

(مقاله پژوهشی)

بررسی پروفیل سرعت صعود حباب در سلول فلوتاسیون ستونی با شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی

نرجس خراسانی زاده^۱، محمد کارآموزیان^{۲*}، حسین نوری^۲

۱- دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کاشان، کاشان، ایران

(دریافت: مرداد ۱۳۹۹، پذیرش: دی ۱۳۹۹)

چکیده

مؤلفه‌های هیدرودینامیکی در فلوتاسیون ستونی نقش مهمی در عملکرد و کارایی فرآیند دارند. دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) به‌عنوان یک روش عددی می‌تواند در تحلیل و پیش‌بینی مؤلفه‌های جریان راهگشا باشد. در این مقاله پروفیل سرعت صعود تک حباب در ستون فلوتاسیون به‌صورت دوفازی و با روش CFD مطالعه شده است. شبیه‌سازی‌ها در نرم‌افزار فلوئنت و با به‌کارگیری مدل دوفازی VOF انجام شدند. میدان محاسباتی، ستونی با مقطع مربع به ضلع ۱۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۱۰۰ سانتی‌متر بود که هوا به‌وسیله یک حباب‌ساز داخلی از قسمت پایین ستون به‌صورت تک حباب وارد می‌شد و به‌منظور کاهش حجم محاسبات و ساده‌سازی مسئله ستون ابتدا پر از آب در نظر گرفته شد. برای اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، یک سری آزمایش تجربی انجام شد که طی آن از تصویربرداری برای ثبت مؤلفه‌های هیدرودینامیکی از جمله دبی هوای ورودی، اندازه‌گیری قطر حباب، سرعت صعود حباب و ماندگی گاز استفاده شد. مقایسه‌ی الگوی سرعت صعود حباب در آزمایش‌های تجربی با مطالعات سایرین مؤید صحت نتایج تجربی است. همچنین نتایج شبیه‌سازی نشان داد که CFD به‌خوبی می‌تواند الگوی کلی پروفیل سرعت صعود حباب و مقدار آن را در ستون فلوتاسیون را با اختلاف کمتر از ۵ درصد نسبت به مقادیر تجربی پیش‌بینی کند.

کلمات کلیدی:

فلوتاسیون ستونی، سرعت صعود، تک حباب، شبیه‌سازی چند فازی، دینامیک سیالات محاسباتی

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.karamoozian@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه

است بررسی‌های بیشتری بر روی آن‌ها انجام شود. از طرفی برای دستیابی به نتیجه‌ی مناسب در شبیه‌سازی، ابتدا فهم کامل فیزیک حاکم بر پدیده و سپس انتخاب مدل فیزیکی مناسب (مدل چند فازی، مدل آشفتگی و...) جهت اعمال در ابزار شبیه‌سازی (به‌عنوان مثال نرم‌افزار فلوئنت) لازم است. این پژوهش با توجه به اهمیت انکارناپذیر ارتقاء کارایی بخش فلوتاسیون به‌عنوان کارآمدترین واحد کانه‌آرایی و باهدف هم‌افزایی علوم مرتبط با فلوتاسیون در دو بخش تجربی و شبیه‌سازی تعریف و انجام شده است. به‌منظور ساده‌سازی مسئله در گام اول به شبیه‌سازی تک حباب پرداخته شده تا بعد از اعتبارسنجی نتیجه و اطمینان از صحت مدل‌های فیزیکی اعمال شده و روش حلی که به کار گرفته شده است، بتوان با اطمینان خاطر بیشتری شبیه‌سازی‌ها را به شرایط آزمایش‌های تجربی و فلوتاسیون واقعی نزدیک کرد. در ادامه ابتدا آزمایش‌های تجربی و جزییات و نحوه انجام آن و سپس روش بکار گرفته شده در شبیه‌سازی و مراحل انجام آن توضیح داده شده است. درنهایت نتایج تجربی و شبیه‌سازی ارائه شده و با مقایسه‌ی این دو، جمع‌بندی نهایی انجام گرفته است.

