

بررسی برش سنگ گرانیت توسط جت آب به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار

ندا اسدی آقبلاغی^۱، علیرضا شفیعی^{*۲}

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

(دریافت: دی ۱۳۹۷، پذیرش: مرداد ۱۳۹۹)

چکیده

یکی از پیشرفته‌ترین روش‌های برش مواد، برش باجت آب است. که به دلیل مزایای آن نسبت به سایر روش‌های برش در سال‌های اخیر کاربرد گسترده‌ای داشته است. برش باجت آب زیرمجموعه‌ای از مسائل اندرکنش سیال و سازه است که در آن جریان آب به مرزهای سنگ نیرو وارد کرده و این نیرو باعث تغییر شکل سنگ در ناحیه برخورد می‌شود. برای بررسی دقیق این مسئله شرایط مرزی آب و سنگ باید کوپل شوند تا بتوان رفتار صحیح ناحیه برخورد را بدست آورد که مهم‌ترین پیچیده‌ترین بخش شبیه‌سازی به روش‌های تئوری، تجربی و عددی است. در این تحقیق از روش هیدرودینامیک ذرات هموار که روشی عددی، ذره‌ای، لاگرانژی و بدون شبکه است برای تحلیل رفتار آب و گرانیت استفاده شده است. بدین منظور ابتدا معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از این روش گسسته‌سازی شده و به کمک الگوریتم محاسباتی پیش‌بینی تصحیح، برنامه به زبان فرترن کدنویسی شده است. با استفاده از الگوریتم بیان شده، برخورد دوبعدی جت آب و سنگ و رفتار شکست سنگ شبیه‌سازی شده است. با این روش می‌توان عمق و پهنای برش در سرعت‌های مختلف جت آب و سرعت بهینه برش سنگ را تعیین کرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی دارای دقت قابل قبولی در مقایسه با نتایج تجربی است و نشان می‌دهد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار را می‌توان به عنوان یک روش مناسب برای تحلیل برش سنگ باجت آب استفاده کرد.

کلمات کلیدی

جت آب، روش هیدرودینامیک ذرات هموار، عمق برش، پهنای برش، سنگ ترد

*عهده‌دار مکاتبات: arshafiei@yazd.ac.ir

۱- مقدمه

اندرکنش سیال و سازه، اثر متقابل سازه متحرک یا تغییر شکل‌پذیر با جریان سیال است. این موضوع یکی از مباحث جذاب و کاربردی در علوم مهندسی است. به دلیل پیچیدگی حل مسئله به صورت تئوری، رویکرد محققان در برابر این پدیده، روش‌های تجربی، آزمایشگاهی و عددی است. در بیشتر این گونه مسائل، نیروها توسط جریان سیال به مرزهای جامد اعمال شده و هندسه مرزها را تغییر می‌دهد. در این حالت سیال با حرکت خود، به مرزهای جامد نیرو وارد می‌کند، بنابراین برای تحلیل دقیق، شرایط مرزی دینامیکی دو محیط باید با هم کوپل شوند. یکی از پیشرفته‌ترین روش‌های برش مواد، روش برش با جت آب است که از سال ۱۹۷۰ میلادی وارد عرصه صنعت شد [۱] و به علت مزایای متفاوت نسبت به سایر فناوری‌های برش (ماشین‌های تراش معمولی، برش پلاسما و لیزر) از جمله عدم ایجاد تنش‌های حرارتی در ماده هدف، انعطاف‌پذیری، نیروهای برش کوچک، سروصدای بسیار کم، ظرفیت تولید بالا و ضایعات کم در سال‌های اخیر پیشرفت شگرفی داشته است.

از جت آب به تنهایی یا با ترکیب با سایر عملیات مکانیکی، شیمیایی، حرارتی یا الکتریکی به عنوان ابزار مفیدی با هدف حفاری، برش کاری، سوراخ کاری، تمیزکاری و ... در صنایع مختلف استفاده می‌شود. آب قرن‌ها در استخراج و حفاری معادن و اغلب در معادن طلا، برای شست‌وشو به صورت جت‌های آب با فشار خیلی کم استفاده می‌شده است. قابلیت برش نهفته در مولکول‌های پرسرعت یک سیال، اولین بار در سال ۱۹۰۰ میلادی در یک نیروگاه بخار در روسیه مشاهده شد. کارگران این نیروگاه متوجه شدند بخار آب پرفشاری که از یک مجرای باریک با سرعت بسیار زیاد نشت می‌کند قابلیت برش اجسامی مانند قطعات چوب را دارد [۱]. فارمر و اتاول [۲] مکانیزم شکست سنگ در اثر برخورد با جت آب ضربه‌ای را بررسی کرده و رابطه بین نرخ نفوذ جت و مقاومت فشاری استاتیکی سنگ را به دست آوردند. اسپرینگر [۳] و فیلد [۴] به بررسی نظری برخورد سیال و ماده ترد پرداختند. ونجان و همکاران [۵] ماشین کاری فلزات نرم را توسط جت آب ساینده با استفاده از روش کوپل اجزا محدود و

هیدرودینامیک ذرات هموار شبیه‌سازی کردند. با به کارگیری این مدل، جت آب ساینده با سرعت زیاد در ماده هدف نفوذ کرده و مکانیزم برش شرح داده شد. هونگ زیانگ و همکاران [۶] به شبیه‌سازی عددی رفتار سنگ در برخورد با جت آب به کمک کوپل روش هیدرودینامیک ذرات هموار و اجزا محدود پرداختند، آب به صورت سیال تراکم‌پذیر و با روش هیدرودینامیک ذرات هموار و برای بررسی سنگ از روش اجزا محدود استفاده و اثر تنش‌های برشی در هنگام برخورد جت به سنگ مطالعه شد. لو و همکاران [۷] به بررسی الگوی شکست در سنگ ماسه با استفاده از جت‌های سرعت بالا پرداخت و اثر سرعت برخورد جت را روی فرآیند برداشت ماده از قطعات مورد آزمایش بررسی کرد. لیو و همکاران [۸] به بررسی اثر متغیرهای فشار، قطر، سرعت و زاویه برخورد جت در حالت سه‌بعدی روی معادلات مومنتوم و انرژی، عمق و پهنای برش با استفاده از کوپل روش هیدرودینامیک ذرات هموار و روش اجزا محدود پرداختند. وانگ و همکاران [۹] به بررسی مکانیزم شکست و آسیب به صورت سه‌بعدی و دینامیکی به کمک کوپل روش هیدرودینامیک ذرات هموار و اجزا محدود پرداخت. مومبر [۱۰] به بررسی تجربی برخورد جت‌های آب با سنگ و بتن پرداخت و به ارائه روابط و مدل تجربی برای حجم برداشت ماده اقدام نمود.

