(پژوهشی)

استفاده از مدلسازی عددی المان مجزا برای بهینهسازی سیستم آببندی پی و تکیهگاههای سد سردشت

معین بهادری*۱، پریسا بیرانوند۲، حسن بخشنده امینه۳

۱ - استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، مجتمع آموزش عالی گناباد ۲- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، مجتمع آموزش عالی گناباد ۳- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران (دریافت: آذر ۱۳۹۸، پذیرش: تیر ۱۳۹۹)

چکیدہ

احداث پرده آببند یکی از روشهای متداول کنترل تراوش از زیر پی سدها است. به منظور ایجاد پرده آببند، تعدادی چال حفر شده و در این چالها عملیات تزریق صورت می گیرد. در عملیات تزریق درزههای موجود در تودهسنگ با استفاده از دوغاب مناسب پر می شود. از آنجا که نفوذپذیری مادهسنگ بسیار کم و قابل صرفنظر کردن است، عمق نفوذ دوغاب به پارامترهای متعددی از جمله خصوصیات دوغاب، فشار تزریق و مشخصات ناپیوستگیها بستگی دارد. استفاده از روشهای عددی برای تعیین آرایش بهینه گمانههای تزریق باعث صرفهجویی در هزینهها و کاهش زمان تزریق می شود. در این مقاله با توجه به خصوصیات تودهسنگ در محدوده احداث سد سردشت با استفاده از نرمافزار المان مجزای UDEC آرایش بهینه سیستم آببندی پی سد بررسی شدهاست. براساس نتایج این تحقیق عمق بهینه پرده ۴۰ متر، فاصلهداری چالهای تزریق در پی و تکیهگاهها به ترتیب ۳ متر و ۵ متر، پیشنهاد می شود. همچنین زاویه انحراف بهینه چالها ۱۷ درجه بر آورد شدهاست. مقایسه نتایج بدست آمده از مدلسازی عددی با مقادیر اندازه گیری شده نشان دهنده قابلیت بالای روش عددی در بر آورد فشار تزریق و

كلمات كليدى

سیستم آببندی، بهینهسازی تزریق، UDEC، سد سردشت

^{*}عهدهدار مكاتبات: moein.bahadori@gmail.com

۱– مقدمه

تزريق فرآيندى است كه به واسطه آن دوغاب سيماني از طریق یک گمانه با فشار به داخل تشکیلات سنگی (خاکی) نفوذ کرده و در اثر آن نفوذپذیری و تغییر شکل پذیری توده سنگ کاهش یافته و مقاومت آن افزایش پیدا می کند. نفوذپذیری سنگ بکر در مقایسه با ناپیوستگیهای موجود بسیار کم بوده و نفوذپذیری توده سنگ غالباً تابع سیستمهای ناپیوستگی است. در مهندسی سنگ و زمین شناسی، از رفتار رئولوژیکی بینگهام در مدلسازی جریان دوغابهای سیمانی استفاده می شود [۱]. تفاوت اصلی این مدل با یک سیال نیوتنی این است که در یک سیال بینگهام، سطح تنش باید از مقاومت برشی اولیه تجاوز کند تا جریان سیال آغاز شود. الگوی طراحی شبکه گمانههای تزریق بسته به هدف تزریق متفاوت است، اما معیار فاصلهداری نهایی گمانهها مستقل از آن است و به نفوذپذیری اولیه تشکیلات زمین شناسی، سیستم ناپیوستگیها، ترکیب ماده تزریق، فشار تزریق و معیار اشباعشدگی بستگی دارد [۲]. نظر به رفتار متفاوت و غیرقابل پیشبینی تودههای سنگی، قانون ثابت و مشخصی برای تعیین فاصله چالهای تزریق وجود ندارد و عموماً هنگام تصمیم گیری در مورد فاصله گمانهها، به تجربه و قضاوت مهندسی طراح تکیه می شود. نتایج بررسی های لیو و سان نشان داد که مهم ترین عوامل پیچیدگی تزریق دوغاب در توده سنگ به عنوان یک فرآیند هیدرولیکی -مکانیکی ناشی از سه عامل اصلی تغییر شکل مکانیکی توده سنگ در طول فرآیند تزریق، نفوذ دوغاب درون درز و شکافها و توسعه شکستگیهای ناشی از تنش تزریق، است. مسیر نفوذ دوغاب در تودهسنگ محدود به ناپیوستگیهای ذاتی نبوده بلکه ترکیب این ناپیوستگیها با شکستگیهای هیدرولیکی در طول فرآیند تزریق، شبکه ناپیوستگیها ۱ را تشكيل مىدهند [٣-٥]. روشهاى تجربى تعيين عمق نفوذ دوغاب، محدود به شرایط آزمایش بوده و راهکارهای تئوری بیشتر براساس تئوری محیط پیوسته هستند اما روشهای عددی میتوانند ابزاری مناسب برای مدل کردن جریان واقعی سیال در تودهسنگهایی با شکستگیهای پبچیده باشند. بر این اساس همواره استفاده از روشهای تحلیل عددی در پیشبینی نتایج تزریق در توده سنگ مورد توجه محققین مختلف قرار گرفتهاست.

هاسلر و اریکسون و همکاران از یک مدلسازی عددی یک بعدی از شبکه لولهای در بررسی جریان دوغاب درون شبكه ناپيوستگيها استفاده كردهاند [۶, ۷]. يانگ و همکاران با استفاده از یک منطق تصادفی، چگونگی نفوذ سیال بینگهام در تودهسنگ درزهدار را شبیهسازی کردهاند [۸]. فیدلیبوس و لنتی با استفاده از مدلسازیهای عددی تأثیر برخی فاکتورهای مهم در کنترل تزریق دوغاب را بررسی کردهاند [۹]. چن و همکاران انتشار رگههای دوغابی در توده سنگ ناشی از فشار تزریق دوغاب را تحلیل کردهاند [۱۰]. البته مهمترین نارسائیهای این بررسیها عدم منظور كردن رفتار هيدروليكي - مكانيكي بين دوغاب و توده سنگ [۶–۸] و همچنین عدم در نظر گرفتن تغییرات بازشدگی دهانه درزه در اثر تنش تزریق دوغاب [۹, ۱۱] هستند. در برخی موارد سیر تکاملی (تلفیق ناپیوستگیهای ذاتی با شکستگیهای جدید) شبکه ناپیوستگیها [۷, ۱۲, ۱۳] و یا سخت شدگی دوغاب در حین تزریق نادیده گرفته شدهاست [۸, ۱۴].