با کاهش عیار مواد معدنی در عصر حاضر، استفاده‌ی حداکثری از منابع و معادن طبیعی اهمیت زیادی پیدا کرده و این مهم باعث شده که معدنکاری و صنایع وابسته به آن جایگاه ویژه‌ای را در اقتصاد به خود اختصاص دهد؛ به همین دلیل افزایش کارایی عملیات فرآوری و بهینه‌سازی سیستم‌های مرتبط با آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. شناخت مکانیسم و نحوه‌ی انجام فرآیندهای فیزیکی در ارتقاء عملکرد یک سیستم مؤثر است. علم سیالات و به‌طور خاص "دینامیک سیالات محاسباتی" از جمله ابزارهایی است که در این راستا می‌تواند به کار گرفته شود. تاکنون نمونه‌هایی از شبیه‌سازی CFD¹ بر روی تجهیزات فرآوری با رویکردها و اهداف مختلف انجام شده است [۱]. در جدول ۱ عناوین و خلاصه‌ای از مطالعات و بررسی‌های انجام شده با این روش روی ناحیه‌ی جمع‌آوری ستون فلوتاسیون آمده است. در اغلب پژوهش‌های انجام شده تلاش شده تا کلیت عملیات فلوتاسیون بررسی شود؛ حال آنکه با توجه به نقش ویژه‌ی حباب‌ها در شناورسازی ذرات و حمل آن‌ها به فاز کف و به‌منظور درک بهتر تأثیر مؤلفه‌های هیدرودینامیکی لازم

جدول ۱- مطالعات انجام شده در زمینه‌ی شبیه‌سازی دینامیک سیالاتی ستون فلوتاسیون

سال انتشار	نویسنده	هندسه		مدل دوفازی	آشفتگی مدل	موضوع مورد بررسی
		قطر (m)	ارتفاع (m)			
۱۹۹۶	Deng et al [۲]	۰٫۲	۲	Eul-Eul	Lam	مطالعه‌ی چرخش سیال ناشی از جریان گاز و اختلاط در ستون فلوتاسیون در سیستم تک حباب و هندسه متقارن محوری
۲۰۰۶	Xia et al [۳]	۰٫۲	۱	Eul-Lag	Lam	بررسی اثر تیغه گذاری در کناره‌های ستون بر برگشت جریان در ستون فلوتاسیون در سیستم تک حباب و هندسه دوبعدی
۲۰۰۹	Chakraborty et al [۴]	۰٫۲۵	۰٫۲۵ ۲	Eul-Eul	Standard k-ε model	بررسی تأثیر سرعت ظاهری گاز، اندازه ستون، شکل اسپارجر و زاویه‌ی قرارگیری آن بر مؤلفه‌های هیدرودینامیکی ستون
۲۰۰۹	Nadeem et al [۵]	-	-	Eul-Lag	Standard k-ε model	بررسی تأثیر اندازه حباب بر احتمال برخورد ذره و حباب در ستون فلوتاسیون
۲۰۰۹	Koh and Schwarz [۶]	۴٫۹	۱۰٫۷	Eul-Eul	Standard k-ε model	مدل‌سازی شرایط هیدرودینامیکی فلوتاسیون زغال در سلول جمسون و بررسی نرخ جدایش ذره و حباب
۲۰۱۱	Rehman et al [۷]	-	-	Eul-Eul	Standard k-ε model	بررسی اثر تیغه گذاری مشبک بر ماندگی گاز و برگشت جریان در ستون فلوتاسیون با هندسه متقارن محوری

ادامه جدول ۱- مطالعات انجام شده در زمینه شبیه‌سازی دینامیک سیالاتی ستون فلوتاسیون

