Finite Element Method. *Civ Eng J* 2016;2:180–8.
- [24] Baydoun M, Fries TP. Crack propagation criteria in three dimensions using the XFEM and an explicit-implicit crack description. *Int. J. Fract.*, vol. 178, Springer Netherlands; 2012, p. 51–70. doi:10.1007/s10704-012-9762-7.
- [25] Karimpouli S, Tahmasebi P. Conditional reconstruction: An alternative strategy in digital rock

J Am Ceram Soc 1990;73:1841–53. doi:10.1111/j.1151-2916.1990.tb05233.x.

[38] Bai QS, Tu SH, Zhang C. DEM investigation of the fracture mechanism of rock disc containing hole(s) and its influence on tensile strength. *Theor Appl Fract Mech* 2016;86:197–216. doi:10.1016/j.tafmec.2016.07.005.

[39] Andrä H, Combaret N, Dvorkin J, Glatt E, Han J, Kabel M, et al. Digital rock physics benchmarks—Part I: Imaging and segmentation. *Comput Geosci* 2013;50:25–32. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.005.

[40] Huang J-Q, Huang Q-A, Qin M, Dong W-J, Chen X-W. Experimental study on the dielectrostriction of SiO₂ with a micro-fabricated cantilever. *2009 IEEE Sensors, IEEE*; 2009, p. 1030–3. doi:10.1109/ICSENS.2009.5398528.

[41] Karimpouli S, Khoshlesan S, Saenger EH, Koochi HH. Application of alternative digital rock physics methods in a real case study: a challenge between clean and cemented samples. *Geophys Prospect* 2018;66:767–83. doi:10.1111/1365-2478.12611.

-
1. Distinct Element Method (DEM)
 2. Coulomb friction
 3. eXtended Finite Element Method (XFEM)
 4. Higher Order Displacement Discontinuity Method (HODDM)
 5. Boundary Element Method (BEM)
 6. FLAC
 7. Micro-Computed Tomography (μ CT)
 8. Fracture Process Zone (FPZ)
 9. Partition of Unity
 10. Heaviside Function
 11. Laurent
 12. Berea Sandstone
 13. Gray scale
 14. Thresholding
 15. Segmentation
 16. Binary
 17. Median filter