در سالهای اخیر بر پایه منطق المان محدود مدلسازیهای عددی متنوعی از رفتار ترکیبی هیدرولیکی - مكانيكي توده سنگ انجام شدهاست. اگر چه منطق المان محدود در محاسبه تلاقی ناپیوستگیها محدودیتهایی دارد [۱۵]. بر این اساس روشهای المانبندی مجدد پیشرفته ارائه و در مدلسازی عددی تزریق دوغاب استفاده شدند که البته به نوبه خود با برخى محدوديتها همراه بوده است [۱۹-۱۹]. به منظور مرتفع ساختن محدودیتهای روش المانبندي مجدد، استفاده از روشهاي المان محدود توسعه يافته (XFEM^r) [۲۱, ۲۰] و المان محدود تعميم يافته (GFEM^t) [۲۳, ۲۳]پیشنهاد شده که همچنان در مدلسازی شبکه ناپیوستگیهای پبچیده محدودیتهای خاص خود را دارند [۲۴, ۲۵]. در مقابل روش المان مرزى برای مدلسازی رفتار ترکیبی هیدرولیکی - مکانیکی جذابیت بیشتری داشته است [۲۶-۲۹]. هرچند برخی ناهمگونیها در مدلسازی تغییر مسیر ترک در حین انتشار (مانند ترکیب یا انشعاب ترک) در این روش وجود دارد [۳۰]. همچنین استفاده از روشهای جابجایی گسسته (DDM)) در توسعه ترکها و قابلیت هدایت هیدرولیکی آن مورد توجه برخی محققان قرار گرفتهاست[۳۱, ۳۲]. از بین روشهای مدلسازی عددی، روش المان مجزا با توجه به قابلیت ذاتی در مدلسازی تلاقی ناپیوستگیها و ایجاد

74

شبکه شکستگیها، قابلیت بالایی در شبیهسازی رفتار ترکیبی هیدرولیکی - مکانیکی تودهسنگ و دوغاب دارد [۳۰، ۳۵-۳۳]. اما رشد ترکها را نمیتوان بهصورت مستقيم در محيط المان مجزا مدلسازى نمود. مونجيزا روشى تركيبي از منطق المان مجزا و المان محدود به نام (FEM-DEM[®]) ارائه کرده که به طور همزمان می تواند تغییر شکل بلوکهای الاستیک در کنار مرزهای ناپیوسته را مدلسازی نماید [۳۶]. این روش برای مدلسازی رفتار ترکیبی هیدرولیکی - مکانیکی تودهسنگ و دوغاب توسعه داده شدهاست [۳۷–۴۰]. البته مورد آخر هم تنها قابلیت مدلسازي شرايط تركيبي هيدروليكي مكانيكي براي سيالي با رفتار ویسکوز خطی را دارد. به علت خواص متغیر و وابسته به زمان دوغاب، طيف وسيعى از رفتارها را ميتوان برای آن متصور بود. به همین دلیل در اغلب بررسیهایی که از منطق FDEM استفاده می کنند، شرایط مدلسازی پیچیدهای برای دوغاب وارد نشدهاست [۱۵].

در این مقاله با استفاده از مدل سازی عددی در نرم افزار المان مجزای UDEC قابلیت تزریق در پی و تکیهگاههای سد سردشت مدل سازی شده و نتایج آن با مقادیر اندازه گیری شده مقایسه گردیدهاست. مهم ترین نوآوری مقاله حاضر را می توان در برآورد قطر و فاصلهداری بهینه مقاله حاضر را می توان در برآورد قطر و فاصلهداری بهینه فاله حاضر را می توان در برآورد و مار و فاصلهداری مو چالهای تزریق در پی و تکیهگاههای سد، تعیین مقدار فشار بهینه تزریق و مقایسه آن با روابط تجربی موجود و تعیین زاویه و عمق بهینه احداث پرده آب بند در سنگ بستر دانست.

۲- موقعیت جغرافیایی و زمینشناسی ساختگاه سد سردشت

نشریه روشهای تحلیلی و عددی در مهندسی معدن ا

خاکریزی بدنه سد حدود ۳ میلیون متر مکعب و حجم هسته رسی ۵۱۶ هزار مترمکعب برآورد شدهاست. سیستم انحراف آب شامل دو رشته تونل با قطر داخلی ۷ متر و طولهای ۶۲۷ متر و ۶۸۲ متر در تکیهگاه راست و ارتفاع فرازبند آن ۴۶ متر است. تونل سمت راست در دورهی بهرهبرداری به عنوان تخلیهکننده تحتانی مورد استفاده قرارمی گیرد [۴۱]. در شکل ۱ موقعیت جغرافیایی و راههای دسترسی به سد سردشت نشان داده شدهاست.

ساختگاه سد و سازههای مربوطه در پهنه گستردهای از ردیف رسوب کرتاسه قرارگرفته که دگرگونی ضعیفی را نیز پشت سر گذاشته است. ضخامت این نهشتهها که در یک محیط رسوبی در حال فرونشست برجای ماندهاند تا بیش از ۱۵۰۰ متر برآورد شدهاست. سن این واحدها بر پایه سنگوارههای موجود در رگههای آهکی درون فیلیتها آپسین - آلبین(کرتاسه زیرین) تعیین شدهاست. گستره طرح بخشی از نوار اسلیتی - فیلیتی است که با روند شمال غربی - جنوب شرقی و پهنای میانگین ۲۰ کیلومتر قرار گرفته است. این نوار با همین روند و طول بیش از ۶۰ کیلومتر گسترده شدهاست. در مقیاس وسیعتر نوار دگرگونی یادشده بخشی از نوار عریضی است که در پهنهبندی نوارهای دگرگونی ایران تحت نام نوار دگرگونی مهاباد - گلپایگان موسوم است. ناحیه مورد بررسی شامل مجموعهای به هم ریخته متشکل از طبقات آهکی و سنگهای اولترابازیک است که آثار این سنگها در دره رودخانه کلاس بهویژه پایین دست تونل بلند در دو طرف دره قابل مشاهده است. در شکل ۲ نقشه زمینشناسی عمومی گستره طرح سد سردشت، برگرفته از نقشه چهار گوش آلوت ارائه شدهاست [۴۱].