سال انتشار	نویسنده	هندسه		مدل دوفازی	مدل آشفتگی	موضوع مورد بررسی
		قطر (m)	ارتفاع (m)			
۲۰۱۲	Sahbaz et al [۸]	۰٫۲	۲	Eul-Eul	Standard k-ε	بررسی نواحی آشفته در سلول جسمون و بررسی تأثیر آن بر شناوری ذرات بزرگ
۲۰۱۲	Yan et al [۹]	۱	۴	Liquid phase	Standard k-ε, RNG k-ε, realizable k-ε	بررسی جریان در FCSMC (cyclonic-static microbubble flotation column)
۲۰۱۵	Gong et al [۱۰]	۰٫۱۲	۰٫۸۵۸	Eulerian-VOF	Standard k-ε, RSM-S, RSM-L	مطالعه‌ی توزیع سرعت و خطوط جریان در FCSMC
۲۰۱۵	Wang et al [۱۱]	۰٫۱۹	۱٫۴	Liquid phase	Standard k-ε, RSM-S, RSM-L	بررسی اثر زاویه مخروط بر جریان فاز مایع در FCSMC
۲۰۱۶	Sarhan et al [۱۲]	۰٫۱	۱٫۶۸	Eul-Eul	Standard k-ε model	بررسی تأثیر ذرات جامد بر نرخ جدا شدن و به هم آمیختگی حباب‌ها در مقادیر مختلف سرعت ظاهری گاز در ستون فلوتاسیون
۲۰۱۶	Cai et al [۱۳]	۰٫۴	۱٫۶۷۵	Eul-Eul PBM	RNG k-ε	بررسی جدایش آب و روغن در ستون فلوتاسیون
۲۰۱۷	Cai et al [۱۴]	۰٫۱ ۰٫۶	۱٫۲ ۱٫۱	Eul-Eul PBM	Not mentioned	مطالعه‌ی مشخصات دینامیکی جدایش آب و روغن در ستون فلوتاسیون
a۲۰۱۷	Sarhan et al [۱۵]	۰٫۳۶	۴	Eul-Eul PBM	Standard k-ε	بررسی اثر دانسیته‌ی حباب- ذره بر دینامیک جریان
b۲۰۱۷	Sarhan et al [۱۶]	۰٫۱	۱٫۶۶	Eul-Eul PBM	Standard k-ε	بررسی تأثیر هدایت جریان به میانه‌ی ستون فلوتاسیون با تیغه گذاری بر بهبود بازیابی فلوتاسیون
۲۰۱۷	Nasirimoghaddam et al [۱۷]	۰٫۱	۰٫۹۰	Eul-Eul	Realizable k-ε model	ارائه مدل سینتیکی برای تخمین مقدار ثابت نرخ فلوتاسیون در سلول فلوتاسیون ستونی
۲۰۱۷	Zhang et al [۱۸]	۴	۸	Liquid phase	Standard k-ε	بررسی اثر نوع، چگالی و خاصیت تر شونده‌ی ذرات بر ماندگی گاز و هیدرو دینامیک حباب
a,۲۰۱۷ b۲۰۱۷	Wang et al [۱۹] [۲۰]	۰٫۱ ۰٫۱	۰٫۱۲	Liquid phase	RNG k-ε	بررسی اثر مولدهای گردابه بر مؤلفه‌های آشفتگی در FCSMC
۲۰۱۷	Farzanegan et al [۲۱]	۰٫۱	۳٫۲	Eul-Eul	Realizable k-ε model	بررسی اثر تیغه گذاری بر کاهش اختلاط محوری در ستون فلوتاسیون با هندسه سه بعدی
۲۰۱۷	Yang et al [۲۲]	۰٫۰۵۴ ۰٫۰۵ ۰٫۱۰۱۶	۱٫۰ ۰٫۸ ۰٫۷	Eul-Eul	Realizable k-ε model	بررسی تأثیر افزایش فشار روی شکست حباب ها و ماندگی گاز در ستون فلوتاسیون

