

## (پژوهشی)

## بهینه‌سازی مدل برنامه‌ریزی تولید بلند مدت با در نظر گرفتن عدم قطعیت عیار با روش آزادسازی لاگرانژی - الگوریتم خفاش

کامیار طلوعی<sup>۱</sup>، احسان موسوی\*<sup>۲</sup>، امیرحسین بانگیان تبریزی<sup>۳</sup>، پیمان افضل<sup>۴</sup>، عباس آقاجانی بزازی<sup>۵</sup>

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی نفت و معدن، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی

۲- استادیار، گروه مهندسی نفت و معدن، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی

۳- استادیار، گروه مهندسی نفت و معدن، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی

۴- دانشیار، گروه مهندسی نفت و معدن، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی

۵- استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشگاه کاشان

(دریافت: مرداد ۱۳۹۸، پذیرش: فروردین ۱۳۹۹)

## چکیده

یکی از ارکان اصلی برنامه‌ریزی معدن، برنامه‌ریزی تولید بلند مدت است که یک امر بسیار مهم در تحقیقات نظری استخراج معادن روباز بوده و توزیع جریان نقدینگی را در سراسر عمر معدن مشخص می‌نماید. در واقع هدف برنامه‌ریزی، پیشینه‌کردن ارزش خالص فعلی از مجموع سودهایی است که در آینده تولید می‌شوند. برای رسیدن به این هدف باید همه محدودیت‌های عملیاتی از قبیل شیب، آمیختن عیارهای مختلف، تولید ماده معدنی و ظرفیت استخراج راضی‌کننده باشند. طرح‌های تولید بلند مدت بهینه در برابر عدم قطعیت‌های مربوطه با داده‌های مدل بهینه‌سازی دارای حساسیت هستند. در میان عدم قطعیت‌ها، عدم قطعیت عیار، سهم عمده‌ای را در دقت برنامه‌ریزی تولید بلند مدت خواهد داشت. در این مقاله مدل ترکیبی به وسیله روش آزادسازی لاگرانژی و الگوریتم خفاش برای حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز ارائه شده که در آن عدم قطعیت عیار نیز لحاظ گردیده است. رویکردهای جدید پیشنهاد شده براساس بهینه‌سازی ضرایب لاگرانژی و مقایسه آن با روش سنتی است. الگوریتم خفاش برای به روزرسانی ضرایب لاگرانژی مورد استفاده قرار گرفته شده است. برای حل و اعتبارسنجی مدل به دست آمده، معدن سنگ آهن چادرملو به عنوان مورد مطالعاتی مناسب، در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از مطالعه موردی نشان می‌دهد که استراتژی ترکیبی می‌تواند راه‌حل قابل قبولی را نسبت به روش تقریبی سنتی ارائه کند؛ به طوری که، در طول یک دوره معین ارزش خالص فعلی با استفاده از روش ترکیبی پیشنهادی ۶/۶۹ درصد بیشتر از روش سنتی موجود است.

## کلمات کلیدی

معادن روباز، برنامه‌ریزی تولید بلند مدت، عدم قطعیت عیار، آزادسازی لاگرانژی، الگوریتم خفاش

\* عهده‌دار مکاتبات: [se.moosavi@yahoo.com](mailto:se.moosavi@yahoo.com)

## ۱- مقدمه

در عملیات معدنکاری در ابتدا از طریق پی‌جوئی و اکتشاف، محدوده‌ای که پتانسیل معدن شدن را دارد شناسایی شده و در سراسر منطقه کارهای اکتشافی از قبیل: حفاری، نقشه‌برداری و تفسیر زمین‌شناسی صورت می‌گیرد. در صورتی که روش روباز برای استخراج تأیید شود آنگاه مدل ماده معدنی به وسیله روش‌های مدل‌سازی عددی بسط داده می‌شود و ذخیره معدنی به زون‌هایی تقسیم‌بندی می‌شود که سرانجام این زون‌ها از طریق بلوک‌های مستطیلی شکل سه بعدی بلوک‌بندی می‌شوند. در هر بلوک عیار و عنصر کانسار و دیگر اطلاعات لازم از طریق مغزه‌گیری گمانه‌های حفاری مشخص می‌شود که در ارزیابی اقتصادی ارزش بلوک‌ها از آنها استفاده می‌شود. سپس از مدل توده معدنی که شامل توزیع کانسار و ارزش اقتصادی مورد انتظار آن می‌باشد در تعیین محدوده نهایی پیت مورد استفاده قرار می‌گیرند، که محدوده اقتصادی معدن را مشخص می‌نماید. به بیان دیگر، برنامه‌ریزی تولید سالانه یک مساله تصمیم‌گیری است که در آن بلوک‌ها در درون محدوده پیت باید به گونه‌ای و در زمانی استخراج شوند که بیشترین ارزش خالص فعلی<sup>۱</sup> (NPV) با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود حاصل شود. بلوک‌ها در داخل حجم‌های بزرگ‌تری که فاز استخراجی نامیده می‌شوند، جمع می‌شوند که آنها را می‌توان در طول زمان مشخص استخراج نمود. مشکل در یافتن مناسب‌ترین راه ممکن برای جمع‌آوری بلوک‌ها در یک حجم که بتواند بیشترین مقدار ارزش خالص فعلی را بدهد، است.

صرف نظر از رویکردی که برای مقابله با این مساله مورد استفاده قرار می‌گیرد، مساله اصلی که باید حل شود، بزرگ‌مقیاس‌بودن مساله برنامه‌ریزی تولید در معادن روباز با توجه به صرف یک زمان معقول است. ذخیره ماده معدنی ممکن است حاوی میلیون‌ها بلوک باشد که ممکن است در بیش از یک افق برنامه‌ریزی قرار گیرند و معمولاً ۵ تا ۳۰ سال این امر به طول می‌انجامد در حالی که محدودیت‌های فیزیکی و عملیاتی سبب بروز عدم قطعیت‌ها در داده‌های ورودی می‌شود. این امر سبب ایجاد یک مساله بهینه‌سازی ترکیبی می‌شود که حل آن با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی کنونی که در دسترس است ممکن است بسیار

مشکل و هزینه‌بر باشد. در سال‌های اخیر یک رویکرد جدید از الگوریتم‌های محاسباتی ارزان‌تر نظیر تکنیک‌های فراابتکاری<sup>۲</sup> توجه بیشتر محققان را برای حل مسائل و طراحی‌ها و مشکلات برنامه‌ریزی در تولید، به خود جلب کرده است. اگرچه این تکنیک‌ها بهینه‌سازی را به عنوان یک راه حل نهایی برای تولید تضمین نمی‌کنند، اما می‌توانند راه‌حل‌های مناسب را برای تولید با هزینه محاسباتی کمتر ارائه دهند.

جانسون<sup>۳</sup> [۱] در جهت تقویت تکنیک‌های تحقیق در عملیات در فرآیندهای بهینه‌سازی، مدل برنامه‌ریزی خطی<sup>۴</sup> (LP) را توسعه و گسترش داد. ویلیامز<sup>۵</sup> [۲] روشی را برای برنامه‌ریزی تولید معدن پیشنهاد کرد. در این روش علاوه بر برنامه‌ریزی پویا از برنامه‌ریزی عدد صحیح، روش جریان شبکه و برنامه‌ریزی پارامتری نیز استفاده شده است. گرشان<sup>۶</sup> [۳] روش LP را همراه با مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط<sup>۷</sup> (MIP) برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید معادن مطرح نمود که اجازه می‌داد بخشی از بلوک با توجه به شرایط اولویت، استخراج بلوک‌های کامل موجود در پیشروی، استخراج شود. سپس، داگدین و جانسون<sup>۸</sup> [۴] با استفاده از روش آزادسازی لاگرانژی<sup>۹</sup> (LR) مسئله بزرگ MIP را تجزیه و حل نمود. الولی<sup>۱۰</sup> [۵] راه‌حلی را برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید و تعیین محدوده نهایی پیت به طور همزمان ارائه داد. وی در روش خود از تکنیک‌های تحقیق در عملیات و هوش مصنوعی استفاده کرد. راونزکرافت<sup>۱۱</sup> [۶] تحلیل ریسک را در برنامه‌ریزی تولید معادن مطرح نمود. این روش تنها تأثیر عدم قطعیت عیار را در برنامه‌ریزی تولید بر اساس سناریوهای متناوب از کانسار که به وسیله شبیه‌سازی شرطی آماده شده، نشان می‌دهد. تولوینسکی<sup>۱۲</sup> [۷] روشی را معرفی نمود که بلوک‌های موجود در هر پله را ترکیب می‌نمود که در اصطلاح اتم گفته می‌شوند و در روش لرج گراسمن<sup>۱۳</sup> [۸] مورد استفاده قرار می‌گیرند و پوش‌بک‌هایی را که ترکیبی از همان اتم‌هاست، به وجود می‌آورد. این روش با استفاده از کاربرد برنامه‌ریزی پویا، مکانیزم برنامه‌ریزی تولید را به وجود می‌آورد. همچنین، آکایک و داگدین<sup>۱۴</sup> [۹] روش آزادسازی چهار بعدی شبکه را ارائه کردند. در این روش علاوه بر این که از مفهوم عیار حد پویا استفاده شده است، این قابلیت را نیز دارد که دپوهای کانسنگ را در مدل برنامه‌ریزی تولید