> سد سردشت از نوع سنگریزهای با هسته رسی با ارتفاع حدود ۱۰۶ متر و طول تاج ۲۸۰ متر است. حجم کل



شکل ۱: موقعیت جغرافیایی و راههای دسترسی به سد سردشت



شکل ۲: نقشه زمینشناسی محدوده طرح سردشت و موقعیت سد و سامانه انتقال در آن [۴۱]

۳- خصوصیات ژئومکانیکی تودهسنگ محل احداث سد سردشت

از آنجا که خواص فیزیکی و مکانیکی تودهسنگ نقش مهمی در تعیین میزان تراوایی و قابلیت هدایت هیدرولیکی جریانهای زیرزمینی دارند، تعیین آنها در تحلیل های میدانی و عددی حائز اهمیت است. براساس مشاهدات میدانی توده سنگهای تشکیل دهنده ساختگاه اعم از پی و سازههای وابسته غالباً از اسلیت با میان لایه ماسهسنگی با سازههای وابسته غالباً از اسلیت با میان لایه ماسهسنگی با گستردگی بسیار کم وجود داشته که نمیتوان آن را به عنوان تودهسنگ مؤثر در طراحیها در نظر گرفت. بر این اساس مطالعات مکانیکسنگی با تمرکز بر تودهسنگ دگرگونی صورت گرفته است. شایان ذکر است که تمامی آزمایشها مطابق با روشهای پیشنهادی انجمن بین المللی مکانیک سنگ (ASTM) انجام شدهاست [۴].

مهمترین خصوصیات فیزیکی و مکانیکی اندازهگیری شده در تودهسنگ دگرگونی محل اجرای سد سردشت شامل شاخص کیفی تودهسنگ (RQD)، وزن مخصوص (برای حالتهای خشک و اشباع به ترتیب برابر، تخلخل،

دوام، مقاومت فشاری تک محوره (شامل σ_c، مدول الاستیک E و نسبت پواسون ۷)، مقاومت فشاری سه محوره، مقاومت کششی و سرعت انتشار امواج طولی و عرضی بودهاست. در جدول ۱ میانگین مقادیر ثبت شده برای پارامترهای مذکور ارائه گردیده است.

۳-۱- مشخصات ناپیوستگیها در ساختگاه سد

به منظور شناسایی دسته درزههای سیستماتیک ساختگاه سد سردشت، بررسیهای درزهنگاری در هر دو تکیهگاه به عمل آمدهاست. براساس نتایج این بررسیها در تکیهگاه راست دو دسته درزه مشاهده شدهاست. یک دسته درزه موازی اما با شیب کمتر از سیستم کلیواژ و دسته درزه دیگر به حالت متقاطع نسبت به کلیواژ در توده سنگ شکل گرفتهاست. در تکیهگاه چپ در چندین ایستگاه تنها ۱ دسته درزه که همراستای سیستم کلیواژ است، مشاهده شدهاست. در تکیهگاههای چپ و راست ساختگاه سد ارائه شدهاست [۴1].

مقدار	موقعيت	واحد	نماد	پارامتر	رديف
۲۹	تکیهگاه چپ	درصد			١
٣٣	تكيه گاه راست	درصد	RQD	شاخص کیفی تودەسنگ	٢
۶۵	سنگ بستر	درصد	-		٣
۲۷۹۰	تكيهگاهها و بستر	kg/m ³	$ ho_d$	چگالی خشک	۴
۲۸۰۰	تكيهگاهها و بستر	kg/m ³	$ ho_s$	چگالی اشباع	۵
• /۶	تكيهگاهها و بستر	درصد	п	تخلخل	۶
१९/۲	تكيه گاهها و بستر	درصد	D	دوام	٧
۰/٣	تكيه گاهها و بستر	-	v	نسبت پواسون	٨
۶/۳	تكيه گاهها و بستر	GPa	Ε	مدول الاستيك	٩
۱۸/۷	تكيهگاهها و بستر	MPa	σ_c	مقاومت فشاري تك محوري	١٠
۴/۱	تكيهگاهها و بستر	MPa	σ_t	مقاومت كششى	11
۲/۲	تكيهگاهها و بستر	MPa	C_r	چسبندگی (مادەسنگ)	١٢
•/•٨	تكيهگاهها و بستر	MPa	C_j	چسبندگی (ناپیوستگیها)	۱۳
۵۰	تكيه گاهها و بستر	0	rф	زاویه اصطکاک (مادهسنگ)	14
٣٢	تكيه گاهها و بستر	0	jØ	زاویه اصطکاک (ناپیوستگیها)	۱۵
44	تكيه گاهها و بستر	m/s	V_p	سرعت انتشار امواج طولى	18
۲۵۰۰	تكيهگاهها و بستر	m/s	V_s	سرعت انتشار امواج عرضي	١٧

جدول ۱: میانگین خصوصیات ژئومکانیکی اندازه گیری شده در محل احداث سد سردشت [۴۱]

جدول ۲: ویژگی سیستم های ناپیوستگی در تکیه گاه چپ و راست ساختگاه سد سردشت [۴۱]

مقدار شيب	جهت شيب	درزه	موقعيت
۳۸	۲.	J1	· 1.18.5.
۱۸	۳۰۶	J2	تكيه كاه راست
٧٢	۴۲/۵	J1	تکیهگاه چپ

۴– تحلیل عددی

به منظور تعیین وضعیت بهینه پرده آب بند در تکیه گاهها و پی سد سردشت از نرمافزار المان مجزای UDEC استفاده شده است. این نرم افزار قابلیت بالایی در تحلیل مکانیکی و برآورد نشت سیالات در محیطهای ناپیوسته را دارد. با توجه به تغییرات گسترده خواص ژئومکانیکی مواد تشکیل دهنده زمین و عدم قطعیت موجود در داده های ثبت شده میدانی، انتخاب معیار رفتاری و خصوصیات موادی که بتواند شرایط واقعی موجود در منطقه را مدل سازی کند حائز اهمیت است.