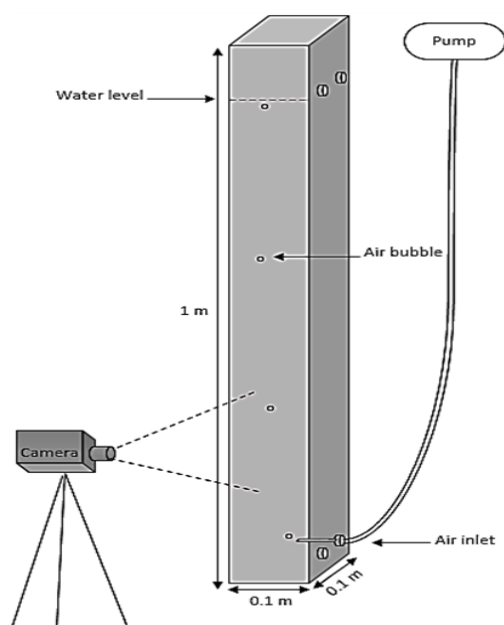
۲- روش کار

۲-۱- آزمایش‌های تجربی

این پژوهش در دو قسمت اصلی تعریف و پیگیری شده است. بخش اول ساخت ستون فلوتاسیون و انجام آزمایش های تجربی و بخش دوم شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی که در ادامه هر یک جداگانه توضیح داده می‌شود.

۲-۱-۱- مشخصات سلول فلوتاسیون ستونی
در کار حاضر، جهت انجام آزمایش‌های تجربی، یک ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی ساخته شده که در ادامه مشخصات آن به تفصیل آمده است.

هوای^۳ برقرار نیست. به همین دلیل جهت تنظیم دبی هوای ورودی به ستون، بعد از پمپ از یک شیر سوزنی^۴ استفاده شده است.



شکل ۱- شماتیک تجهیزات آزمایش

۲-۱-۲- شرایط انجام آزمایش

کلیه آزمایش‌ها در فشار اتمسفر و دمای هوای 30 ± 0.5 درجه سانتی‌گراد انجام شد. هدف از انجام آزمایش‌ها بررسی شرایط هیدرودینامیکی در ستون فلوتاسیون در حضور دو فاز گاز و مایع است؛ بنابراین در هر آزمایش ابتدا ستون تا ارتفاع نود سانتی‌متری پر از آب شده (با در نظر گرفتن نوسانات احتمالی جریان) و سپس شیر هوا باز شده و هوا وارد ستون می‌شود. با چرخش شیر تعبیه شده بین پمپ هوا و ستون و تغییر اندازه دبی هوا، اندازه‌ی حباب‌های تولید شده در ستون تغییر می‌کند. پس از اطمینان از پایداری هیدرودینامیکی، تصویربرداری و ثبت نتایج انجام گرفت.

۲-۱-۳- تصویربرداری

پس از اطمینان از پایداری جریان در داخل ستون، تصویربرداری از ستون و ثبت نتایج انجام شد که در ادامه در مورد نحوه‌ی انجام آن و تجهیزات استفاده شده توضیحاتی آمده است.

- مشخصات دوربین: کلیه تصویربرداری‌ها با استفاده از دوربین Canon مدل EOS 500d انجام شده است. سرعت فیلم‌برداری ۳۰ فریم بر ثانیه^۵ و سرعت عکاسی متوالی^۶ ۳/۴ فریم در ثانیه است.

- اهداف تصویربرداری و نحوه‌ی انجام آن:

- ابعاد ستون: حجم سلول فلوتاسیون اساساً توسط زمان ماند لازم و نرخ حجمی خوراک تعیین می‌شود. روشن است که نسبت‌های ارتفاع به قطر ستون (شکل هندسی ستون) می‌تواند حجم مشابهی را نتیجه دهد. به دلیل کاهش در اختلاط محوری، نسبت‌های بالاتر H_0/d_c باعث بهبود جدایش در ناحیه جمع‌آوری می‌شود و دلیل اصلی برای قرار دادن تیغه در ستون‌هایی با قطر بزرگ نیز به حساب می‌آید [۲۳]، اما افزایش این نسبت به بیش از ۱۰:۱ تأثیر کمتری دارد [۲۴]. از طرفی افزایش ارتفاع ستون و حجم دامنه محاسباتی، افزایش هزینه‌های محاسباتی (طولانی شدن زمان حل) را در بخش شبیه‌سازی به دنبال دارد؛ بنابراین در تحقیق حاضر ستون فلوتاسیون با طول ۱ متر و مقطع مربع به ضلع ۱۰ سانتی‌متر با نسبت طول به قطر معادل ۷/۱۴ ساخته شد. شماتیک ستون فلوتاسیون آزمایشگاهی که در این پژوهش ساخته و مورد استفاده واقع شده است، در شکل ۱ نشان داده شده است. مربعی بودن مقطع ستون سهولت ثبت مشاهدات تجربی را به دنبال دارد. تعداد چهار منفذ در ستون تعبیه شده است: دو منفذ در قسمت پایین و در ارتفاع ۴ سانتی‌متری و دو منفذ در قسمت بالای ستون و در ارتفاع ۹۴ سانتی‌متری قرار دارد. از منافذ بالای ستون می‌توان جهت تعبیه‌ی حسگرهای فشار برای محاسبات ماندگی گاز و چگالی در ناحیه جمع‌آوری و شستشو و کنترل ارتفاع کف در ستون و یا حسگر دما استفاده کرد. لازم به ذکر است که امکان اضافه کردن منفذ برای محل تغذیه خوراک، محل خروجی باطله و محل خروجی محصول وجود دارد.