بلوک به عنوان مسیرهای پیاده‌روی فرمون<sup>۲۶</sup> که نشان دهنده مطلوبیت بلوک برای بودن در عمیق‌ترین نقطه از معدن در آن ستون برای دوره معدنکاری داده شده، در نظر گرفته شده است. دیمیتراکوپولوس و جیوبالی<sup>۲۷</sup> [۱۹] رویکرد جدیدی برای برنامه‌ریزی تولید تصادفی چند مرحله‌ای معدن ارائه و در یک معدن طلا مورد آزمایش قرار دادند. این رویکرد، اطلاعات با مقیاس کوچک پیکره کانسنگ را در قالب داده‌های کنترل عیار در نظر می‌گیرد. سلیمانی شیشوان و ستاروند [۲۰] یک روش تقریب فوق ابتکاری جدید بر اساس بهینه‌سازی کلونی مورچه برای حل مسائل برنامه‌ریزی تولید معدن روباز ارائه کردند. روش پیشنهادی یک روش بهینه‌سازی سه‌بعدی است که قابلیت در نظر گرفتن هر نوع تابع هدف، محدودیت غیرخطی و محدودیت‌های فنی واقعی را دارد. مختاریان و ستاروند [۲۱] یک روش فراابتکاری جدید و محاسباتی ارزان بر اساس الگوریتم رقابت استعماری<sup>۲۸</sup> برای برنامه‌ریزی تولید بلند مدت از معادن روباز ارائه کردند. الگوریتم پیشنهادی قواعد اصلی فرایند جذب را اصلاح می‌کند. همچنین، نامبردگان [۲۲] یک رویکرد جدید برای اعمال عدم قطعیت قیمت محصول در برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز ارائه کردند. لامهاری و دیمیتراکوپولوس [۲۳] یک روش دو مرحله‌ای جهت بهینه‌سازی مسائل بزرگ و پیچیده صنعت معدنکاری در زمانی که برنامه‌ریزی تولید در معادن روباز تحت تاثیر عدم قطعیت فلزی قرار دارند، ارائه کردند. سپس، نویسندگان [۲۴] یک فرمول جدید برای مسائل برنامه‌ریزی تولید معادن روباز با اختصاص عدم قطعیت فلز و با توجه به مقصدهای متعدد مواد معدنی استخراج شده از جمله انباشتگاه‌ها، ارائه نمودند. همچنین نتایج چهار روش ابتکاری مختلف را برای مساله با هم مقایسه کردند.

این مقاله بر روی کاربرد تکنیک‌های فراابتکاری در حل مسائل مربوط به برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز و میزان بهره‌وری و قابلیت‌های آنها، با توجه به عدم قطعیت عیار، تمرکز دارد. در این مقاله، یک مدل ترکیبی بهینه به وسیله روش آزادسازی لاگرانژی و الگوریتم خفاش<sup>۲۹</sup> (BA) برای حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز ارائه شده که در آن عدم قطعیت عیار نیز لحاظ گردیده است. رویکرد جدید پیشنهاد شده بر اساس بهینه‌سازی ضرایب لاگرانژ و مقایسه آن با روش سنتی است. همچنین نتایج حاصل از رویکرد ارائه شده، با رویکرد ترکیبی مبتنی

در نظر بگیرد. ویتل<sup>۱۵</sup> [۱۰] الگوریتم میلاوا<sup>۱۶</sup> را ارائه کرد، بدین صورت است که تعدادی از پله‌ها را در پوش بک به صورت یک متغیر در نظر می‌گیرد و از تکنیک جستجو به نام الگوریتم "گام کوتاه و گام بلند" استفاده می‌کند که مشخص کننده محدوده کانسار پرارزش است، این روش از روش مشخص نمودن بلوک‌های معدنی به صورت انفرادی بهتر است. جانسون و همکاران [۱۱] روشی را بر اساس مفهوم "درخت پایه"<sup>۱۷</sup> برای کاهش تعداد متغیرهای صفر و یک در برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه داد.

دیمیتراکوپولوس و رمضان<sup>۱۸</sup> [۱۲] یک مدل برنامه‌ریزی خطی را برای برنامه‌ریزی تولید، مبتنی بر ریسک در معادن ارائه دادند. در این روش پس از ساختن مدل‌های شبیه‌سازی شده کانسار، برای هر یک از مدل‌ها، الگوهای برنامه‌ریزی بر اساس فرمول‌بندی برنامه‌ریزی عدد صحیح مرکب سنتی حاصل شد. همچنین رمضان و دیمیتراکوپولوس [۱۳] مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن ارائه دادند. با به کارگیری این مدل، زمان حل مدل به دلیل استفاده از متغیرهای دودویی<sup>۱۹</sup> (صفر و یک) کاهش خواهد یافت. محققین [۱۴] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح تصادفی جهت بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز ارائه کردند که با مدل‌های شبیه‌سازی شده کانسار چندگانه تفسیر می‌شود. این مدل شامل تابع هدفی است که ارزش خالص فعلی معدنکاری را بیشینه می‌نماید و نیز ریسک زمین‌شناسی را در بر می‌گیرد. در واقع ریسک زمین‌شناسی با استفاده از مدل شبیه‌سازی به دست می‌آید. در این مدل ارائه شده محدودیت شیب و ذخیره لحاظ نشده است. بولند و همکاران<sup>۲۰</sup> [۱۵] رابطه‌ای براساس MIP، برای زمان‌بندی فرآیند استخراج با استفاده از روش جداسازی تکرار شونده<sup>۲۱</sup> ارائه کردند. بلی و همکاران<sup>۲۲</sup> [۱۶] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسائل برنامه‌ریزی تولید معادن روباز ارائه کردند. لامهاری و دیمیتراکوپولوس<sup>۲۳</sup> [۱۷] مسائل مربوط به برنامه‌ریزی تولید در معادن روباز را با در نظر گرفتن عدم قطعیت فلز با رویکرد استفاده از راهکارهای فراابتکاری براساس جستجوی ممنوعه مورد مطالعه قرار دادند. ستاروند و نیمان-دلیوس<sup>۲۴</sup> [۱۸] الگوریتم فراابتکاری جدیدی بر اساس بهینه‌سازی کلونی مورچه<sup>۲۵</sup> (ACO) ارائه کردند. برای اعمال فرآیند مذکور در مسائل برنامه‌ریزی معدن، یک سری از متغیرها برای هر

که:

$g_n$  عیار متوسط بلوک  $n$  است و  $O_n$  تناژ کانسنگ در بلوک  $n$  است.