۴-۱- خصوصیات فیزیکی و مکانیکی و معیارهای رفتاری

در نرمافزار عددی UDEC معیارهای رفتاری مختلفی وجود دارد که با توجه به کاربرد گسترده و صحت قابل

قبول، در مدلسازی عددی رفتار بلوکهای سنگی از معیار الاستوپلاستیک موهر - کلمب استفاده شد. برای استفاده از این معیار رفتاری باید مقادیر پارامترهای چگالی، مدول حجمی (بالک)، مدول برشی، زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی، زاویه اتساع و مقاومت کششی تودهسنگ را وارد نمود. در نرمافزارهای تحلیل محیط پیوسته، با توجه به تأثير متقابل خواص ناپيوستگيها و بلوكها بايد مواد و معیار رفتاری به گونهای انتخاب شوند که محیط پیوستهی مدلسازی شده بیانگر خواص ترکیبی این دو گروه باشد. در حالی که در نرمافزار المان مجزای UDEC این خصوصیات بطور مجزا وارد شده و اثر آنها در پاسخ سیستم تحلیل می شود. به عبارت دیگر در محیط المان مجزا بر خلاف محیطهای پیوسته نیازی به معادلسازی در خصوصیات مواد نیست. در جدول ۳ خصوصیات فیزیکی و مکانیکی مادهسنگ و توده خاکی مورد استفاده در مدلسازی عددی ارائه شدهاست.

جدول ۳: خصوصیات فیزیکی و مکانیکی مادهسنگ و توده خاکی مورد استفاده در تحلیل عددی

مادەسنگ	هسته	پوسته	نماد	واحد	پارامتر
۲۸۰۰	۱۲۰۰	۲۵۰۰	ρ	kg/m 3	چگالی
۲/۴۲	•/•٣٧۵	•/•٣	G	GPa	مدول برشی
۵/۲۵	٠/٠٩٨	•/• ١	В	GPa	مدول بالک
C/14	c	. / . ۸	A E C P a	CD_{π}	مدول
711	/		GFu	الاستيك	
. /**	• /٣٣ • /٣	. /٣	~	-	نسبت
•//		•/1	ν		·

بهمنظور مدلسازی رفتار ناپیوستگیها از معیار مدل لغزش نقطهای کلمب استفاده شد. این معیار برای بلوکهای سنگی تحت فشار با چندین سطوح تماس به کار میرود. مهمترین خصوصیات مورد نیاز برای استفاده از این معیار: چسبندگی، زاویه اصطکاک داخلی، سختی قائم و برشی سطح درزه هستند. در جدول ۱ پارامترهای مقاومتی از جمله چسبندگی و زاویه اصطکاک سطح درزه که به کمک آزمون آزمایشگاهی برش مستقیم تعیین شده، ارائه شدهاست. همچنین مقادیر سختی قائم و برشی(به ترتیب MR و XKI) مورد نیاز برای مدل سازی عددی، با استفاده از روابط (۱) و (۲) تعیین شد [۴۲].

$$JK_n = \frac{E_m E_r}{S(E_r - E_m)} \tag{1}$$

$$JK_s = \frac{G_m G_r}{S(G_r - G_m)} \tag{(7)}$$

که در آن E_m و E_r مدول الاستیک تودهسنگ و م مادهسنگ، G_r و G_m مدول برشی تودهسنگ و مادهسنگ و S فاصلهداری ناپیوستگیهای اصلی است. در مدلسازی عددی که مقدار پارامترهای سختی قائم و برشی به ترتیب برابر ۱۰ (گیگاپاسکال بر متر) و ۱ (گیگاپاسکال بر متر) منظور شدهاست.

۴-۲- خصوصیات دوغاب مورد استفاده در مدلسازی عددی

رفتار رئولوژی دوغاب نقش مهمی در تزریق دارد، زیرا رابطه میان فشار و آهنگ جریان را تعیین میکند. علاوه بر این، ویژگیهایی مانند تنش تسلیم و شعاع نفوذ دوغاب را محدود خواهد کرد. ویژگی رئولوژیکی دوغاب تابعی از نوع سیمان و نسبت آب به سیمان است و برای محدوده کاربرد هر یک از انواع سیمانها مدل رفتاری خاصی باید در نظر

گرفتهشود. جدول ۴ مدلهای رفتاری مناسب برای انواع دوغابهای سیمانی با نسبت W/C متفاوت را نشان میدهد.

جدول ۴: نوع مدل رفتاری دوغاب بر حسب نسبت W/C [۴۳]

نسبت آب به سیمان	معيار رفتاري
$W/C > r/\Delta$	سيال نيوتني
r/a > W/C > r/ra	سيال بينگهام
$W/C < \cdot / Ya$	سيال شبه پلاستيک

نظر به اینکه عملیات تزریق دوغاب در ساختگاه سردشت با نسبت وزنی ۲:۱ W/C آغاز و تا نسبت ۸/۸ ادامه می یابد، از خصوصیات سیال بینگهام برای مدل سازی عددی استفاده شدهاست.

۴–۳– تحلیل عددی تزریق و تعیین فاصلهداری بهینه گمانهها

پس از ارائه اطلاعات ژئومکانیکی تودهسنگ و دوغاب، باید در مدلسازی عددی، هندسه و ابعاد مدل و شرایط مرزی تعیین گردند. لازم به ذکر است که هرچند ظاهراً در تحلیل عددی از تأثیر بعد سوم چشمپوشی شده و حل مساله در فضای دوبعدی صورت گرفته است اما در منطق محاسباتی UDEC به منظور اعمال شرایط واقعی تأثیر بعد سوم در محاسبات وارد می گردد. به عنوان مثال به منظور اجتناب شکست خارج صفحه، شرایط تنشهای برجا در راستای عمود بر صفحه باید وارد شود. این مهم در مورد نشت سیالات با در نظر گرفتن ضخامت واحد برای مدل مرتفع می شود.

۴-۳-۴ هندسه و ابعاد مدل و شرایط مرزی

بهمنظور مدلسازی تزریق دوغاب در تودهسنگ پی سد سردشت، محدودهای به ابعاد ۵×۵ مترمربع و برای تکیهگاه راست و چپ محدودهای به ابعاد ۱۰×۱۰ مترمربع انتخاب شدهاست. این ابعاد براساس اجرای چندین مدل عددی و تعیین شعاع حداکثر نفوذ دوغاب بدون ایجاد شکستگی مکانیکی در مادهسنگ انجام شدهاست، به نحوی که از تأثیر شرایط مرزی بر صحت نتایج بهدستآمده از تحلیل عددی اطمینان حاصل شود. به منظور جلوگیری از جابجایی در مرزها، شرایط مرزی غلتکی و ترکیب آن با شرایط مرزی تراوا بکار گرفته شده و از معیار رفتاری موهر – کلمب برای