در این تحقیق برای مدل‌سازی برخورد جت آب با سنگ از روش هیدرودینامیک ذرات هموار استفاده شده است. روش هیدرودینامیک ذرات هموار به دلیل توانایی زیاد در حل مسائل با مرزهای دارای تغییر شکل‌های بزرگ و مداوم، و هم چنین بارگذاری‌های دینامیکی گزینه مناسبی برای تحلیل برش جسم جامد با جت آب است. برای این منظور ابتدا فرمول‌بندی اساسی یعنی معادلات دیفرانسیل وابسته به زمان حاکم بر مسئله شامل معادله بقای جرم، مومنتوم و انرژی ارائه می‌گردد. سپس روابط ساختاری و حالت حاکم بر رفتار سنگ و آب بیان می‌شود و تداخل سیال و جامد با روش هیدرودینامیک ذرات هموار و نحوه اعمال شرایط مرزی بررسی می‌شود. با صحت‌سنجی‌ها که نوشته شده مسائل مختلف برش سنگ با جت آب بررسی و نتایج ارائه می‌شود.

۲- روش هیدرودینامیک ذرات هموار

$$f(x) \approx \int_{\Omega} f(x') W(x-x', h) dx' \quad (3)$$

۲-۱- هیدرودینامیک ذرات هموار

در رابطه فوق، مقدار تابع $f(x)$ در نقطه x به صورت انتگرال حجم بر روی ناحیه پوشش Ω است. W تابع میاناب نامیده می‌شود. h طول هموارساز است که ناحیه تاثیر اطراف هر ذره را مشخص می‌کند. مقدار طول هموارساز در شبیه‌سازی‌های مختلف براساس فاصله اولیه ذرات بیان می‌شود که انتخاب این طول بستگی به نوع مسئله دارد. این طول در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده در این مقاله $h=1.5\Delta x$ در نظر گرفته شده است که Δx فاصله اولیه بین ذرات است. در هر روش عددی، معادلات حاکم باید به نحوی گسسته‌سازی شوند تا بتوان معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر سیستم را با مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل معمولی و جبری تقریب زد. در مرحله دوم دامنه حل توسط تعداد محدودی ذره، جداسازی و شکل انتگرالی معادلات، به شکل سری بر روی کلیه ذرات دامنه تبدیل می‌شود. به مرحله جداسازی توسط ذرات، مرحله تقریب ذره‌ای گفته می‌شود [۱۱]. تقریب ذره‌ای به صورت رابطه (۴) انجام می‌شود:

$$\langle \tilde{f}(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \tilde{f}(x_j) w_{ij} \quad (4)$$

در رابطه (۴)، i ذره مرکزی، j بیانگر ذرات همسایه، m جرم، ρ چگالی و $W_{ij} = W(x_i - x_j, h)$ بیانگر تابع درون‌یابی نسبت به ذره i و h طول هموارساز است. در این روش دیورژانس تابع f به صورت رابطه (۵) گسسته می‌شود:

$$\nabla \cdot \tilde{f}(x_i) = \frac{1}{\rho_i} \left[\sum_{j=1}^N m_j [\tilde{f}(x_i) - \tilde{f}(x_j)] \cdot \nabla_i W_{ij} \right] \quad (5)$$

برای محاسبه چگالی از فرم گسسته معادله پیوستگی استفاده شده است به این صورت که عملگر فوق به همه مشتقات معادله پیوستگی اعمال شده و رابطه (۶) برای چگالی به دست می‌آید:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j [v_i^\beta - v_j^\beta] \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \quad (6)$$

به دست آوردن معادله حرکت با این روش مشابه گسسته‌سازی معادله پیوستگی است. این معادله در فرمول‌بندی این روش به صورت رابطه (۷) به دست می‌آید:

روش هیدرودینامیک ذرات هموار، در ابتدا توسط لوسی، گینگلد و مناقان در سال ۱۹۷۷ برای تحلیل مسائل دینامیک گاز در علم نجوم ابداع شد [۱۱]. آنتوچی و همکاران [۱۲] به بررسی اثر متقابل سیال غیرویسکوز و جامد هاپیوالاستیک با استفاده از این روش پرداختند. رفیعی و نیاکاراجان [۱۳] اثر متقابل سیال ویسکوز و جامد هاپیوالاستیک را بررسی کرد. امینی و همکاران [۱۴] بررسی اثر متقابل سیال ویسکوز و جامد هاپیوالاستیک را بررسی کرده و نیروی مرزی دفع‌کننده جدیدی برای ناحیه تماس سیال و جامد ارائه نمود. آکینسی و همکاران [۱۵] به بررسی مساله کشش سطحی و چسبندگی سیال- جامد پرداختند که به شبیه‌سازی بسیاری از اثرات فیزیکی در دنیای واقعی کمک کرد.

۲-۲- معادلات حاکم

معادلات اصلی حاکم بر سیال و جامد در مسائل مکانیک شامل معادلات بقای جرم (پیوستگی) و بقای اندازه حرکت است:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \bar{v} \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{v}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \sigma \quad (2)$$

در معادلات بالا $\frac{D}{Dt}$ معرف مشتق مادی، ρ چگالی (جرم مخصوص)، \bar{v} بردار سرعت و σ تانسور تنش هستند. در فضای فیزیکی می‌توان سیال را توسط تعداد محدودی از حجم‌های ماکروس کوپیک توصیف کرد. در این روش هر ذره نماینده یک حجم ماکروسکوپیک از سیال است. هر ذره سیال حامل خواص فیزیکی ماده از جمله جرم، چگالی، فشار، سرعت و موقعیت است. جرم در تمام مراحل شبیه سازی ثابت بوده اما فشار، سرعت، موقعیت و دیگر کمیت‌های فیزیکی در هر گام زمانی به روز می‌شوند. اساس روش هیدرودینامیک ذرات هموار بر دو مرحله بیان انتگرالی و تقریب ذره‌ای برای محاسبه توابع میدان مسئله استوار است. به طور کلی تقریب انتگرالی تابع میدان در این روش در مرحله اول با استفاده از تابع کرنل، به صورت رابطه (۳) انجام می‌شود [۱۱]:

$$p = c_0^2 (\rho - \rho_0) \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، ρ_0 چگالی مرجع، ρ چگالی در گام زمانی جاری است. برای جامد $c_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$ که K مدول بالک و برای سیال $c_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho_0}}$ که ε مدول تراکم‌پذیری است [۱۲].