#### ۲-۲-۱-۲- محدودیت مرز پایین

میانگین عیار مواد ارسال شده به کارخانه باید بیشتر یا برابر مقدار معین باشد،  $G_{max}$  برای هر دوره،  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (g_n - G_{min}) \times O_n \times X_n^t \geq 0 \quad (۳)$$

#### ۲-۲-۲- محدودیت ذخیره

محدودیت ذخیره برای هر بلوک نشان می‌دهد که تمام بلوک‌های مورد نظر در مدل باید یک بار استخراج شوند.

$$\sum_{t=1}^T X_n^t \leq 1 \quad \forall n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (۴)$$

#### ۲-۲-۳- محدودیت ظرفیت فرآوری

کل تناژ کانسنگ فرآوری شده در هر دوره  $t$  نمی‌تواند بیش از ظرفیت فرآوری ( $PC_{max}$ ) باشد:

$$\sum_{n=1}^N (O_n \times X_n^t) \leq PC_{max} \quad (۵)$$

#### ۲-۲-۴- محدودیت ظرفیت معدنکاری

مقدار کل مواد (کانسنگ و باطله) معدنکاری شده، نمی‌تواند بیش از ظرفیت کل تجهیزات موجود ( $PC_{max}$ ) برای هر دوره ( $t$ ) باشد:

$$\sum_{n=1}^N (O_n + W_n) \times X_n^t \leq MC_{max} \quad (۶)$$

که:

$W_n$  تناژ باطله در بلوک  $n$  است.

#### ۲-۲-۵- محدودیت شیب

این محدودیت بدین منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد که این اطمینان حاصل شود که فقط زمانی بلوک  $k$  مورد استخراج قرار می‌گیرد که بلوک‌های قبلی یا بلوک‌های واقع در بالای بلوک مدنظر در حال استخراج، و یا در دوره زمانی  $t$  قبلی مورد استخراج قرار گرفته باشند و برای اطمینان از این امر که شیب پایدار رعایت شده است:

بر روش آزادسازی لاگرانژی و الگوریتم ژنتیک نیز مقایسه شده است. با الگوریتم خفاش برای به روزرسانی ضرایب لاگرانژ مورد استفاده قرار گرفته است. برای بررسی کارایی مدل ارائه شده، روش پیشنهادی با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملیاتی و فیزیکی در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از مدل ترکیبی ارائه شده نشان می‌دهد که این روش در حل مسائل بهینه‌سازی خطی بزرگ مقیاس سریع‌تر و با دقت بیشتری در تشخیص بهترین راه‌حل عمل می‌کند.

## ۲- مدل سنتی برنامه‌ریزی تولید بلند مدت در معادن روباز

### ۲-۱- تابع هدف

تابع هدف مرسوم مدل برنامه‌ریزی تولید بلند مدت در معادن روباز به صورت رابطه (۱) است:

$$\text{Maximize } Z(X) = \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \frac{NV_n^t}{(1+r)^t} \times X_n^t \quad (۱)$$

که:

$n$ : شمارنده بلوک،  $n = 1, 2, \dots, N$  تعداد کل بلوک‌هایی است که باید برنامه‌ریزی شوند؛  $t$  شاخص زمانی برنامه‌ریزی است،  $t = 1, 2, \dots, T$  تعداد کل دوره‌های برنامه‌ریزی است؛  $NV_n^t$  ارزش خالصی است که توسط بلوک معدن  $n$  در دوره  $t$  تولید می‌شود.  $r$  نرخ تنزیل در هر دوره است؛  $X_n^t$  متغیر دودویی است.

### ۲-۲- محدودیت‌ها

#### ۲-۲-۱- محدودیت اختلاط عیار

یکی از مهم‌ترین مسائل در برنامه‌ریزی تولید، عیار کانسنگ است که باید در هنگام ارسال به کارخانه فرآوری، در محدوده مشخصی نگه داشته شود. از این رو، عیار کانسنگ که به آسیاب فرستاده می‌شود باید بین دو مرز تعریف شود.

#### ۲-۲-۱-۱- محدودیت مرز بالا

میانگین عیار مواد ارسالی به کارخانه باید کمتر از مقادیر مشخصی باشد،  $G_{max}$  برای هر دوره،  $t$ :

$$\sum_{n=1}^N (g_n - G_{max}) \times O_n \times X_n^t \leq 0 \quad (۲)$$

$$YX_k^t - \sum_{y=1}^l \sum_{r=1}^t X_y^r \leq 0, \forall y = 1, 2, \dots, l, \forall k = 1, 2, \dots, N, \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

که:

$k$  نشان دهنده یک بلوک در نظر گرفته شده جهت استخراج در دوره  $t$  است،  $Y$  تعداد کل بلوک‌ها بالاسر بلوک  $k$  است.

### ۳- ضرورت احتساب عدم قطعیت عیار در مدل برنامه‌ریزی تولید بلند مدت

برنامه‌ریزی تولید بلند مدت در معادن روباز امری شناخته شده است و به خوبی مشکلات آن در صنعت معدن مورد بحث قرار گرفته شده است. رویکردهایی که در مقابل با این مشکل مورد استفاده قرار می‌گیرد را به طور گسترده می‌توان به روش‌های مرسوم (قطعی) و رویکردهای بر پایه عدم قطعیت تقسیم کرد. در رویکردهای مرسوم فرایند برنامه‌ریزی معمولاً با ساخت یک مدل بلوک زمین‌شناسی شروع می‌شود که به سنگ معدن و سنگ‌های مجاور در داخل یک آرایه سه بعدی منظم تقسیم می‌شوند که معمولاً اندازه بلوک‌ها یکسان است. سپس مجموعه‌ای از ویژگی‌ها نظیر عیار، وزن مخصوص و غیره برای هر یک از این بلوک‌ها تعیین و با استفاده از برخی از تکنیک‌های ویژه درون‌یابی مانند کریجینگ، روش فاصله معکوس و غیره تخمین زده می‌شوند و اطلاعات نمونه‌های حاصل از گمانه‌ها ارزیابی می‌شوند. این ویژگی‌های تخمین زده شده بلوک سپس برای تعیین ارزش اقتصادی این بلوک‌ها و فرایندهای معدنکاری نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل‌های بلوکی اقتصادی و زمین‌شناختی به عنوان ورودی‌های پایه برای مساله برنامه‌ریزی تولید بعدی هستند [۲۵]. یک اشکال مهم و کلیدی این رویکرد این است که فرض می‌شود کلیه پارامترهای ورودی با قطعیت شناخته شده است در حالی که برعکس، تقریباً همیشه عدم قطعیت به همراه این پارامترها وجود دارد که نادیده گرفتن آنها ممکن است سبب اتخاذ تصمیمات غیر واقعی و اشتباه در برنامه‌ریزی شود [۲۶، ۲۷].

عدم قطعیت در پارامترهای ورودی ممکن است به دلیل تکنیک‌های فنی مختلف (زمین‌شناسی، معدنکاری) و

عوامل زیست‌محیطی یا مالی که به هر نحوی بر روی فرآیند برنامه‌ریزی استخراج از معادن تأثیرگذار هستند، باشد. عدم قطعیت ناشی از فاکتورهای زمین‌شناسی که معمولاً از آنها به عنوان عدم قطعیت زمین‌شناسی یا عیار یاد می‌شود، مهم‌ترین منبع عدم قطعیت برای فرآیندهای برنامه‌ریزی تولید در معادن روباز، هستند. این عدم قطعیت در عیار/ زمین‌شناسی به دلیل این واقعیت است که مقادیر عیار بلوک‌های انفرادی با استفاده از نمونه داده‌های پراکنده گمانه‌های حفاری تخمین زده می‌شود و معمولاً دارای یک سطح معنی‌دار و متغیر از عدم قطعیت‌ها در ارتباط با هر یک از مقادیر برآورد شده هستند. تکنیک‌های شبیه‌سازی زمین‌آماري چارچوبی را برای تعیین میزان این کمیت عدم قطعیت عیار با توجه به شبیه‌سازی میزان تولید چندگانه کانسنگ، فراهم می‌سازد [۲۸، ۲۹]. تکنیک‌های موجود، فرصت ادغام عدم قطعیت عیار با فرآیند برنامه‌ریزی تولید را فراهم می‌کند و در این شرایط تولید بهینه و میزان NPV سالانه به حداکثر میزان عملیاتی خود خواهد رسید. در سال‌های اخیر مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی مختلفی برای یکپارچه‌سازی عدم قطعیت عیار و برنامه‌ریزی پیشنهاد شده است که منجر به تولید یک برنامه جامع‌تر و در نتیجه به یک تولید بهینه و واقعی‌تر منجر شده است [۳۰، ۳۱].