مدلسازی رفتار تودهسنگ استفاده شدهاست. در شکل ۳ هندسه، ابعاد مدل، شرایط مرزی و موقعیت گمانه (به قطر ۵۶ متر یا ۷۶ متر) در مرکز مدل نشان داده شدهاست. ۹۶ متر یا ۱۹۶ متر) در مرکز مدل نشان داده شدهاست. ۹۶ متر یا ۲۶ متر) در مرکز مدل نشان داده شدهاست. ۹۴ میند به قطر ۹۴ میند به ۲۶ میند به قطر ۹۴ میند به قطر

شکل ۳: هندسه و ابعاد مدل و شرایط مرزی در مدلسازی عددی تزریق دوغاب

۴–۳-۲– تحلیل عددی تزریق از تودهسنگ پی

 \bigtriangleup

نتایج مدلسازیهای عددی نشان میدهد که میزان نفوذ دوغاب برای اعماق مختلف در بازه ۱٫۵ متر تا ۱٫۷ متر متغیر است. این مقادیر برای اعماق ۵ تا ۵۰ متری به صورت خطی متغیر است. به منظور اطمینان از شعاع نفوذ برآورد شده، پیشنهاد میشود که برای عمقهای متفاوت فشار تزریق متناسب با افزایش عمق، افزایش داده شود. این افزایش فشار نباید با تشکیل درزه و شکاف جدید موجب افزایش هدایت هیدرولیکی در سنگ شود.

همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده، براساس نتایج تحلیل عددی، شعاع نفوذ دوغاب در پی سد سردشت ۱٫۷ متر تعیین شده، به همین دلیل میتوان فاصلهداری بهینه چالها را ۳ متر در نظر گرفت. به منظور افزایش شعاع تأثیر و اطمینان از تشکیل پرده نفوذناپذیر دوغاب، در عملیات تزریق استفاده از فشارهای بالا پیشنهاد میشود. اما این نکته را باید در نظر داشت که در طول فرآیند تزریق، فشار موثر باعث خیز روباره نشده و یا موجب تغییر شکل پلاستیک در تودهسنگ شود.



شکل ۴: نتیجه مدلسازی عددی برای بر آورد شعاع تزریق در پی سد سردشت

۴-۳-۳- تحلیل عددی تزریق تکیهگاهها

به منظور بررسی عملیات تزریق از تکیه گاههای راست و چپ سد سردشت، ویژگیهای زمینشناسی و شرایط ناپیوستگیهای موجود در هر تکیهگاه در نرمافزار المان مجزای UDEC مدلسازی شده و میزان شعاع نفوذ دوغاب و فاصلهداری بهینه چالها در تکیهگاهها بررسی شد. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می شود، در تکیه گاه راست و چپ به دلیل محدود بودن تعداد دسته درزهها نسبت به پی سد، شعاع نفوذ دوغاب بیشتر شده و این شعاع حدود ۲٫۷ متر برآورد می شود. به همین دلیل برای دو چال تزریق مجاور که هر کدام ۲/۷ متر شعاع تزریق دوغاب دارند، با فرض مقداری همپوشانی، فاصلهداری بهینه در دو تکیهگاه چپ و راست، برابر با ۵ متر پیشنهاد می شود. با توجه به نتایج به دست آمده هرچه تعداد دسته درزههای متقاطع با چال تزريق بيشتر شود، شعاع نفوذ دوغاب كاهش يافته، ولى محدوده متقارنترى تحت شعاع نفوذ دوغاب قرار می گیرد. در حالیکه، هرچه تعداد دسته درزههای متقاطع با چال کمتر باشد، شعاع نفوذ بیشتر شده ولی نفوذ دوغاب فقط در راستای خاصی صورت می گیرد. به دلیل شعاع نفوذ بیشتر دوغاب در تکیهگاهها، در مدلسازی عددی محدوده بلوک ۱۰×۱۰ مترمربع برای بررسی و تحلیل انتخاب شد. همچنین برای بررسی تأثیر قطر گمانه بر شعاع نفوذ تزریق دوغاب، در مدلسازی عددی چالهایی با قطرهای ۵۶ میلیمتر و ۷۶ میلیمتر در نظر گرفته شد، که نتایج آن تفاوت محسوسی نشان نمی دهد و به همین دلیل از ارائه شکل تکراری صرفنظر شدهاست. در نهایت از نظر اقتصادی چال با قطر ۵۶ میلیمتر پیشنهاد می شود.

۴-۳-۴ تعیین فشار بهینه تزریق

بهمنظور تعیین فشار بهینه تزریق برای اعماق متفاوت بهمنظور تعیین فشار بهینه تزریق برای اعماق متفاوت تزریق در مدلسازی عددی انجام شده و نتایج آن با روابط تجربی موجود مقایسه شد. براساس نظر لیپالد فشار تزریق از رابطه تجربی (۳) محاسبه میشود. این در حالی است که براساس نظریه متخصصان آمریکایی و اروپایی، فشار تزریق براساس نظریه متخصصان آمریکایی و اروپایی، فشار برای به ترتیب از روابط (۴) و (۵) محاسبه شود [۴۴]. $P = 36.765 * 10^{-3} * H$ (۴) P = 0.1 * H



شکل ۵: مدلسازی عددی تزریق و بر آورد شعاع نفوذ دوغاب در تکیهگاههای راست (الف) و چپ (ب) سد سردشت

در این روابط، P فشار تزریق (MPa) و H عمق (m) است. همانطور که در شکل ۶ ملاحظه می شود، فشار بهینه تعیین شده برای عملیات تزریق در منطقه سردشت، به قانون تجربی آمریکا نزدیکتر است. در مدلسازی عددی چندین مدل مشابه با مقادیر مختلف از فشار تزریق اجرا شد. براساس نتایج تحلیل عددی فشار بهینه تزریق حد بالای فشاری است که علاوه بر داشتن حداکثر شعاع تأثیر، تودهسنگ را دچار شکستگی نکند. چراکه وجود شکستگیهای جدید موجب پیدا شدن مسیرهای نفوذ جریان آب و ناکارآمدی سیستم پرده آببند خواهد شد. واضح است که برای داشتن یک شعاع نفوذ ثابت در عمقهای متفاوت نیاز به افزایش فشار متناسب با عمق است. فاصله نفوذ دوغابی که از گمانه به درزهها جریان مییابد، به ویژگیهای درزههای محیط(بازشدگی، زبری و پرکنندهها)، ویژگیهای جریان دوغاب و فشار موثر در درزهها بستگی دارد. هر چه فشار تزریق بالاتر باشد، شعاع تأثير دوغاب نيز بيشتر خواهد بود. بنابراين بهنظر مىرسد که میتوان با اعمال فشارهای بالا در تزریق، فاصله میان چالهای تزریق را افزایش و هزینهها را کاهش داد و پر شدن درزههای باریک را بهبود بخشید.