۲-۵- شرایط مرزی

در تحلیل و بررسی عددی پدیده‌های مکانیکی، یکی از مباحث مهم اعمال شرط مرزی موجود در سیستم است. به دلیل ماهیت لاگرانژی روش هیدرودینامیک ذرات هموار، اعمال شرایط مرزی در مرزها از پیچیدگی‌های این روش است. شرایط مرزی متفاوتی در این زمینه ارائه شده است که هر کدام قواعد، مزایا و معایب مربوط به خود را دارند و البته بسته به شرایط هر مسئله باید شرط مرزی مناسب انتخاب و به کار برده شود. در مسئله برش سنگ شرایط مرزی به دو دسته شرط مرزی سطح آزاد و دیواره‌های ثابت تقسیم‌بندی می‌شوند که در ادامه به توضیح هر یک پرداخته می‌شود.

ذره‌ای که بر روی سطح آزاد قرار می‌گیرند طبق شرایط مرزی دیریکله دارای فشار صفر خواهد بود. برای اینکه فشار صفر برای این ذرات اعمال شود، نیازی به استفاده از ذرات کمکی نیست، چون ذره ای بیرون از ناحیه سطح آزاد وجود ندارد، ناحیه تاثیر تابع کرنل ناقص است بنابراین چگالی ذره روی این مرز کاهش می‌یابد. پس می‌توان از این ویژگی جهت تعریف سطح آزاد استفاده کرد. روش‌های زیادی برای جست‌وجوی ذرات سطح آزاد وجود دارد. شائو با استفاده از معادله چگالی و استفاده از این خاصیت که مقدار تغییرات چگالی حدود یک درصد است، ذرات سطحی را تعیین نمود [۱۷].

برای تعریف شرط مرزی دیوار ثابت، شرط مرزی دینامیکی انتخاب شده است. این روش به گونه‌ای است که ذرات مرزی دیواره دارای خواص جامد بوده و مانند دیگر ذرات جامد معادله پیوستگی و معادله حالت برای آنها استفاده می‌شود. این ذرات حرکتی ندارند بنابراین نیاز به حل معادله مومنتوم برای آنها نیست. در این روش با توجه به شعاع تابع کرنل، تعداد لایه‌های متفاوتی برای دیواره در نظر گرفته می‌شود. این لایه‌ها از دو قسمت متفاوت ایجاد

$$\frac{D\bar{v}_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left[\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \delta^{\alpha\beta} + f_{ij}^n (R_i^{\alpha\beta} + R_j^{\alpha\beta}) \right] \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \quad (7)$$

در رابطه (۷) عبارت Π_{ij} بیانگر عبارت ویسکوزیته مصنوعی است. ویسکوزیته مصنوعی مناسب برای این روش توسط منافان به صورت رابطه (۸) ارائه شده است:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_{\Pi} \bar{c}_{ij} \phi_{ij} + \beta_{\Pi} \phi_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} & \bar{v}_{ij} \cdot \bar{x}_{ij} < 0 \\ 0 & \bar{v}_{ij} \cdot \bar{x}_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\phi_{ij} = \frac{h_{ij} \bar{v}_{ij} \cdot \bar{x}_{ij}}{|x_{ij}|^2 + \eta^2}, \quad c_{ij} = \frac{1}{2}(c_i + c_j), \quad \rho_{ij} = \frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)$$

$$h_{ij} = \frac{1}{2}(h_i + h_j), \quad \bar{x}_{ij} = \bar{x}_i - \bar{x}_j, \quad \bar{v}_{ij} = \bar{v}_i - \bar{v}_j$$

در رابطه (۸)، c_i, ρ_i, h_i ، به ترتیب، طول هموارساز، چگالی و سرعت صوت ذره $\alpha_{\Pi}, \beta_{\Pi}$ پارامترهای ثابتی بوده که معمولاً به ترتیب ۱ و ۲ پیشنهاد می‌شوند [۱۱].

۲-۳- معادلات ساختاری

برای توضیح رفتار ماده و تعیین تنش انحرافی در حالت الاستیک یا الاستیک-پلاستیک در جامد، نیاز به استفاده از یک معادله ساختاری جامع وجود دارد. معادله ساختاری مورد استفاده به فرم زیر بیان می‌شود:

$$\sigma^{\alpha\beta} = -P \delta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta} \quad (9)$$

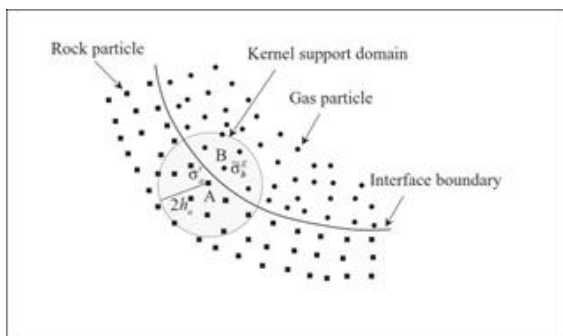
$$P = K \varepsilon_v^{\gamma\gamma}; \varepsilon_v^{\gamma\gamma} = \frac{1}{3} \varepsilon^{\gamma\gamma} \quad (10)$$

$$\tau^{\alpha\beta} = 2G \varepsilon_d^{\alpha\beta}; \varepsilon_d^{\alpha\beta} = \varepsilon^{\alpha\beta} - \varepsilon_v^{\gamma\gamma} \quad (11)$$

که شکل کلی قانون هوک برای جامد الاستیک است و در آن، $\sigma^{\alpha\beta}$ مولفه‌های تانسور نرخ تنش، $\varepsilon^{\alpha\beta}$ مولفه‌های تانسور نرخ کرنش، $\varepsilon_v^{\gamma\gamma}$ مولفه‌های تانسور نرخ کرنش حجمی، $\varepsilon_d^{\alpha\beta}$ مولفه‌های تانسور نرخ کرنش انحرافی، K مدول بالک و G مدول برشی ماده است، لازم به ذکر است این معادله ساختاری، معادله حالت را هم برای جامد ارضا می‌کند [۱۶].