دنبای و شفیلد<sup>۳۰</sup> [۳۲] الگوریتمی که واریانس عیار ماده معدنی را در طراحی و برنامه‌ریزی معادن روباز تحت عدم قطعیت عیار در نظر می‌گرفت، بر اساس الگوریتم ژنتیک<sup>۳۱</sup> (GA) پیشنهاد دادند؛ آنها از روش بهینه‌سازی چند هدفه استفاده نمودند. هدف آنها از ارائه این مدل پیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی و کمینه‌سازی ریسک بوده است. داود<sup>۳۲</sup> [۳۳] یک چارچوب و روشی را برای ارزیابی ریسک در معادن روباز پیشنهاد داد. وی همچنین برخی متغیرهای تصادفی دیگری نظیر قیمت محصول، هزینه‌های معدنکاری، هزینه‌های فرآوری و غیره را مطرح نمود. دیمیتراکوپولوس و همکاران<sup>۳۳</sup> [۳۴] پیشنهادی ارائه کردند که با در نظر گرفتن عدم قطعیت زمین‌شناسی، برنامه‌ریزی تولید بهینه به دست خواهد آمد. نامبردگان همچنین یک استدلال اقتصادی برای تلفیق عدم قطعیت تناژ و عیار در طراحی و برنامه‌ریزی تولید معادن روباز نشان دادند. متعاقب این خط مشی که، ضرورت روش‌های بهینه‌سازی این است که بتوانند عدم قطعیت‌ها را به طور کامل و تمام

بیشینه نموده و انحراف از اهداف تولید را در حضور عدم قطعیت کانسنگ / فلز کمینه کرد. کوشاوند و همکاران [۴۲] روشی برای محاسبه عدم قطعیت هزینه در یک برنامه‌ریزی تولید براساس انحراف از تولید هدف ارائه کردند. الگوریتم برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط پیشنهادی برای پیدا کردن توالی استخراج بلوک‌ها از یک پوسته پیت از پیش تعریف شده و مقاصد مربوطه فرموله شده است. گودفیلو و دیمیتراکوپولوس [۴۳] یک مدل بهینه‌سازی جهانی تصادفی دو مرحله‌ای جدید برای برنامه‌ریزی تولید مجتمع‌های معادن روباز با عدم قطعیت ارائه کردند. سه ترکیب از الگوریتم‌های فراابتکاری، از جمله تبرید شبیه‌سازی شده، بهینه‌سازی ذرات<sup>۳۸</sup> (PSO) و تکامل دیفرانسیل<sup>۳۹</sup>، برای ارزیابی عملکرد فرایند حل را بررسی کردند. سپس خان<sup>۴۰</sup> [۴۴] از دو تکنیک فراابتکاری مبتنی بر جمعیت بر اساس بهینه‌سازی ذرات و الگوریتم خفاش (BA) برای حل یک مساله خاص تصادفی از مساله برنامه‌ریزی تولید معادن روباز استفاده کرد. بدین صورت که از مدل برنامه‌ریزی دو مرحله‌ای تصادفی برای حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز تحت شرایط عدم قطعیت عیار استفاده نمود.

#### ۴- مدل برنامه‌ریزی بلند مدت با در نظر گرفتن عدم قطعیت عیار

مدل مبتنی بر برنامه‌ریزی عدد صحیح به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت عیار توسعه داده شده است. در این رویکرد، احتمال برای هر بلوک  $(PI_n)$  تعیین می‌شود که نشان‌دهنده احتمال تولید  $n$  برای هر بلوک در مدل بلوک است. عملکرد مدل باید به گونه‌ای باشد تا بلوک‌های با قطعیت بالاتر (عدم قطعیت کمتر) در دوره‌های نخست از معدنکاری، استخراج شوند و بلوک‌های دارای قطعیت کمتر در دوره‌های بعدی استخراج شوند. بنابراین، تابع هدف جدید به شکل زیر به تابع هدف مدل سنتی اضافه می‌گردد:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } Z(X) \\ & = \sum_{n=1}^N \sum_t \frac{NV_n^t}{(1+r)^t} \quad (۸) \\ & \times PI_n \times X_n^t \end{aligned}$$

تابع هدف با در نظر گرفتن محدودیت‌های رابطه‌های (۲) تا (۷) است.

مطرح نمایند و لازمه این امر، روش‌های شبیه‌سازی مؤثری است. از این‌رو، در مطالعات گادی و دیمیتراکوپولوس<sup>۳۴</sup> [۳۵] این جهت‌گیری به چشم می‌خورد. آنها الگوریتمی که وضعیت مطلوب و بهینه را تحت عدم قطعیت زمین‌شناسی توسعه و گسترش می‌داد، ارائه کردند. در ابتدا آنها برنامه‌ریزی تولید را بر روی هر کانسار شبیه‌سازی شده به وجود آوردند، سپس مراحل استخراج را برای تولید یک برنامه‌ریزی واحد ترکیب کردند که شانس انحراف از تولید را کمینه می‌کرد. روش مذکور بر اساس روش شبیه‌سازی تعدیل شده<sup>۳۵</sup> انجام شده است. رمضان و دیمیتراکوپولوس [۳۶] مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلطی را پیشنهاد دادند که در آن عدم قطعیت عیار، دخالت داده شده است. گذشته از این اقدامات، یک مدل بر اساس برنامه‌ریزی تصادفی توسط غلام‌نژاد و همکاران [۳۷] توسعه داده شد؛ در این مدل عدم قطعیت عیار به طور صریح در مدل برنامه‌نویسی ریاضی برای برنامه‌ریزی تولید بلند مدت دخالت داده شده که با روش برنامه‌ریزی محدودیت تصادفی انجام شده است.

سپس غلام‌نژاد و اصانلو [۳۸] مدلی را تحت عدم قطعیت عیار بر مبنای برنامه‌ریزی با قید تصادفی ارائه نمودند. آنها در ابتدا مدل ریاضی خطی و عدد صحیح برنامه‌ریزی تولید بلند مدت را به عنوان مدل مینا در نظر گرفتند. در این مدل عیار ماده معدنی در نقاط مختلف کانسار، متغیر تصادفی با میانگین و واریانس معلوم، فرض شد. سپس با استفاده از روش برنامه‌ریزی با قید تصادفی، مدل غیرقطعی خطی به یک مدل غیرخطی با پارامترهای قطعی و معین تبدیل شد. غلام‌نژاد و موسوی [۳۹] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح دوتایی جدید برای برنامه‌ریزی تولید بلند مدت با در نظر گرفتن عدم قطعیت زمین‌شناسی در پیکره کانسنگ ارائه کردند.

گودفیلو و دیمیتراکوپولوس<sup>۳۶</sup> [۴۰] فرمولاسیون جدیدی را با هدف تاثیر عدم قطعیت عیار در طراحی پوشش‌بک معادن روباز با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، ارائه کردند. لیت و دیمیتراکوپولوس<sup>۳۷</sup> [۴۱] یک فرمول برنامه‌ریزی عدد صحیح تصادفی برای برنامه‌ریزی تولید معدن با اختصاص عدم قطعیت عیارها و تامین فلز از پیکره کانسنگ در زمان‌بندی تولید در طول عمر معدن ارائه نمودند و کاربرد آن را در یک کانسار مس نشان دادند. راه حل پیشنهادی ارزش اقتصادی پروژه را

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } L(X, \lambda, \mu, \eta) \\
 & = \sum_{n=1}^N \sum_t^T \frac{NV_n^t}{(1+r)^t} \\
 & \times PI_n \times X_n^t \\
 & - \sum_{t=1}^T \lambda^t \left( \sum_{n=1}^N (g_n \right. \\
 & \left. - G_{min}) \times O_n \times X_n^t \right) \\
 & + \sum_{t=1}^T \mu^t \left( PC_{max} \right. \\
 & \left. - \sum_{n=1}^N (O_n \times X_n^t) \right) \\
 & + \sum_{t=1}^T v^t \left( MC_{max} \right. \\
 & \left. - \sum_{n=1}^N (O_n + W_n) \right. \\
 & \left. \times X_n^t \right)
 \end{aligned} \quad (10)$$

برای بیشینه کردن تابع لاگرانژ با توجه به ضرایب لاگرانژ، به‌روزرسانی ضرایب باید با دقت انجام شود. معمولاً برای به‌روزرسانی ضرایب لاگرانژ از ترکیبی از شیوه ساب‌گرادیان<sup>۴۱</sup> و روش‌های ابتکاری مختلف برای رسیدن به یک راه حل سریع استفاده می‌کنند. در این مقاله، از الگوریتم خفاش استفاده شده تا ضرایب لاگرانژ به‌روزرسانی شده و عملکرد روش آزادسازی لاگرانژ بهبود یابد.