شکل ۶: مقایسه فشار تزریق بدست آمده از مدلسازی عددی با روابط تجربی

۴-۴- تحلیل عددی عمق و زاویه بهینه برای احداث یرده آببند

بهمنظور کاهش نشت و نفوذپذیری منطقه، پردههای آببند با عمقهای ۲۰، ۳۰ و ۴۰ متری، در تحلیل عددی بررسی شد. براساس نتایج این مدلسازیهای، با افزایش عمق پرده آببند برای اعماق بالاتر از ۴۰ متر، تغییر قابل ملاحظهای در میزان جریان و نشت آب مشاهده نمی شود. در شکل ۷، هندسه و ابعاد مدل و تراز ایستابی (۸۵ متر) در تحلیل عددی ابعاد و زاویه بهینه احداث پرده آببند، نشان داده شدهاست. در تحلیل هیدرولیکی برای حالتی که مخزن سد پر باشد، فشار منفذی (pp) در سمت بالادست ثابت و در سمت پایین دست صفر فرض شده و با توجه به ارتفاع ۸۵ متر آب و رابطه p=p×g×h مقدار فشار منفذی محاسبه شدهاست. همچنین بار قائم ناشی از وزن آب به پی سد اعمال شده و فشار افقی، فشار آب به صورت تنش افقی به بدنه سد وارد شده است. مدل سازی هندسه و خواص پرده آببند در تحلیل عددی، از طریق نسبت دادن رفتار ناتراوا به درزهها در یک محدوده مشخص از مرکز مدل و دقیقا در زیر هسته سد اجرا شدهاست.



آببند در مدلسازی عددی



شکل ۹: میزان نفوذپذیری برای پرده به عمق ۴۰m با زوایای ۵، ۱۰، ۱۷، ۲۰ و ۲۵ درجه

در جدول ۵ تأثیر احداث پرده آببند با زاویه ۱۷درجه و عمق ۴۰ متر بر روی نفوذپذیری تودهسنگ بستر محل احداث سد سردشت ارائه شدهاست. همانطور که ملاحظه میشود، احداث پرده آببند تا حد قابل ملاحظهای میزان نفوذپذیری تودهسنگ در اعماق مختلف را کاهش دادهاست.

مدول ۵ تأثیر احداث پرده آببند با زاویه ۱۷ درجه بر نرخ
جريان

نرخ جريان (m³/s/m)				
بعد از احداث پرده آب	قبل از احداث پرده آب	(m)		
بند	بند	~ /		
4/27×1· -0	$F/\Delta \times 1 \cdot {}^{-F}$	١٠		
۲/٣×۱۰ -۵	$arphi$ / λ ×)· $^{-\Delta}$	۲.		
۱/۵×۱۰ ^{-۵}	۵×۱۰ -۵	٣٠		
۵×۱۰ -۶	$1/\Delta \times 1 \cdot -\Delta$	۴۰		
۳×۱۰ -۶	λ×۱۰ -۶	۵۰		

۴-۴-۱- اعتبارسنجی مدل عددی

به منظور اعتبارسنجی تحلیل عددی انجام شده، نتایج به دست آمده از تحلیل عددی با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده در شرکت مهندسی سپاسد، مقایسه شد. همانطور که در شکل ۱۰ دیده میشود در بیشتر موارد مقدار نفوذپذیری بدست آمده از تحلیل عددی برای پرده آرببند با عمق ۴۰ متر و زاویه ۱۷ درجه با نتایج آزمایشگاهی شرکت مهندسی سپاسد همخوانی دارد. شکل ۱۰ نیز مؤید این مطلب است که با افزایش عمق از میزان نفوذپذیری کاسته میشود، این مهم را میتوان ناشی از افزایش تنش متناسب با عمق و بسته شدن درزه و شکافها به علت افزایش فشار محصور کننده دانست [۴].

در شکل ۸ نتایج حاصل از تحلیل عددی در بهینه کردن عمق پرده آببند نشان داده شدهاست. در این شکل تأثیر عمق پرده آب بند بر روی میزان نشت در عمقهای مختلف در تودهسنگ ارائه شدهاست. همانطور که در این شكل ملاحظه مى شود، با افزايش عمق پرده آببند، مقدار نفوذپذیری و در نتیجه میزان نشت آب برای اعماق مختلف در پی سد کاهش می یابد. اگر چه براساس نتایج مدلسازیهای عددی به ازای عمق بالاتر از ۴۰ متر تغییر قابل ملاحظهای در میزان نفوذپذیری تودهسنگ ملاحظه نمى شود. همچنين به منظور تعيين زاويه مناسب تزريق، حالتهای مایل تزریق پرده آببند بررسی و چالهای آن به صورت مایل در نظر گرفتهشد. براساس نتایج بدست آمده با کاهش زاویه از حالت قائم، میزان تراوش آب از تودهسنگ پی سد کاهش می یابد. در شکل ۹ نتایج تحلیلها برای احداث پرده آببند با عمق ۴۰ متر با زوایای ۵، ۱۰، ۱۷، ۲۰ و ۲۵ درجه (نسبت به محور قائم) نشان داده شدهاست. همانطور که در این شکل نشان داده شده پردهای با زاویه انحراف ۱۷ درجه، نفوذپذیری و جریان کمتری را نسبت به سایر حالات نشان میدهد. این تفاوت برای اعماق ۱۰ و ۳۰ متری، بهتر ملاحظه می شود. همانطور که در این شکل نشان داده شده، براساس نتایج مدلسازی عددی، احداث پرده آببند با زاویههای بزرگتر از ۱۷ درجه، تغییر قابل ملاحظهای در میزان نشت آب از پی سد ایجاد نمی کند.