۲-۴- معادله حالت

به دلیل نقش مهم فشار در تغییر حجم ماده، از معادله حالت جهت محاسبه فشار استفاده می‌شود. برای تعیین فشار سیال تراکم‌پذیر ضعیف از معادله حالت موریس در این الگوریتم استفاده می‌شود:



شکل ۱: بررسی اثر متقابل ذره سیال با ذره جامد با کمک درون‌یابی تابع کرنل [۱۶]

تانسور تنش میان‌یاب ذرات مجازی سیال به عنوان شرط مرزی روی ذره جامد a^r به کار گرفته می‌شود. برای رسیدن به این منظور، ابتدا تانسورهای تنش ذرات جامد با موقعیت ذره مجازی b^g برون‌یابی می‌شوند:

$$\sigma'_{b^g} = \frac{\sum_{c^r \in \Lambda^r} \frac{m_{c^r}}{\rho_{c^r}} \sigma_{c^r} W_{c^r b^g}}{\sum_{c^r \in \Lambda^r} \frac{m_{c^r}}{\rho_{c^r}} W_{c^r b^g}} \quad (14)$$

که $\Lambda_{b^g}^s$ زیر ناحیه پشتیبان ذره b^g که شامل همه ذرات همسایه جامد بوده و $\Lambda_{b^g}^g = \Lambda_{b^g}^r \cup \Lambda_{b^g}^g$ است. تانسور تنش بین سطحی $\tilde{\sigma}_{b^g}^{\alpha\beta}$ با استفاده از رابطه‌های (۱۵) و (۱۶) تخمین زده می‌شود:

$$\tilde{\sigma}_{b^g}^{\alpha\beta} = 2\sigma_{b^g}^{\alpha\beta} - \sigma_{b^g}^{\alpha\beta} \quad \text{if } \alpha = \beta \quad (15)$$

$$\tilde{\sigma}_{b^g}^{\alpha\beta} = \sigma_{b^g}^{\alpha\beta} \quad \text{if } \alpha \neq \beta \quad (16)$$

که $\sigma_{b^g}^{\alpha\beta}$ تانسور تنش تخمینی ذره سیال b^g در زمان t است. اکنون تنش بین سطحی $\tilde{\sigma}_{b^g}^{\alpha\beta}$ درون معادله

مومنتوم ذره a^r به صورت رابطه (۱۷) قرار داده می‌شود:

$$\frac{Dv_{a^r}^\alpha}{Dt} = \sum_{b^g \in \Lambda_{a^r}^g} m_{b^g} \left[\frac{\sigma_{a^r b^g}^{\alpha\beta}}{\rho_{a^r}^2} + \frac{\sigma_{b^g a^r}^{\alpha\beta}}{\rho_{b^g}^2} + \Pi_{a^r b^g} \delta^{\alpha\beta} + (R_{\epsilon d}^{\alpha\beta} + \bar{R}_{\epsilon b^g}^{\alpha\beta}) f_{a^r b^g}^\alpha \right] \cdot \frac{\partial W_{a^r b^g}}{\partial x_\beta} + \sum_{b^g \in \Lambda_{a^r}^g} m_{b^g} \left[\frac{\sigma_{a^r b^g}^{\alpha\beta}}{\rho_{a^r}^2} + \frac{\sigma_{b^g a^r}^{\alpha\beta}}{\rho_{b^g}^2} + \Pi_{a^r b^g} \delta^{\alpha\beta} + (R_{\epsilon d}^{\alpha\beta} + \bar{R}_{\epsilon b^g}^{\alpha\beta}) f_{a^r b^g}^\alpha \right] \cdot \frac{\partial W_{a^r b^g}}{\partial x_\beta} \quad (17)$$

روش بالا فشار ناشی از برخورد سیال را به جامد با برقراری شرط پیوستگی تنش در مرز برخورد انتقال می‌دهد. لازم به ذکر است که تقریب انتگرالی ذرات سیال و جامد باید در گام زمانی مشابه صورت پذیرد [۱۶].

می‌شود. لایه اول شامل یک ردیف ذره است که نسبت به ذرات جامد وظیفه اعمال نیروی دافعه را برعهده دارند تا این ذرات از مرز خارج نشوند. لایه دوم برای تکمیل دامنه پوشش ذرات و متقارن کردن دامنه تابع کرنل ذرات جامد، مورد استفاده قرار می‌گیرند. تعداد ردیف ذرات این لایه بسته به شعاع تابع کرنل می‌تواند ۲، ۳ یا ۴ ردیف باشد. این لایه برخلاف لایه اول هیچ نیرویی به ذرات جامد وارد نمی‌کند [۱۸، ۱۹].

۲-۶- تعیین گام زمانی

تعیین گام زمانی در روش‌های ذره‌ای یک موضوع کلیدی برای برقراری پایداری در حل مسائل است. در این مقاله از الگوریتم پیش‌بینی-تصحیح برای حل معادلات استفاده شده است. به منظور اعمال شرایطی که ذرات تحت تاثیر نیروهای داخلی و خارجی بیش از حد به ذرات همسایه خود نزدیک نشوند، رابطه زیر پیشنهاد شده است:

$$\Delta t = \min \left\{ \frac{C_{CFL} h_i}{c_i + |v_i|} \right\} \quad (13)$$

که در آن C_i سرعت صوت عددی، h_i طول هموار ساز و v_i سرعت ذره است. پارامتر C_{CFL} ، برای حفظ دقت حل عددی باید به اندازه کافی کوچک باشد و مقداری بین صفر تا یک دارد. در این مقاله مقدار این پارامتر برابر ۰/۲ در نظر گرفته شده است [۲۰، ۲۱].

۲-۷- تداخل سیال و جامد در روش هیدرودینامیک ذرات هموار

نکته مهم در مسائل اثر متقابل سیال و جامد، پیوستگی تنش و سرعت در مرز برخورد دو ماده است. روش کلی برای بررسی درست پیوستگی تنش در مرز مشترک بین سیال و جامد استفاده از روش درون‌یابی کرنل است. در این نگرش، ذرات سیال نزدیک سطح مشترک به عنوان ذرات مجازی برای یک ذره از جامد، که در همجواری سطح مشترک قرار گرفته، رفتار می‌کنند. به منظور انتقال فشار یک ذره سیال به ذرات جامد همسایه، یک تانسور تنش میان‌یاب از ذرات مجازی سیال در معادله مومنتوم معرفی می‌شود. فرض کنید یک ذره جامد a^r ، یک ذره سیال مجازی b^g در همسایگی اش دارد که در شکل ۱ نشان داده شده است.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- اعتبارسنجی کد نوشته شده

برای اعتبارسنجی کد از نتایج آزمایش تجربی ارائه شده توسط مومبر مطابق با مرجع [۱۰] استفاده شده است، از یک دستگاه جت آب با سرعت بالا برای انجام آزمایش برش روی سنگ استفاده شده است. قطر جت آب برابر با ۲ میلی‌متر، ابعاد قطعه گرانیته 5×22 در نظر گرفته می‌شود. سرعت اولیه جت آب ۸۸۵ متر بر ثانیه، و سرعت قطعه گرانیته در جهت‌های عمودی و افقی صفر در نظر گرفته می‌شود. برخورد در امتداد عمود بر صفحه و دقیقاً در وسط آن انجام می‌پذیرد. در آزمایش برخورد جت آب با سرعت بالا به قطعه جامد، سرعت و فشار جت آب و فشار ایجاد شده در ماده هدف متغیرهای بسیار مهم بوده و ملاک مقایسه در انواع تحلیل‌ها هستند. مقادیر به دست آمده برای متغیرهای نامبرده در آزمایش تجربی پس از گذشت ۰/۳۴ میکروثانیه از شروع برخورد در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: متغیرهای اندازه‌گیری شده از نتایج تجربی و نتایج حاصل از روش SPH، ۰/۳۴ میکروثانیه پس از برخورد جت آب به سنگ گرانیته