#### ۵-۲- الگوریتم خفاش

الگوریتم‌های فراابتکاری که معمولاً الهام گرفته‌شده از طبیعت و فرآیندهای فیزیکی هستند، در حال حاضر به عنوان یکی از روش‌های قدرتمند برای حل بسیاری از مسائل بهینه‌سازی پیچیده به کار برده می‌شوند. الگوریتم خفاش (BA) یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری الهام گرفته از طبیعت است که توسط یانگ<sup>۴۲</sup> [۴۶] در سال ۲۰۱۰ معرفی گردید. این الگوریتم بر اساس اصول زندگی خفاش‌ها طراحی شده است [۴۷]. خفاش‌ها تنها پستانداران با بال هستند که برای شکار طعمه از انعکاس صدا استفاده می‌کنند. الگوریتم بهینه‌سازی خفاش الهامی از خصوصیات ردیابی خفاش‌های کوچک در جستجوی شکار است. به طوری که خفاش‌های کوچک می‌توانند در تاریکی مطلق با انتشار صدا و دریافت آن به شکار طعمه‌های خود بپردازند. تاکنون الگوریتم BA برای مسائل بهینه‌سازی دودویی [۴۸] و برای مسائل بهینه‌سازی چند هدفی [۴۹] به کار گرفته شده است. برای توسعه این الگوریتم از سه قانون آرمانی زیر استفاده می‌شود:

#### ۵- روش ترکیبی برای حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت

##### ۵-۱- روش آزادسازی لاگرانژی

در حال حاضر یکی از روش‌های بالقوه برای حل مساله، روش آزادسازی لاگرانژی (LR) است. اساس روش آزادسازی لاگرانژی این است که محدودیت‌های سیستم با استفاده از ضرایب لاگرانژ آزاد گردد. سپس، این مساله به چند مساله کوچک‌تر تقسیم می‌شود [۴۵]. روش آزادسازی لاگرانژی، مساله برنامه‌ریزی تولید بلندمدت را با آزادسازی یا به طور موقت نادیده گرفتن محدودیت‌های پیچیده مساله، حل می‌کند. بدین صورت که:

$$j^* = \text{Min } j(\lambda, \mu, v)$$

$$\lambda, \mu, v$$

که:

$$j(\lambda, \mu, v) = \text{Max } L(X, \lambda, \mu, v)$$

$$X$$

با تخصیص ضرایب غیرمنفی لاگرانژی  $\lambda^t$ ،  $\mu^t$  و  $v^t$  از لحاظ نوع فرآوری در دوره  $t$  و محدودیت‌های (۳)، (۵) و (۶)، تابع لاگرانژ مربوطه تشکیل می‌گردد.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } L(X, \lambda, \mu, v) \\
 & = Z'(X) \\
 & - \sum_{t=1}^T \lambda^t \left( \sum_{n=1}^N (g_n \right. \\
 & \left. - G_{min}) \times O_n \times X_n^t \right) \\
 & + \sum_{t=1}^T \mu^t \left( PC_{max} \right. \\
 & \left. - \sum_{n=1}^N (O_n \times X_n^t) \right) \\
 & + \sum_{t=1}^T v^t \left( MC_{max} \right. \\
 & \left. - \sum_{n=1}^N (O_n + W_n) \right. \\
 & \left. \times X_n^t \right)
 \end{aligned} \quad (9)$$

تابع لاگرانژ  $L$  به صورت رابطه (۱۰) به حداکثر رسانده می‌شود. طبق رابطه (۹):

$$r_i^{t+1} = r_i^0 [1 - \exp(-\gamma t)] \quad (16)$$

که در آن،  $\alpha$  و  $\gamma$  مقدار ثابت هستند و برای هر  $0 < \alpha < 1$  و  $r > 0$ ، وقتی  $t \rightarrow \infty$  خواهیم داشت:

$$A_i^{t+1} \rightarrow 0 \text{ و } r_i^{t+1} \rightarrow r_i^0$$

با توجه به مطالب ارائه شده در بالا، روندنمای الگوریتم خفاش به صورت شکل ۱ است.



شکل ۱: روندنمای الگوریتم خفاش

### ۵-۳- ساختار حل مدل پیشنهادی

روش آزادسازی لاگرانژی- الگوریتم فراابتکاری برای حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معادن روباز، شامل دو فرایند بهینه‌سازی مطابق ذیل است:

- حل زیر مساله‌های منفرد
- تصحیح (به‌روزرسانی) ضرایب لاگرانژی

• همه خفاش‌ها از انعکاس صدا برای تشخیص فاصله استفاده می‌کنند و تفاوت بین مواد غذایی و موانع پیش‌رو را می‌دانند.

• پرواز خفاش‌ها به طور تصادفی با سرعت  $v_i$  در مکان  $x_i$  با فرکانس ثابت  $f_{min}$  و طول موج مختلف  $\lambda$  و بلندی صوت  $A_0$  به منظور شکار طعمه صورت می‌گیرد. همچنین آنها می‌توانند به طور خودکار امواج پخش شده و نرخ پالس‌های ارسالی خود را  $(r \in [0, 1])$  با توجه به نزدیکی شکارشان تنظیم کنند.

• با توجه به اینکه ممکن است بلندی صدا در بسیاری از جهات مختلف متفاوت باشد لذا فرض می‌شود که بلندی صدا از  $R_0$  (بیشترین مقدار) تا  $R_{min}$  (کمترین مقدار) متغیر است.

طبق قوانین بیان شده، مکان  $x_i^t$  و سرعت  $v_i^t$  برای هر خفاش مجازی  $i$ ام در تکرار  $t$  و همچنین فرکانس  $f_i$  به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$f_i = f_{min} + (f_{max} - f_{min})\beta \quad (11)$$

$$v_i^t = v_i^{t-1} + (x_i^t - x^*) \quad (12)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \quad (13)$$

که:

$\beta \in [0, 1]$  یک بردار تصادفی با توزیع یکنواخت است و  $x^*$  بهترین مکان فعلی است که در هر تکرار پس از مقایسه با موقعیت خفاش‌های مجازی انتخاب می‌شود. معمولاً فرکانس  $f$  را با  $f_{min} = 0$  و  $f_{max} = 100$  در نظر می‌گیرند. در هر تکرار، در جستجوی محلی یکی از جواب‌ها به عنوان بهترین جواب‌ها انتخاب شده و موقعیت جدید هر خفاش به طور محلی با گام تصادفی به صورت زیر به روز می‌شود:

$$x_{new} = x_{old} + \epsilon A^t \quad (14)$$

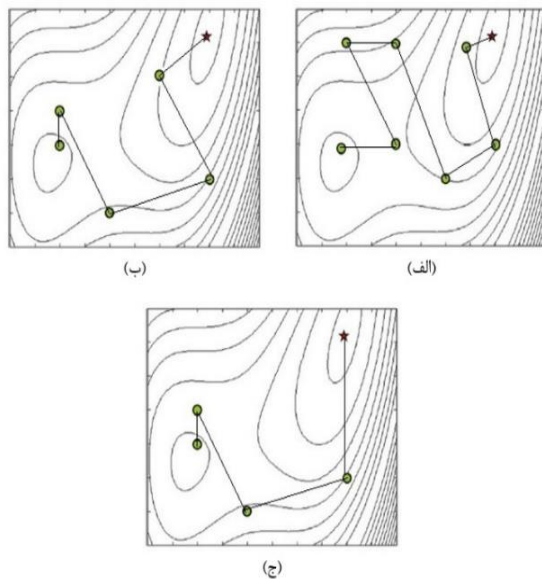
که:

$\epsilon \in [-1, 1]$  یک عدد تصادفی بوده و  $A^t = \langle A_i^t \rangle$  میانگین بلندی صدای خفاش‌ها در تکرار  $t$  است. همچنین، بلندی صدای  $A_i$  و نرخ پالس ارسالی  $r$  در هر تکرار به صورت زیر به روز می‌شود:

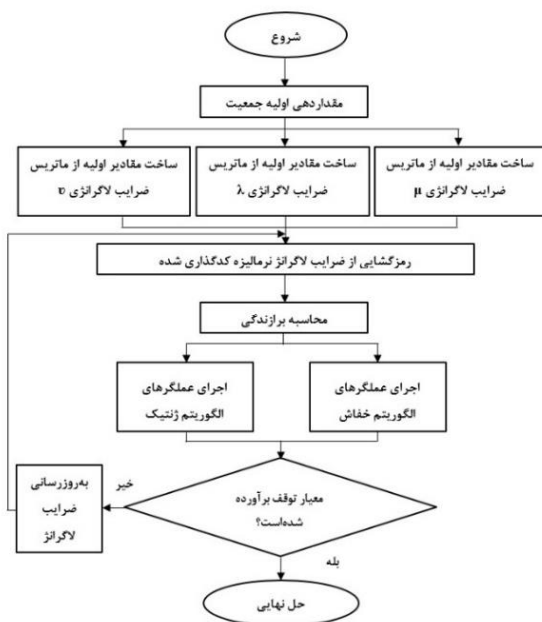
$$A_i^{t+1} = \alpha A_i^t \quad (15)$$



به بهینه در هر یک از روش‌های مورد بحث قابل تأمل بوده است. همچنین، مراحل روش پیشنهادی به صورت نمودار در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲: کاهش زیگزاگ راه‌حل از طریق مسیرهای بدست‌آمده با استفاده از روش‌های: (الف) آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ساب‌گرادیان (LR-SG)، (ب) آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ژنتیک (LR-GA) و (ج) آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم خفاش (LR-BA)

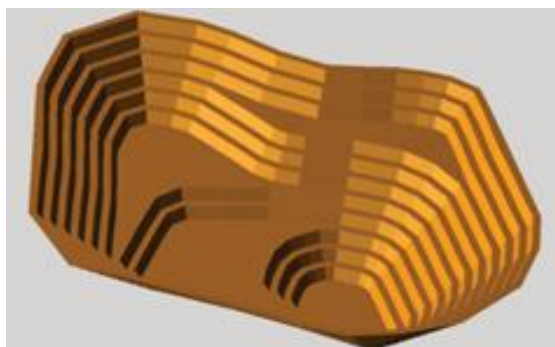


شکل ۳: روندنمای حل مساله

مساله دوگان همیشه دارای مقیاس کوچک‌تری از مساله اولیه است. بنابراین، مقادیر متفاوت بین تابع اولیه و دوگان منجر به شکاف دوگان می‌شود. تحقیقات بسیاری در روش آزادسازی لاگرانژی به جهت یافتن روشی مناسب برای تصحیح (به‌روزرسانی) ضرایب لاگرانژی که منتج به کمینه‌کردن شکاف دوگان می‌شوند، متمرکز شده است. به طور معمول، ضرایب لاگرانژی توسط روش ساب‌گرادیان محاسبه می‌شوند؛ اگر چه، این روش به کندی همگرا می‌شود. از این‌رو، عملکرد محاسباتی روش آزادسازی لاگرانژی، بسیار وابسته به روش‌های تصحیح ضرایب لاگرانژی است. روش آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم فراابتکاری، ترکیب یک الگوریتم فراابتکاری در روش آزادسازی لاگرانژی برای تصحیح ضرایب لاگرانژی و نیز بهبود عملکرد روش آزادسازی لاگرانژی است.

استفاده از عملگرهای تصادفی به جای قوانین قطعی برای جستجوی راه‌حل از مزایای استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، است. این روش جستجوی تصادفی، اجازه فرار از به دام افتادن در بهینه محلی را نسبت به الگوریتم‌های دیگر مهیا می‌سازد. در این مقاله از الگوریتم خفاش برای به‌روزرسانی بهینه ضرایب لاگرانژی استفاده شده است.

روش ساب‌گرادیان در مسائل بزرگ‌مقیاس با توجه به پدیده زیگزاگ و گام‌های کوچک برای رسیدن جواب نهایی، بسیار آهسته و همگرایی کند صورت می‌پذیرد. به بیان دیگر، روش ساب‌گرادیان باعث ایجاد مسیر زیگزاگ جهت دستیابی به ضرایب حاصله می‌شود که منتج به ایجاد لبه‌های مرزی متعدد در کران‌های بالا و پایین می‌شود. به‌روزرسانی ضرایب لاگرانژی با الگوریتم‌های فراابتکاری، موجبات هموار شدن مسیر را با استفاده از شیب‌های سطوح مجاور مهیا خواهد کرد که این مهم نوسانات و زیگزاگی شدن را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهد. مسیرهای حاصل از حل ضرایب با مدل‌های آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ساب‌گرادیان (LR-SG)، آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ژنتیک (LR-GA) و آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم خفاش (LR-BA) در شکل ۲ نشان داده شده است. پیاده‌سازی موضوع به جهت ارزیابی و قیاس روش‌های پیشین و نیز دلیل استفاده از روش پیشنهادی است. نتایج حاصله مبین این موضوع است که تعدد مسیرها و شیب نرمال جهت رسیدن به جواب نزدیک



شکل ۵: نمای سه‌بعدی دومین پیشروی در معدن چادرملو [۳۹]

جدول ۱، نتایج عددی حاصل از مدل پیشنهادی برای مجموعه داده‌های پیشروی کانسنگ آهن شامل چهار دوره زمان‌بندی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۱ نشان داده شده است، در طول دوره ۱، مقدار ارزش خالص فعلی با استفاده از روش LR-BA برابر با ۳/۹۷۲ میلیون دلار است و ارزش خالص فعلی از طریق روش‌های LR-GA، LR-SG و  $Z'(X)$  به ترتیب ۳/۷۶۲، ۳/۷۲۳ و ۳/۶۴۱ میلیون دلار است. مقایسه میانگین ارزش خالص فعلی در کل چهار دوره زمان‌بندی، با استفاده از چهار رویکرد حل مدل پیشنهادی، در شکل ۶ نشان داده شده است. با توجه به نتایج، عملکرد LR-BA مطلوب‌تر از سایر روش‌ها از نظر ارزش خالص فعلی است. همچنین، زمان CPU با استفاده از تابع هدف  $Z'(X)$  و بدون استفاده از روش آزادسازی لاگرانژی ۱۷۵ دقیقه و با استفاده از مدل‌های آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ساب‌گرادیان (LR-SG)، آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ژنتیک (LR-GA) و آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم خفاش (LR-BA) به ترتیب ۱۱۲، ۹۸ و ۷۴ دقیقه است. نتایج حاصله نشان می‌دهند که روش ترکیبی LR-BA از سرعت بالاتری نسبت به دیگر روش‌ها برخوردار است.

جدول ۱: مقایسه ارزش خالص فعلی برای مطالعه موردی با استفاده از تابع هدف  $Z'(X)$  و مدل‌های آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ساب‌گرادیان (LR-SG)، آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم ژنتیک (LR-GA) و آزادسازی لاگرانژی-الگوریتم خفاش (LR-BA)

ارزش خالص فعلی (میلیون دلار)				دوره‌ها
LR-BA	LR-GA	LR-SG	$Z'(X)^*$	
۳/۹۷۲	۳/۷۶۲	۳/۷۲۳	۳/۶۴۱	۱
۲/۴۷۳	۲/۴۱۸	۲/۳۶۷	۲/۳۳۹	۲
۲/۵۸۱	۲/۵۴۲	۲/۴۸۶	۲/۴۶۵	۳
۲/۳۸۶	۲/۳۴۷	۲/۲۷۴	۲/۲۶۵	۴

\* تابع مورد نظر بدون استفاده از روش آزادسازی لاگرانژی و با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود (روابط ۲ - ۷) حل شده است.