شکل ۸: نتایج تحلیل عددی تأثیر عمق احداث پرده آببند

(با عمقهای ۲۰۳، ۲۰۳ و ۴۰۳) برای اعماق مختلف در تودهسنگ پی سد سردشت (برای عمقهای ۱۰۳ تا ۵۰۳)



شکل ۱۰: مقایسه نفوذپذیری بدست آمده از تحلیل عددی (پرده آببند به عمق ۴۰۳ و زاویه ۱۷ درجه) و نتایج آزمایشگاهی

۵- نتیجهگیری

در این مقاله به کمک نرمافزار المان مجزای UDEC، خصوصیات ژئومکانیکی و هیدرولیکی ساختگاه سد سردشت مدلسازی شده و هندسه پرده آببند برای پی و تکیه گاههای سد بهینه سازی شده است. براساس نتایج مدلسازی عددی برای جلوگیری از جریان سیال یا کاهش آن لازم است یرده آببند به عمق ۴۰ متر در زبر بدنه سد در راستای طولی محور سد احداث شود. در مدلسازی عددی بهمنظور تعیین عمق بهینه تزریق، پردههای آببند با عمقهای ۲۰، ۳۰ و ۴۰ متری، بررسی شد. با افزایش عمق پرده از میزان نشت جریان کاسته شده و برای عمق بهینه ۴۰ متر شدت جریان آب از $^{-0}$ ۱۰×۱/۵ تا $^{-0}$ لوژان کاهش می یابد که براساس استانداردهای موجود این مقدار نشت قابل قبول است. تغییرات نشت آب با تغییر زاويه احداث يرده آببند مي تواند به علت فراهم شدن امکان تقاطع تعداد بیشتری از ناپیوستگیها با راستای تزریق پرده بوده و لذا نسبت به حالت قائم، نفوذناپذیری بالاتری را نشان میدهد. از آنجا که زاویه احداث پرده آببند بر میزان نشت آب تأثیر می گذارد، پردههای آببند با زوایای ۵، ۱۰، ۱۷، ۲۰ و ۲۵ درجه بررسی شد، که از این میان پرده با زاویه ۱۷ درجه جریان کمتری را نشان داد. آرایش چالهای تزریق در پی با توجه به شعاع نفوذ ۱٫۷ متر دوغاب، از هم ۳ متر و در تکیهگاهها با توجه به شعاع نفوذ ۲٫۷ متر دوغاب، ۵ متر پیشنهاد می شود. شعاع نفوذ بیشتر دوغاب در تکیهگاهها به دلیل تعداد کمتر ناپیوستگیها نسبت به پی سد است. در حالتی که تعداد ناپیوستگیهای متقاطع بیشتر شود، شعاع نفوذ دوغاب

كمتر شده ولى محدوده تحت نفوذ تقارن هندسي بيشتري نشان میدهد. لذا عملیات تزریق به شکل مناسبتری اجرا خواهد شد. اما در حالتی که تعداد ناییوستگیها بیشتر باشد، شعاع نفوذ دوغاب بیشتر شده ولی انتشار دوغاب فقط در جهات خاصی صورت می گیرد. براساس مقایسه صورت گرفته بین روابط تجربی موجود و نتایج مدلسازی عددی، برای تعیین فشار بهینه تزریق، بهتر است از رابطه پیشنهادی متخصصین آمریکایی استفاده شود. علت تشابه رفتار در این دو منطقه را می توان ناشی از تشابه در تاريخچه زمين شناسي، ژنز و شرايط ژئومكانيكي تودهسنگها دانست. براساس نتایج بدست آمده از مدلسازی عددی، مقادیر پیشبینی شده نفوذپذیری تودهسنگ محل احداث سد سردشت با دقت ۰/۹۹۸ با مقادیر اندازه گیری شده آن تطابق دارد که نشان دهنده قابلیت بالای مدلسازی عددی به روش المان مجزا در تخمین نفوذیذیری در تودهسنگها است.

سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله بر خود لازم میدانند که از شرکت مهندسی سپاسد به خاطر در اختیار قراردادن اطلاعات مورد نیاز، تشکر و قدردانی نمایند.

مراجع

[1] X. Wang and H. Zhou, 2001 "An improved hyperbola rheological model for fresh cement-clay grouts," Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 16, no. 4.

[2] E. Nonveiller, 2013, "Grouting theory and practice." Elsevie.

[3] G. Lombardi, 2003, "Grouting of rock masses," in Grouting and ground treatment, pp. 164-197.

[4] T. Carter, W. Dershowitz, D. Shuttle, and M. Jefferies, 2012, "Improved Methods of Design for Grouting Fractured Rock," presented at the International Conference on Grouting and Deep Mixing.

[5] W. Sui, J. Liu, W. Hu, J. Qi, and K. Zhan, 2015 "Experimental investigation on sealing efficiency of chemical grouting in rock fracture with flowing water," Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 50, pp. 239-249.

[6] L. Hassler, 1993, "Grouting of rock: Simulation and classification,".

[7] M. Eriksson, H. Stille, and J. Anderson, 2000, "Numerical calculations for prediction of grout spread with account for filtration and varying aperture," remeshing," International journal for numerical methods in engineering, vol. 46, no. 1, pp. 131-150.

[21] T. Belytschko and T. Black, 1999, "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing," International journal for numerical methods in engineering, vol. 45, no. 5, pp. 601-620.

[22] C. Duarte, O. Hamzeh, T. Liszka, and W. Tworzydlo, 1999, "The element partition method for three-dimensional dynamic crack propagation,"in Fifth US National Congress on Computational Mechanics,", vol. 297.

[23] J. Pereira, C. Duarte, X. Jiao, and D. Guoy, 2009, "Generalized finite element method enrichment functions for curved singularities in 3D fracture mechanics problems," Computational Mechanics, vol. 44, no. 1, pp. 73-92.

[24] P. Gupta and C. A. Duarte, 2014, "Simulation of non-planar three-dimensional hydraulic fracture propagation," International Journal for Numerical Analytical Methods in Geomechanics, vol. 38, no. 13, pp. 1397-1430.

[25] B. Lecampion, 2009, "An extended finite element method for hydraulic fracture problems," Communications in Numerical Methods in Engineering, vol. 25, no. 2, pp. 121-133.

[26] T. A. Cruse, 1969, "Numerical solutions in three dimensional elastostatics," International journal of solids structures, vol. 5, no. 12, pp. 1259-1274.

[27] M. Hossain and M. Rahman, 2008, "Numerical simulation of complex fracture growth during tight reservoir stimulation by hydraulic fracturing," Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 60, no. 2, pp. 86-104.