متغیرهای اندازه‌گیری شده	مقادیر حاصل از نتایج تجربی	مقادیر حاصل از نتایج SPH
فشار در محور مرکزی ستون آب	۳۹۰ Mpa	۳۹۶/۶ Mpa
فشار در ناحیه برخورد در محور مرکزی سنگ	۲/۳۴ Gpa	۲/۱۵ Gpa
نرخ کرنش	$13/2 \times 10^4 \text{ sec}^{-1}$	$12/55 \times 10^4 \text{ sec}^{-1}$
پهنای برش	۳/۲۲ mm	۳/۷۵ mm

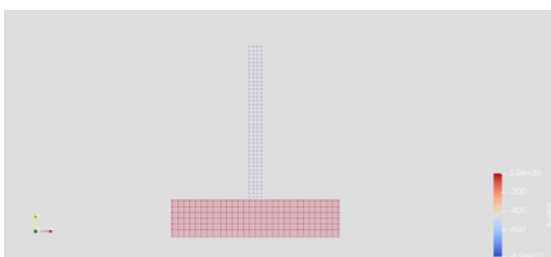
برای مقایسه نتایج عددی حاصل از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با روش تجربی، شرایط اولیه مسئله دقیقاً مطابق با اطلاعات موجود در آزمایش تجربی به عنوان ورودی به کد نوشته شده، الگوریتم مورد استفاده در شکل ۲ نشان داده شده است.

با اجرای کد نوشته شده، نتایج عددی به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار حاصل و مقادیر در جدول ۱ آورده شده است.



شکل ۲: الگوریتم استفاده شده برای شبیه‌سازی فرآیند برخورد دوبعدی جت آب به جامد به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار

تعداد کل ذرات موجود در این تحلیل ۲۷۸۸ ذره بوده و چیدمان اولیه ذرات مطابق شکل ۳ به صورت منظم است. در محاسبات از کرنل درجه سه استفاده شده است. طول هموارساز اولیه ۱/۵ برابر فاصله اولیه ذرات در نظر گرفته شده است. از دو معادله حالت تایت و موریس برای تعیین فشار آب استفاده شده است [۱۱]. سایر اطلاعات مورد نیاز برای حل مسئله در جدول‌های ۲ و ۳ آورده شده است.



شکل ۳: پیکربندی اولیه ذرات جت آب و قطعه گرانیته

۲-۳- شبیه‌سازی برش سنگ با جت آب

مسئله برخورد جت آب با سنگ، دوبعدی و تقارن محوری فرض شده است. زاویه پرتاب جت نسبت به ماده هدف ۹۰ درجه است. جت آب پیوسته به قطر ۲ میلی‌متر و به صورت یک ستون فرض شده است و تنها اثر فشار برای آن در نظر گرفته شده است. سنگ مورد نظر ترد فرض شده (از بررسی ناحیه پلاستیک صرف نظر شده است) و مستطیلی به ابعاد ۵×۲۲ میلی‌متر است (ابعاد به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده تا اثر انعکاس موج تنش را حذف کند). فاصله اولیه ذرات در سنگ و آب متفاوت است، این فاصله برای ذرات آب ۰/۵ میلی‌متر و برای ذرات سنگ ۰/۲۵ میلی‌متر است. تعداد ذرات موجود در جت آب ۱۶۰ ذره و تعداد ذرات به کار رفته در سنگ گرانیت برابر ۱۷۶۰ ذره است. مجموع کل ذرات با در نظر گرفتن ذرات مجازی و مرزی ۲۷۸۸ ذره است. سرعت اولیه برخورد ۸۸۵ متر بر ثانیه است. شرایط مرزی استفاده شده در این روش، شرایط مرزی دینامیکی است. از تغییرات دما و شبیه‌سازی اثر هوا در مسئله صرف‌نظر شده است. ابتدا نتایج حاصل از برخورد جت آب با سرعت ۸۸۵ m/s به سنگ گرانیت، برای متغیرهای فشار و چگالی ذره خاصی از آب و گرانیت در نزدیکی ناحیه برخورد در شکل‌های ۵ تا ۸ نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود به دلیل فشار بالای ایجاد شده در ناحیه برخورد، چگالی در آب و سنگ تا زمان جدایش افزایش می‌یابد و پس از آن ثابت می‌ماند. اما به دلیل وجود فاصله بین ذره سنگ و ناحیه برخورد، فشار جت در گام زمانی ۲۳ به ذره سنگ وارد می‌شود و یک پرش شدید را در میدان فشار تولید می‌کند، این فشار تا زمانی که ذره سنگ دچار آسیب شود افزایش یافته و پس از شکست به دلیل اینکه جسم مقاومت خود را از دست داده، صفر می‌شود. در مورد ذره آب هم افزایش فشار تا زمانی که ذره از جریان آب جدا شود وجود دارد و پس از جدا شدن مقدار آن صفر می‌گردد.

جدول ۲: خواص فیزیکی آب

مقادیر	خواص فیزیکی آب
۱۰۰۰ Kg/m	چگالی
۰/۰۰۱ Pa.s	ویسکوزیته دینامیکی
۱۴۵۰ m/s	سرعت صوت
$۲/۱۵ \times ۱۰^9 \text{Pa}^{-1}$	ضریب تراکم‌پذیری

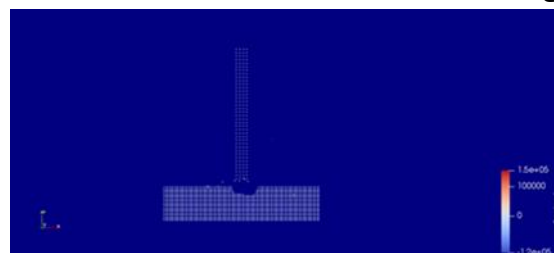
جدول ۳: خواص فیزیکی گرانیت

مقادیر	خواص فیزیکی گرانیت
۲۵۰۰ Kg/m	چگالی
۵۲ Gpa	مدول یانگ
۰/۲۵	ضریب پواسون
$۰/۸۰ \text{MN/m}^{3/2}$	چقرمگی شکست
۱۶۰ Mpa	مقاومت فشاری
۱۰/۷ Mpa	مقاومت کششی
۴۵۸۰ m/s	سرعت صوت