## ۶- پیاده‌سازی مدل پیشنهادی بر روی معدن سنگ آهن چادرملو

معدن سنگ آهن چادرملو در قلب کویر مرکزی ایران، در دامنه شمالی کوه‌های خاکستری رنگ چاه محمد در حاشیه جنوبی نمک‌زار ساغند به فاصله ۱۸۰ کیلومتری شمالی شرقی شهر یزد و ۳۰۰ کیلومتری جنوب طبس قرار گرفته است (شکل ۴).

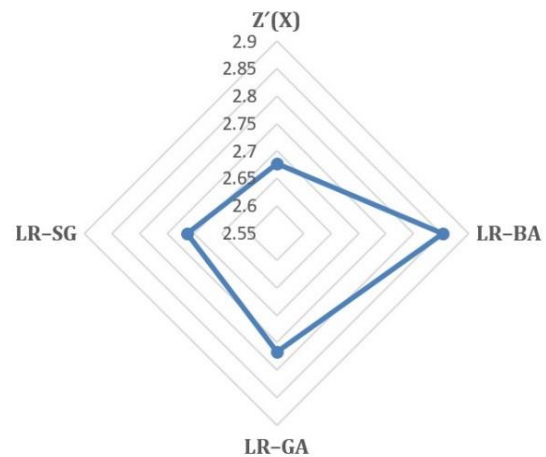


شکل ۴: موقعیت جغرافیایی معدن چادرملو

برای معدن چادرملو، چهار پیشروی طراحی شده است. مدل ریاضی ارائه شده در این مقاله در محدوده دومین پیشروی پیاده گردیده است. شکل ۵ نمای سه‌بعدی دومین پیشروی را نشان می‌دهد. این پیشروی شامل ۶۸۵۴ بلوک که ۲۷۵۴ بلوک آن کانسنگ و ۴۱۰۰ بلوک آن باطله است. تناژ کانسنگ و باطله موجود در پیشروی مزبور به ترتیب ۱۰۳/۸ و ۱۱۰/۲ میلیون تن (با نسبت باطله‌برداری ۰/۹۴) است.

مبین عدم قطعیت عیار است. سپس، تابع هدف با بهینه‌سازی ارزش خالص فعلی با احتساب محدودیت‌های فیزیکی و عملیاتی مدل‌سازی شد. هدف از بهینه‌سازی، انتخاب قسمت‌هایی از ذخیره با احتمال عیار بالا در سال‌های اولیه و قسمت‌هایی از ذخیره با احتمال عیار کم در سال‌های بعدی عمر معدن برای استخراج است.

توسعه مدل پیشنهادی بیانگر تأثیر عدم قطعیت عیار در توالی استخراج بلوک‌ها است. مدل پیشنهادی برنامه‌ای را برای تولید ارائه می‌کند که ضمن بهینه‌سازی سود در فضای عدم قطعیت عیار، ارزش فعلی خالص به دست آمده از آن قابل حصول باشد. از آنجایی که مدل‌های برنامه‌ریزی تولید در معادن روباز به لحاظ ابعاد، بزرگ مقیاس بوده و حل چنین مسائلی دشوار بوده است؛ در این مقاله استفاده از روش ترکیبی آزادسازی لاگرانژی - الگوریتم خفاش به منظور حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت در معادن روباز پیشنهاد شده است. یک رویکرد جدید مبتنی بر بهینه‌سازی ضرایب لاگرانژ و مقایسه عملکرد آن با روش متداول تقریبی سنتی ارائه گردید. نتایج حاصل از مطالعه موردی نشان می‌دهد که روش آزادسازی لاگرانژی می‌تواند راه‌حلی مناسب برای مساله اصلی ارائه کند و استراتژی ترکیبی می‌تواند راه حل موثرتری از روش تقریبی سنتی برای رسیدن به جواب نزدیک به بهینه تولید نماید. همچنین، مشخص شد که روش پیشنهادی دارای مزیت‌هایی، از جمله ویژگی همگرایی با ثبات و جلوگیری از همگرایی زود هنگام است. در طول یک دوره معین ارزش خالص فعلی با استفاده از روش ترکیبی LR-BA 6/69 درصد بیشتر از روش سنتی موجود و همچنین 5/58 درصد پیش از روش LR-GA است.



شکل ۶: مقایسه میانگین ارزش خالص فعلی در کل چهار دوره زمان‌بندی، با استفاده از چهار رویکرد حل مدل پیشنهادی

نتایج حاصل از حل مدل پیشنهادی (LR-BA) با سه رویکرد دیگر (LR-SG, LR-BA,  $Z'(X)$ ) حاکی از جوابی نزدیک به بهینه به سبب ارزش خالص فعلی است. از سویی دیگر، با کوچک شدن مدل، دقت و زمان حل مدل به طور چشمگیری کاهش یافت. چرا که، در مدل حل شده با رویکرد عدم در نظر گرفتن روش آزادسازی لاگرانژی ( $Z'(X)$ ) این مهم به خوبی قابل ملاحظه است. به بیان دیگر، با حل مدل در هر دوره زمانی که کوچک شدن مدل را در پی خواهد داشت، فاصله نتایج حاصله با رویکردهای دیگر کاهش یافته است. مدل پیشنهادی در قیاس با مدل‌های موجود، با توجه به به کارگیری روش آزادسازی لاگرانژی موجبات حل مساله برنامه‌ریزی تولید بلند مدت در معادن روباز را به جهت بزرگ مقیاس بودن مدل، فراهم نموده است.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، هدف ارائه یک مدل ریاضی برای برنامه‌ریزی تولید بلند مدت قرار گرفت، به طوری که در فضای عدم قطعیت عیار بالاترین سود نصیب معدن شود. به بیان دیگر، در نظر گرفتن عدم قطعیت عیار ماده معدنی به عنوان یک پارامتر ورودی به مدل ریاضی برنامه‌ریزی تولید، در تهیه توالی استخراج بلند مدت تولید است. این مقاله، با استفاده از مدل ریاضی عدد صحیح صفر و یک، مدل بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید بلند مدت را با در نظر گرفتن عدم قطعیت عیار به صورت خطی ارائه کرده است. در ابتدا شاخص احتمالی برای هر بلوک کانسنگ تعیین شد که

## مراجع

- [1] Johnson, T.B. (1969) Optimum Production Scheduling. Proceedings, 8th International Symposium on Computers and Operations research, Salt Lake City, 539-562.
- [2] Williams, C.E. (1974) Computerized Year-by-Year Open Pit Mine Scheduling. Society of Mining Engineers, AIME, Transactions, 256, 45-52.
- [3] Gershon, M.E. (1983). Optimal mine production scheduling: evaluation of large scale mathematical programming approaches. International journal of mining engineering, 1(4), 315-329.