[28] M. Lak, M. F. Marji, A. Y. Bafghi, and A. Abdollahipour, 2019, "A coupled finite differenceboundary element method for modeling the propagation of explosion-induced radial cracks around a wellbore," Journal of Natural Gas Science Engineering, vol. 64, pp. 41-51.

[29] A. Abdollahipour, M. F. Marji, A. Y. Bafghi, and J. Gholamnejad, 2016, "A complete formulation of an indirect boundary element method for poroelastic rocks," Computers and Geotechnics, vol. 74, pp. 15-25.

[30] Z. Wilson and C. Landis, 2016, "Phase-field modeling of hydraulic fracture," Journal of the Mechanics Physics of Solids, vol. 96, pp. 264-290.

[31] A. Abdollahipour, M. F. Marji , A. Y. Bafghi, and J. Gholamnejad, $7 \cdot 19$, "On the accuracy of higher order displacement discontinuity method (HODDM) in the solution of linear elastic fracture mechanics problems," Journal of Central South University, vol. 23, no. 11, pp. 2941-2950, 2016/11/01.

[32] A. Abdollahipour, M. F. Marji, A. Y. Bafghi, and J. Gholamnejad, 2015, "Simulating the propagation of hydraulic fractures from a circular wellbore using the

Tunnelling and underground space technology ,vol. 15, no. 4, pp. 353-364.

[8] M. Yang, Z. Yue, P. K. Lee, B. Su, and L. Tham, 2002, "Prediction of grout penetration in fractured rocks by numerical simulation," Canadian Geotechnical Journal, vol. 39, no. 6, pp. 1384-1394.

[9] C. Fidelibus and V. Lenti, 2012, "The propagation of grout in pipe networks," Computers & Geosciences, vol. 45, pp. 331–336.

[10] C. Fidelibus and V. Lenti, 2012, "Short note: The propagation of grout in pipe networks," Computers and Geotechnics, vol. 45, pp. 331-336.

[11] T. Chen, L. Zhang, and D. Zhang, 2014, "An FEM/VOF hybrid formulation for fracture grouting modelling," Computers & Geosciences, vol. 58, pp. 14-27.

[12] H. Rahmani, 2009, "Estimation of grout distribution in a fractured rock by numerical modeling," University of British Columbia.

[13] J. Lee, C. Bang, Y. Mok, and S. Joh, 2000, "Numerical and experimental analysis of penetration grouting in jointed rock masses," International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, vol. 37, no. 7, pp. 1027-1037.

[14] A. Draganović and H. Stille, 2011, "Filtration and penetrability of cement-based grout: Study performed with a short slot," Tunnelling and underground space technology, vol. 26, no. 4, pp. 548-559.

[15] Q. Liu and L. Sun, 2019, "Simulation of coupled hydro-mechanical interactions during grouting process in fractured media based on the combined finite-discrete element method," Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 84, pp. 472-486.

[16] A. Paluszny and R. Zimmerman, 2011, "Numerical simulation of multiple 3D fracture propagation using arbitrary meshes," Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, vol. 200, no. 9-12, pp. 953-966.

[17] A. Paluszny, X. Tang, M. Nejati, and R. Zimmerman, 2016, "A direct fragmentation method with Weibull function distribution of sizes based on finite-and discrete element simulations," International journal of solids structures, vol. 80, pp. 38-51.

[18] O. Omidi, R. Abedi, and S. Enayatpour, 2015, "An adaptive meshing approach to capture hydraulic fracturing," in *f* th US Rock Mechanics/Geomechanics

Symposium, American Rock Mechanics Association.

[19] Q. Liu, L. Sun, X. Tang, and L. Chen, 2018, "Simulate intersecting 3D hydraulic cracks using a hybrid "FE Meshfree" method," Engineering Analysis with Boundary Elements, vol. 91, pp. 24-43.

[20] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko, 1999, "A finite element method for crack growth without [38] Y. Chengzeng, Z. Hong, S. Guanhua, and G. Xiurun, 2016, "Combined finite-discrete element method for simulation of hydraulic fracturing," Rock mechanics and rock engineering, vol. 49, no. 4, pp. 1389-1410.

[39] Q. Liu, D. Jiang, T. Hayat, and A. Alsaedi, 2018, "Influence of stochastic perturbation on an SIRI epidemic model with relapse," Applicable Analysis, pp. 1-20.

[40] J.-P. Latham, J. Xiang, M. Belayneh, H. M. Nick, C.-F. Tsang, and M. J. Blunt, 2013, "Modelling stress-dependent permeability in fractured rock including effects of propagating and bending fractures," International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol. 57, pp. 100-112.

[41] S.-F. C. Partnership, 2011, "Sardasht Dam and Power Plant Design," in Engineering Geology Report Second stage studies," Partnership Moshanir - Karkhe Payab Co.

[42] UDEC, Itasca C. G; UDEC 4 Manual. Minneapolis, 2004.

[43] N. Wiler, 1996, "Injection Engineering Operations." Zayand Ab Consulting Engineers.

[44] M. A. Karbalaei and H. Katibeh, 2009, "Cement grouting in Rocks." Tarava, (In Persian)

Displacement Discontinuity Method," International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences ,vol. 80, pp. 281-291.

[33] D. O. Potyondy and P. Cundall, 2004, "A bonded-particle model for rock," International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, vol. 41, no. 8, pp. 1329-1364.

[34] B. Park and K. Min, 2015, "Bonded-particle discrete element modeling of mechanical behavior of transversely isotropic rock," International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, vol. 76, pp. 243-255.

[35] M. Sousani, D. Ingham, M. Pourkashanian, Y. Sheng, and I. Eshiet Kenneth, 2015, "Simulation of the hydraulic fracturing process of fractured rocks by the discrete element method," Environmental earth sciences, vol. 73, no. 12, pp. 8451-8469.

[36] A. A. Munjiza, 2004, "The combined finitediscrete element method," John Wiley & Sons.

[37] Q. Lei, J. Latham, J. Xiang, and P. Lang, 2014, "Coupled FEMDEM-DFN model for characterizing the stress-dependent permeability of an anisotropic fracture system," in International Conference on Discrete Fracture Network Engineering.

' Fracture Network

^r Generalized Finite Element Method

- ^{*} Combined Finite-Discrete Element Method
- ^v International Society of Rock Mechanics and Rock Engineering
- [^] American Society for Testing and Materials

^r Advanced Remeshing method

^r Extended Finite Element Method

^a Displacement Discontinuity Method