با مقایسه مقادیر به دست آمده برای روش SPH مورد استفاده در کد و آزمایش تجربی، مشاهده می‌شود که نتایج عددی به دست آمده، از دقت بسیار خوبی برخوردارند. جدول ۴ درصد خطای نتایج حاصل را نشان می‌دهد. در ادامه به شبیه‌سازی برش سنگ با جت آب در سرعت‌های متفاوت می‌پردازیم. جدول ۴: درصد خطای بین نتایج تجربی و الگوریتم SPH در برخورد جت آب به سنگ

میزان خطا (درصد)	متغیر اندازه‌گیری شده
۱/۷	فشار در محور مرکزی آب
۸/۱	فشار در ناحیه برخورد در سنگ
۴/۹	نرخ کرنش
۱۶/۵	پهنای برش

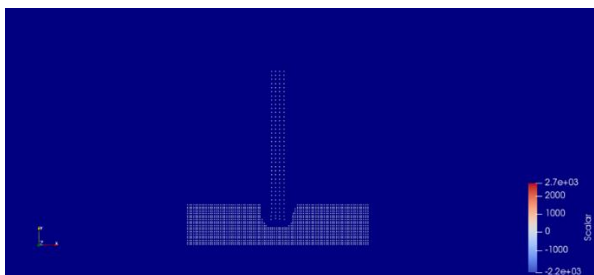
شکل ۴ توزیع سرعت و میزان آسیب (عمق و پهنای برش) ناشی از برخورد جت آب با سرعت ۸۸۵ متر بر ثانیه را به سنگ گرانیت، ۰/۳۴ میکروثانیه پس از برخورد نشان می‌دهد.



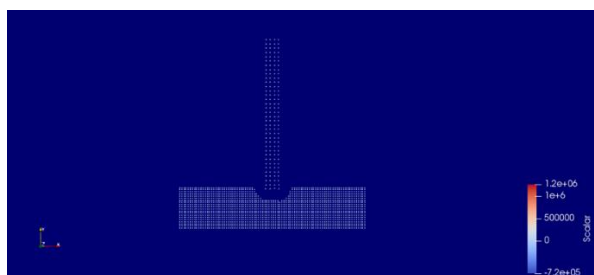
شکل ۴: توزیع سرعت و میزان آسیب پس از ۰/۳۴ میکروثانیه از زمان برخورد

برای بررسی مکانیزم شکست در ناحیه برخورد توسط جت آب، فشار ذره‌های خاص از سنگ و آب در نزدیکی ناحیه برخورد، در ۵۰ گام زمانی (۴/۲ میکروثانیه) به صورت تابعی از زمان در نمودارهای فوق نمایش داده شده است. به دلیل وجود فاصله بین ذرات مورد نظر تا نقطه برخورد، امواج تنش در گام زمانی ۲۳ به ذره سنگ می‌رسند. پس فشار ذره افزایش می‌یابد. این فشار هم در جهت افقی و هم در جهت قائم افزایش می‌یابد اما تغییر در جهت قائم سریع‌تر خواهد بود چرا که بار ناشی از برخورد در جهت این محور است. در گام زمانی ۵۰ بیشینه فشار به مقدار Gpa $3/8$ می‌رسد که فراتر از مقاومت سنگ است و در آن لحظه شکست رخ می‌دهد. با توجه به معادله ساختاری سنگ و شکل ۶ فشار منفی در سنگ نشان‌دهنده این است که ذرات سنگ در حالت کشش قرار دارند. لازم به ذکر است به دلیل بالا بودن سرعت جت آب و فشار ناحیه برخورد فرم کلی و قابل پیش بینی برای نمودارهای چگالی و فشار برحسب زمان وجود ندارد.

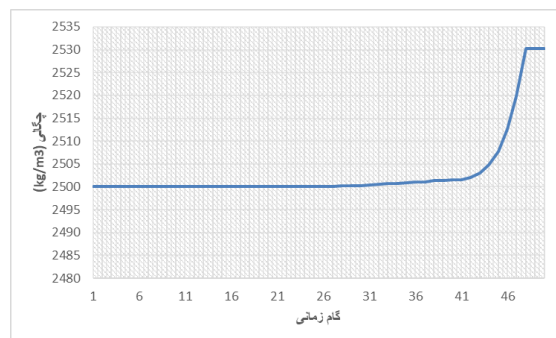
برای بررسی بهتر آسیب و شکست ناشی از برخورد در گرانیته، نتایج برخورد در ۵ سرعت ۱۰، ۳۵۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۸۸۵ متر بر ثانیه در شکل‌های ۹ تا ۱۳ ارائه شده است.



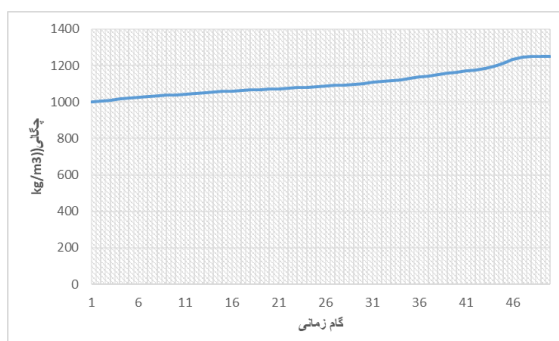
شکل ۹: توزیع سرعت و میزان آسیب وارد شده به سنگ گرانیته با سرعت جت آب ۸۸۵ متر بر ثانیه در زمان ۴/۲ میکروثانیه



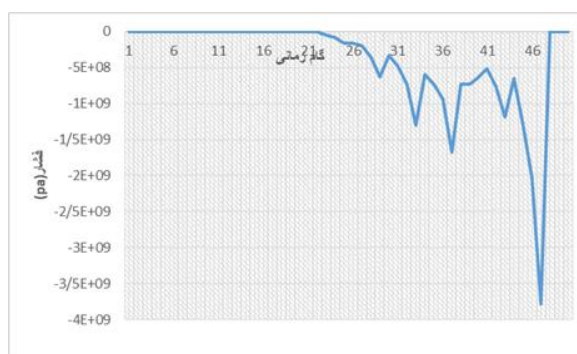
شکل ۱۰: توزیع سرعت و میزان آسیب وارد شده به سنگ گرانیته با سرعت جت آب ۶۰۰ متر بر ثانیه در زمان ۴/۲ میکروثانیه