- جنس ستون: جنس ستون از پلکسی گلاس^۲ شفاف به ضخامت ۵ میلی‌متر انتخاب شده است؛ پلکسی گلاس یا پلکس فشرده علاوه بر اینکه مستحکم و سبک است، شفافیت آن امکان مشاهده عملکرد سیستم را فراهم می‌کند.

- مشخصات پمپ: جهت هوادهی از پمپ هوای اتوماتیک مدل (ACD-500) دارای یک خروجی با توان ۵ وات و فشار ۰/۱۲ مگاپاسکال و باقابلیت تزریق ۳ لیتر هوا در دقیقه استفاده شده است.

- حباب‌ساز: این سیستم مجهز به حباب‌ساز داخلی شامل یک شیلینگ پنوماتیک به قطر داخلی ۲ و قطر خارجی ۴ میلی‌متر است که در منفذ پایینی ستون در ارتفاع ۴ سانتی‌متری قرار دارد. در کار حاضر حباب‌ها به صورت تکی وارد سیستم می‌شوند و در واقع فاصله‌ی زمانی بین ورود دو حباب متوالی به ستون به گونه‌ای تنظیم شده که سرعت حباب‌ها متأثر از فراوانی آن‌ها نباشد و از آنجاکه دبی هوای ورودی به ستون در این شرایط بسیار کوچک است، امکان استفاده از ابزارهای معمول اندازه‌گیری دبی

شمارش شده است. با ضرب تعداد حباب‌هایی که هم‌زمان در ستون هستند در حجم یک حباب، حجم هوای موجود در ستون به دست می‌آید و با تقسیم آن بر حجم آب موجود در ستون ماندگی گاز محاسبه می‌شود.

- شمارش تعداد حباب ورودی به ستون در واحد زمان؛ برای اندازه‌گیری دبی هوای ورودی به ستون، در شرایط پایدار از محل ورود هوا به ستون تصویربرداری شده، تعداد حباب ورودی به ستون در واحد زمان شمارش شده و با در نظر گرفتن حجم حباب‌ها، دبی جریان هوای ورودی به ستون محاسبه می‌شود. شکل ۲ مراحل تصویربرداری و هدف از انجام آن را نشان می‌دهد.

۲-۲- شبیه‌سازی

۲-۲-۱- معادلات حاکم

در پژوهش حاضر از مدل حجم سیال $Volume\ Of\ Fluid^7$ برای شبیه‌سازی حباب استفاده شده است که در آن مجموعاً سه معادله حل می‌شود به‌این ترتیب که کسر حجمی هر فاز، هم‌زمان با معادلات پیوستگی و مومنتوم حل می‌شود و سطح مشترک دو فاز را ارائه می‌دهد. رابطه‌های (۱) و (۲)، معادلات پیوستگی و مومنتوم برای جریان گذرا و سیال تراکم ناپذیر است:

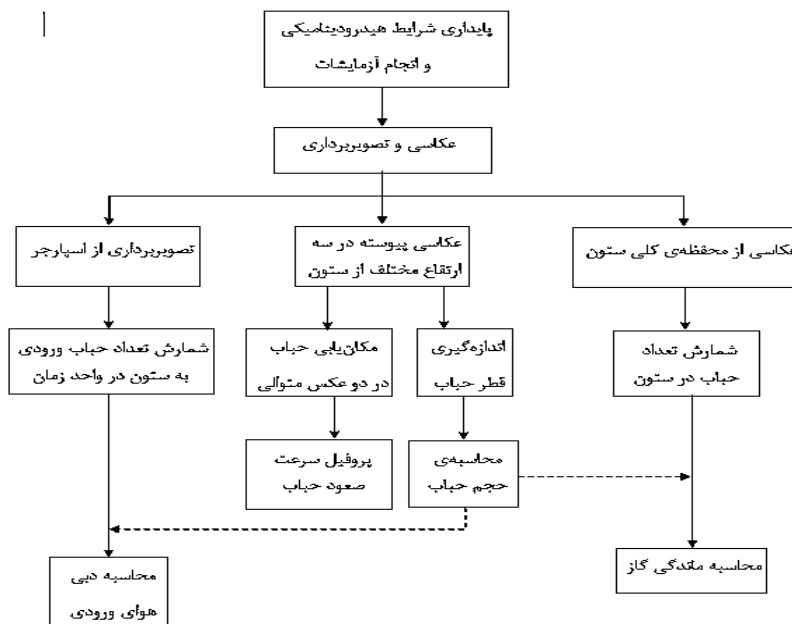
$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2)$$

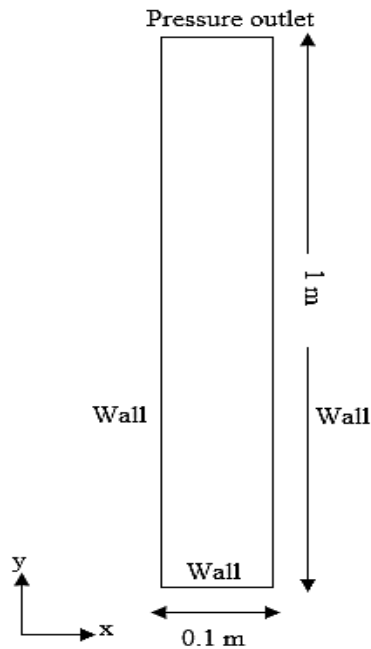
- اندازه‌گیری قطر حباب: در بسیاری از آزمایش‌ها و مشاهدات تجربی اطلاعات به‌صورت عکس است، درحالی‌که اندازه‌های اشیاء موجود در تصویر نیز بسیار حائز اهمیت است. Digimizer یک پکیج نرم‌افزاری انعطاف‌پذیر است که برای تجزیه و تحلیل تصاویر بسیار مفید است و این امکان را فراهم می‌کند تا به‌صورت دستی اندازه‌گیری دقیق اجزای تصاویر انجام شود. به این منظور تصویر حباب در مقطع میانی ستون ثبت شده و پس از آن در نرم‌افزار نام‌برده بعد از تعریف یک واحد اندازه‌گیری از روی خط‌کش تعبیه‌شده روی جداره ستون، قطر حباب از روی تصویر اندازه‌گیری شد.

- مکان‌یابی حباب در دو عکس متوالی و اندازه‌گیری سرعت صعود حباب: برای اندازه‌گیری سرعت صعود حباب از تنظیمات حالت عکاسی متوالی دوربین استفاده شده است؛ به‌این ترتیب که دوربین روی سه‌پایه ثابت شده و بعد از فرمان اپراتور از مقطعی از ستون چندین عکس پی‌درپی ثبت می‌کند. با اندازه‌گیری میزان جابجایی یک حباب در دو عکس متوالی و در نظر گرفتن فاصله‌ی زمانی دو عکس $(\frac{1}{3.4} = 0.29\ s)$ ، سرعت حباب محاسبه می‌شود. به این منظور عکس‌برداری‌ها در چهارمقطع از ارتفاع ۲۰ تا ۷۰ سانتی‌متری، ۲۰ تا ۴۵ سانتی‌متری، ۴۵ تا ۷۰ سانتی‌متری و ۷۰ تا ۹۰ سانتی‌متری انجام شده است.