- cutting planes for the open pit mine production scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 37(9), 1641-1647.
- [17] Lamghari, A. and Dimitrakopoulos, R. (2012). A diversified Tabu search approach for the open pit mine production scheduling problem with metal uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 222(3), 642-652.
- [18] Sattarvand, J. and Niemann-Delius, C. (2013). A new metaheuristic algorithm for long-term open pit production planning. *Archives of Mining Sciences*, 58(1), 107-118.
- [19] Dimitrakopoulos, R. and Jewbali, A. (2013). Joint stochastic optimization of short and long term mine production planning: Method and application in a large operating gold mine. *IMM Transactions, Mining Technology*, 122(2), 110-123.
- [20] Soleymani Shishvan, M. and Sattarvand, J. (2015). Long term production planning of open pit mines by ant colony optimization. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 825-836.
- [21] Mokhtarian, M. and Sattarvand, J. (2016). An Imperialist Competitive Algorithm for Solving the Production Scheduling Problem in Open Pit Mine. *Int. J. Min. & Geo-Eng.* 50(1), 131-143.
- [22] Mokhtarian, M. and Sattarvand, J. (2016). Commodity price uncertainty propagation in open-pit mine production planning by Latin hypercube sampling method. *Journal of Mining & Environment*, 7(2), 215-227.
- [23] Lamghari, A. and Dimitrakopoulos, R. (2016). Progressive hedging applied as a metaheuristic to schedule production in open pit mines accounting for reserve uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 253(3), 843-855.
- [24] Lamghari, A. and Dimitrakopoulos, R. (2016). Network-flow based algorithms for scheduling production in multi-processor open pit mines accounting for metal uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 250(1), 273-290.
- [25] Sayyadi, A., Fathianpour, N. and Mousavi, A. (1390). "Performance comparison of production planning of Esfordi phosphate mine using linear and dynamic programming." *Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering*, 1(2): 1-8 (In Persian).
- [26] Sayyadi, A., Fathianpour, N. and Mousavi, A. (1391). "Application of Conditional Sequential Gaussian Simulation in Uncertainty Assessment of the Estimated Blocks Grade in Esfordi Phosphate Mine." *Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering*, 2 (3): 44-52 (In Persian).
- [27] Zare Naghadehi, M., Dehghani, H. and Naderipour, R. (1396). "The Probabilistic Analysis of Block Economic Value (BEV) in Open-Pit Mines Considering the Effect of Uncertainties in Metal
- [4] Dagdelen K. and Johnson, T.B. (1986). Optimum Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parametrization. *Proceeding of the 19th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, Pennsylvania State University, University Park, Pennsylvania, 13, 127-142.
- [5] Elevli, B. (1995). Open pit mine design and extraction sequencing by use of OR and AI concept. *International Journal of surface mining, reclamation and environmental*, 9, 149-153
- [6] Rovencroft, P.J. (1992). Risk analysis for mine planning by conditional simulation. *Trans. Instn Min. Metall. (Sec.A: Min. Industry)*, 101, 82-88.
- [7] Tolwinski, B. (1994). Scheduling production for open pit mines. *Proceedings of APCOM'98*, 19-23.
- [8] Lerchs, H. and Grossman, F. (1965). Optimum design of open-pit mines. *Trans. CIM*, 58, 47-54.
- [9] Akaike, A. and Dagdelen, K. (1999). A strategic production scheduling method for an open pit mine. *Proceedings of the 28th Application of Computers and Operation Research in the Mineral Industry*, 729-738.
- [10] Whittle, D. (2000). *Proteus Environment: Sensitivity Analysis Made Easy* presented at Whittle North American Strategic Mine Planning Conference, Colorado.
- [11] Johnson T.B., Dagdelen K. and Ramazan S. (2002). Open pit mine scheduling based on fundamental tree algorithm, *Proceeding of the 30th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, (SME: Littleton), 147-159.
- [12] Dimitrakopoulos, R. and Ramazan, S. (2004). Uncertainty based production scheduling in open pit mining. *SME Transactions*, 316, 106-112.
- [13] Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. (2004). Recent application of operations research in open pit mining, *SME Transactions*, 316, 73-78.
- [14] Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. (2007). Stochastic optimization of long term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Spectrum Series, 14(2), 385-392.
- [15] Boland, N., Dumitrescu, I., Froyland, G., and Gleixner, A.M. (2009). LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity. *Computers & Operations Research*, 36(4), 1064-1089.
- [16] Bley, A., Boland, N., Fricke, C., and Froyland, G. (2010). A strengthened formulation and

- term production scheduling considering geological uncertainty. The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 112(2), 77-81.
- [40] Goodfellow, R., and Dimitrakopoulos, R. (2013). Algorithmic integration of geological uncertainty in push back designs for complex multi-process open-pit mines. Mining Technology, 122(2), 67-77.
- [41] Leite, A. and Dimitrakopoulos, R. (2014). Stochastic optimization of mine production scheduling with uncertain ore/metal/waste supply. Int J Min Sci Technol.
- [42] Koushavand, B., Askari-Nasab, H. and Deutsch, C.V. (2014). A linear programming model for long-term mine planning in the presence of grade uncertainty and a stockpile. International Journal of Mining Science and Technology, 24, 451-459.
- [43] Goodfellow, R. and Dimitrakopoulos, R. (2016). Global optimization of open pit mining complexes with uncertainty, Applied Soft Computing, 40, 292-304.
- [44] Khan, A. (2018). Long-term production scheduling of open pit mines using particle swarm and bat algorithms under grade uncertainty. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 118, 361-368.
- [45] Fisher, M.L. (1981). The Lagrangian relaxation method for solving integer programming problems. Management Science Journal, 27(1), 1-18.
- [46] Yang, X.S. (2010). A new metaheuristic bat-inspired algorithm. Nature inspired cooperative strategies for optimization (NICSO 2010), Springer Berlin Heidelberg, 65- 74.
- [47] Mirjalili, S.A., Mirjalili, S.M. and Yang, X.S. (2014). Binary bat algorithm, Neural Computing and Applications 25, 663-681.
- [48] Yang, X. S. and He, X. (2013). Bat algorithm: literature review and applications, International Journal of Bio-Inspired Computation, 5(3), 141-149.
- [49] Yang, X.S. (2011). Bat algorithm for multi-objective optimization. International Journal of Bio-Inspired Computation, 3(5), 267-274.
- Price and Operational Costs." Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 7 (13): 15-26 (In Persian).
- [28] Goovaerts, P. (1997). Geostatistics for Natural Resources Evaluation Oxford University Press.
- [29] Deutsch, C.V. and Journel, A.G. (1997). GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide (Applied Geostatistics Series).
- [30] Menabde, M., Froyland, G., Stone, P. and Yeates, G. (2004). Mining schedule optimization for conditionally simulated orebodies. Proceedings of the international symposium on orebody modelling and strategic mine planning: uncertainty and risk management. 347-352.
- [31] Gholamnejad, J., Osanloo, M. and Khorram, E. (2008). A chance constrained integer programming model for open pit long-term production planning [J]. IJE Transactions A: Basics, 21(4), 307-318.
- [32] Denby, B. and Schofield, D. (1995). Inclusion of risk assessment in open pit design and planning. Trans. Instn Min. Metall. (Sec.A: Min. Industry), 104, 67-71.
- [33] Dowd, P.A. (1994). Risk assessment in reserve estimation and open pit planning, Trans. Instn Min. Metall. (Sec.A: Min. Industry), 103, 148-154.
- [34] Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T. and Godoy, M. (2002). Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open pit design. Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology, 111, 82-88.
- [35] Godoy, M. and Dimitrakopoulos, R. (2004). Managing risk and waste mining in long-term production scheduling of open pit mines. SME Transactions, 316, 43-50.
- [36] Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. (2004). Traditional and new MIP models for production planning with in-situ grade variability, International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, 18(2), 85-98.
- [37] Gholamnejad J., Osanloo, M. and Karimi, B. (2006). A chance-constrained programming approach for open pit long-term production scheduling in stochastic environments. The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 106, 105-114.
- [38] Gholamnejad, J. and Osanloo, M. (2007). A chance constrained integer programming model for open pit long-term production planning. Proceedings of the sixteenth international symposium on mine planning and equipment selection (MPES 2007), 359-372.
- [39] Gholamnejad, J. and Moosavi, E. (2012). A new mathematical programming model for long-

---

<sup>1</sup> Net present value

<sup>2</sup> Meta-heuristics

<sup>3</sup> Johnson

<sup>4</sup> Linear programming

<sup>5</sup> Williams

<sup>6</sup> Gershon

<sup>7</sup> Mixed integer programming

<sup>8</sup> Dagdelen and Johnson

<sup>9</sup> Lagrangian relaxation method

<sup>10</sup> Elevli

- 
- 11 Ravenscroft
  - 12 Tolwinski
  - 13 Lerchs–Grossmann
  - 14 Akaike and Dagdelen
  - 15 Whittle
  - 16 Milawa
  - 17 Fundamental tree
  - 18 Dimitrakopoulos and Ramazan
  - 19 Binary variables
  - 20 Boland et al.
  - 21 Iterative disaggregation method
  - 22 Bley et al.
  - 23 Lamghari and Dimitrakopoulos
  - 24 Sattarvand and Niemann-Delius
  - 25 Ant colony optimization
  - 26 Pheromone trails
  - 27 Dimitrakopoulos and Jewbali
  - 28 Imperialist competitive algorithm
  - 29 Bat algorithm
  - 30 Denby and Schofield
  - 31 Genetic algorithm
  - 32 Dowd
  - 33 Dimitrakopoulos et al.
  - 34 Godoy and Dimitrakopoulos
  - 35 Simulated annealing
  - 36 Goodfellow and Dimitrakopoulos
  - 37 Leite and Dimitrakopoulos
  - 38 Particle swarm optimization
  - 39 Differential evolution
  - 40 Khan
  - 41 Sub-gradient
  - 42 Yang