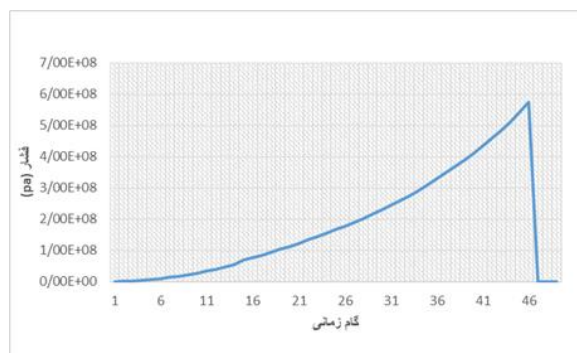
شکل ۵: تغییرات چگالی ذره گرانیته در نزدیکی ناحیه برخورد از ابتدای برخورد تا زمان شکست



شکل ۶: تغییرات چگالی ذره آب از زمان آغاز پرتاب جت تا زمان برخورد و جدا شدن از جریان آب



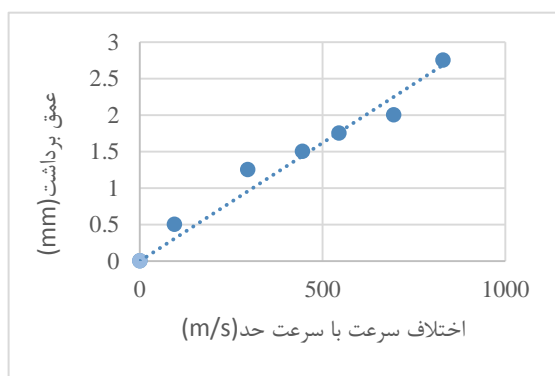
شکل ۷: تغییرات فشار ذره گرانیته در نزدیکی ناحیه برخورد از ابتدای برخورد تا زمان شکست



شکل ۸: تغییرات فشار ذره آب از زمان آغاز پرتاب جت تا زمان برخورد و جدا شدن از جریان آب

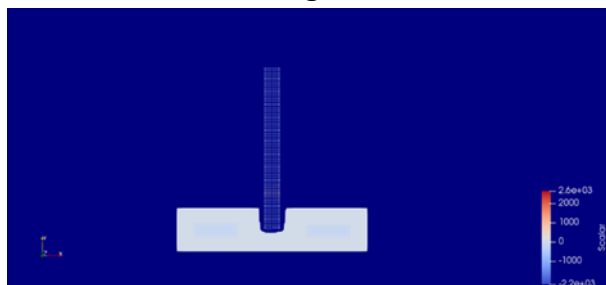
نظر گرفت که این نتیجه با نتایج حاصل از تحقیق فارمر و اتاول [۲] و لو و همکاران [۷] مطابقت دارد. جدول ۵: میزان آسیب (عمق و پهناى برش) ایجاد شده در گرانیت ناشی از سرعت‌های مختلف جت آب

ردیف	سرعت جت آب (m/s)	پهناى برش (mm)	عمق برش (mm)
۱	۸۸۵	۴/۰۰	۲/۷۵
۲	۷۵۰	۴/۲۵	۲/۰۰
۳	۶۰۰	۴/۰۰	۱/۷۵
۴	۵۰۰	۴/۲۵	۱/۵۰
۵	۳۵۰	۴/۰۰	۱/۲۵
۶	۱۵۰	۴/۰۰	۰/۵۰
۷	۱۰	۰/۰۰	۰/۰۰

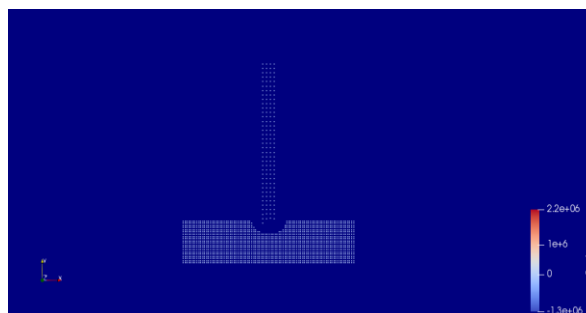


شکل ۱۴: عمق برداشت بر حسب اختلاف سرعت با سرعت حد برای گرانیت

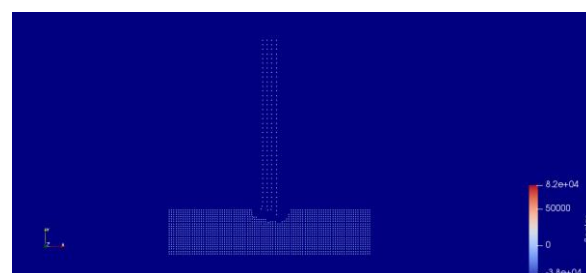
شکل ۱۵ و جدول ۶ نتایج حاصل از کاهش فاصله بین ذرات و افزایش تعداد ذرات را نشان می‌دهد. همان طور که از نتایج پیداست با کاهش فاصله بین ذرات سنگ و ذرات آب پهناى برش کاهش یافته و عمق برش افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده بهبود دقت نتایج حاصل است.



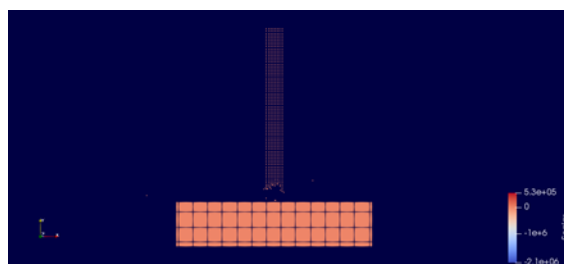
شکل ۱۵: توزیع سرعت و میزان آسیب وارد شده به سنگ گرانیت با تعداد ذرات بیشتر و فاصله کمتر بین ذرات با سرعت جت آب ۸۸۵ متر بر ثانیه در زمان ۴/۲ میکروثانیه



شکل ۱۱: توزیع سرعت و میزان آسیب وارد شده به سنگ گرانیت با سرعت جت آب ۵۰۰ متر بر ثانیه در زمان ۴/۲ میکروثانیه



شکل ۱۲: توزیع سرعت و میزان آسیب وارد شده به سنگ گرانیت با سرعت جت آب ۳۵۰ متر بر ثانیه در زمان ۴/۲ میکروثانیه



شکل ۱۳: توزیع سرعت و میزان آسیب وارد شده به سنگ گرانیت با سرعت جت آب ۱۰ متر بر ثانیه در زمان ۴/۲ میکروثانیه

جدول ۵ میزان آسیب (عمق برش و پهناى برش) را برای سرعت‌های بررسی شده نشان می‌دهد. براساس نتایج حاصل از شبیه‌سازی، با افزایش سرعت جت آب، عمق برش ایجاد شده در سنگ افزایش می‌یابد اما پهناى برش تغییر چندانی ندارد. هم‌چنین در سرعت‌های کمتر از سرعت حد (۵۵ m/s) به گرانیت آسیبی وارد نمی‌شود.

نمودار عمق برش بر حسب اختلاف سرعت جت با سرعت حد برای سنگ گرانیت در شکل ۱۴ رسم شده است. همان طور که از نمودار هم مشخص است با افزایش سرعت، عمق برداشت افزایش پیدا می‌کند هم‌چنین می‌توان رابطه خطی بین عمق برش و سرعت جت آب در

جدول ۶: مقایسه نتایج با تغییر تعداد ذرات

عمق برش (mm)	پهنای برش (mm)	سرعت جت آب (m/s)	تعداد ذرات	فاصله بین ذرات آب (mm)	فاصله بین ذرات سنگ (mm)	ردیف
۲,۷۵	۴,۰۰	۸۸۵	۲۷۸۸	۰,۵	۰,۲۵	۱
۲,۸۷۵	۳,۲۵	۸۸۵	۹۳۹۶	۰,۲۵	۰,۱۲۵	۲

[3] Springer, G.S. (1976). Erosion by liquid impact: John Wiley and Sons, New York, NY; None

[4] Field, J. E. (1999). "ELSI conference: invited lecture: Liquid impact: theory, experiment, applications", Wear, vol. 233-235, pp. 1-12.

[5] Wenjun, Wang Jianming Gao Na Gong. (2010). "Abrasive waterjet machining simulation by coupling smoothed particle hydrodynamics/finite element method", Chinese Journal of Mechanical Engineering 23, no. 5, vol. 23, pp. 1-6.

[6] Hongxiang, J., Changlong, D., Songyong, L., and Kuidong, G. (2014). "Numerical Simulation of Rock Fragmentation under the Impact Load of Water Jet", Shock and Vibration, vol. 2014, pp. 11.

[7] Lu, Y., Huang, F., Liu, X., and Ao, X. (2015). "On the failure pattern of sandstone impacted by high-velocity water jet", International Journal of Impact Engineering, vol. 76, pp. 67-74.

[8] X. Liu, S. Liu, and H. Ji. (2015). "Numerical research on rock breaking performance of water jet based on SPH", Powder Technology, vol. 286, pp. 181-192.

[9] Wang, F., Wang, R., Zhou, W., and Chen, G. (2017). "Numerical simulation and experimental verification of the rock damage field under particle water jet impacting", International Journal of Impact Engineering, vol. 102, pp. 169-179.

[10] Momber, A.W. (2016). "The response of geo-materials to high-speed liquid drop impact", International Journal of Impact Engineering, vol. 89, pp. 83-101.

[11] Liu, Rong, G., and Liu, M.B. (2003). Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method. World Scientific, Singapore.

[12] Antoci, C., Gallati, M., and Sibilla, S. (2007). "Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH", Computers & Structures, vol. 85, pp. 879-890.

[13] Rafiee, A. and Thiagarajan, K. P. (2009). "An SPH projection method for simulating fluid-hypoelastic structure interaction", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198, pp. 2785-2795.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، برش سنگ گرانیت با جت آب با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار شبیه‌سازی شد. بدین منظور ابتدا مفاهیم پایه و اصول بنیادین هیدرودینامیک ذرات هموار با ذکر معادلات و شرایط مرزی مرور گردید. در ادامه برای مدلسازی صحیح، معادلات مسئله برش سنگ با جت آب و پارامترهای مناسب آن در این روش پیاده‌سازی شد. با استفاده از این روش امکان شبیه‌سازی برش سنگ با جت آب میسر شد. دقت نتایج حاصل از شبیه‌سازی درستی شرایط مرزی و روش هیدرودینامیک ذرات هموار را نشان می‌دهد؛ فشار، نرخ کرنش و پهنای برش در ناحیه برخورد با تقریب خوبی به دست آمدند. بنابراین عمق و پهنای برش در ناحیه برخورد در سرعت‌های مختلف جت آب بر حسب زمان محاسبه شد. با توجه به اینکه رابطه بین سرعت جت و عمق برش خطی است با افزایش سرعت میزان عمق برش افزایش می‌یابد نتایج فوق می‌تواند رفتار جت آب در سرعت‌های بالا و سنگ گرانیت را تحت بارهای ضربه‌ای و برخورد با سرعت‌های بالا با دقت خوبی پیش بینی کند. همچنین می‌توان به کمک این روش سرعت بهینه برش برای سنگ را با دقت خوبی تخمین زد.

مراجع

[1] Khosrotash, M., Khosrotash, M. (1999). Familiarity with Jet. First Student Conference on Mining Engineering, Tehran, Faculty of Engineering, University of Tehran (In Persian)

[2] Farmer, I.W. Attewell, P.B. (1965). "Rock penetration by high velocity water jet: A review of the general problem and an experimental study", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, vol. 2, pp. 135-153.

- [14] Amini, Y., Emdad, H. and Farid, M. (2011). "A new model to solve fluid-hypo-elastic solid interaction using the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method", *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol. 30, pp. 184-194.
- [15] Akinci, N., Ihmsen, M., Akinci, G., Solenthaler, B. and Teschner, M. (2012). "Versatile rigid-fluid coupling for incompressible SPH", *ACM Trans. Graph.*, vol. 31, pp. 1-8.
- [16] Pramanik, R., and Deb, D. (2015). "Implementation of Smoothed Particle Hydrodynamics for Detonation of Explosive with Application to Rock Fragmentation", *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 48, pp. 1683-1698.
- [17] Shao, S. (2005). "SPH simulation of solitary wave interaction with a curtain-type breakwater", *Journal of Hydraulic Research*, vol. 43, pp. 366-375.
- [18] Liu, M. B., and Liu, G. R. (2010). "Smoothed Particle Hydrodynamics (Sph): An Overview And recent Developments", *Archives of Computational Methods in Engineering* 17, no. 1, pp. 25-76.
- [19] Crespo, A. J. C., Gesteira, M.G., and Dalrymple, R. A. (2007). Boundary conditions generated by dynamic particles in SPH methods. *Computers, Materials, & Continua*, 5(3):173-184.
- [20] Ghadimi, P., Farsi, M., and Dashtimanesh, A. (2012). "Study of various numerical aspects of 3D-SPH for simulation of the dam break problem", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 34, pp. 486-491.
- [21] Dong, X. W., Liu, G. R., Li, Z., and Zeng, W. (2016). "A smoothed particle hydrodynamics (SPH) model for simulating surface erosion by impacts of foreign particles", *Tribology International*, vol. 95, pp. 267-278.