- شمارش تعداد حباب‌های موجود در ستون و محاسبه‌ی کسر حجمی هوا؛ برای محاسبه‌ی ماندگی گاز به‌این ترتیب عمل شده که از یک نمای کلی ستون در حالت پایدار عکس‌برداری شده و تعداد حباب‌هایی که هم‌زمان داخل ستون هستند



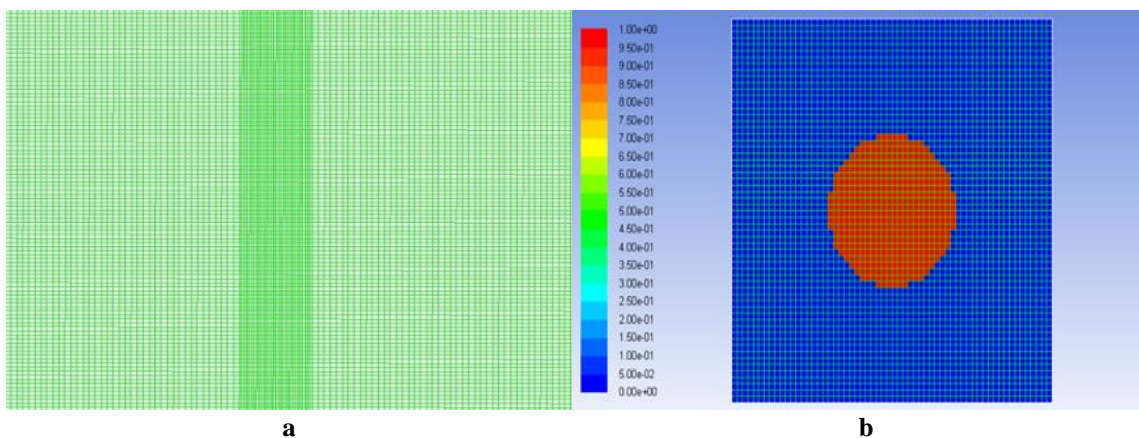
شکل ۲- مراحل و اهداف تصویربرداری



شکل ۳- شماتیک هندسه ستون

۲-۲-۳- شبکه‌بندی

مش موردنظر مربعی^۹ است. برای مش بندی عرض ستون به سه قسمت تقسیم شده، یک قسمت میانه ستون که حباب در آن وارد شده و شروع به حرکت نوسانی رو به بالا می‌کند، $(2(dbubble+0.5dbubble))$ [۲۶]، و دو قسمت در کناره‌ها. در مسیر حرکت حباب -قسمت میانی ستون (که برای بزرگ‌ترین قطر حباب حدود ۱۰ میلی‌متر است)- شبکه ریزتر است. معیار شبکه‌بندی به این صورت بوده است که در راستای قطر حباب، ۲۰ تا ۳۰ سلول واقع شوند. شکل ۴ نمایی از شبکه‌بندی در قسمت میانی ستون و اطراف حباب را نشان می‌دهد.



شکل ۴- نمایی از شبکه‌بندی در قسمت میانی ستون (a) و اطراف حباب (b)

که در آن v : بردار سرعت، p مقدار فشار، τ تانسور فشار ویسکوز، g شتاب جاذبه زمین و F معرف نیروی سطحی و درگ و α معرف کسر حجمی است. رابطه‌های (۳) و (۴) به ترتیب تعریف نیروی درگ و نیروی کشش سطحی را نشان می‌دهند:

$$F_D = \frac{1}{2} C \rho A v^2 \quad (۳)$$

$$F_\sigma = \sigma \cdot d \quad (۴)$$

که در آن C برابر با ضریب درگ^۸ است که به شکل هندسی سطح و ویژگی‌های سیال همچون لزجت و چگالی بستگی دارد. A برابر با تصویر سطح مقطع در راستای عمود بر جریان است. همچنین در رابطه (۴)، σ معرف کشش سطحی و d طولی است که نیرو بر آن وارد می‌شود. در یک سیستم دوفازی شامل آب‌هوا مقدار دانسیته ρ و ویسکوزیته μ در هر سلول از رابطه‌های (۵) و (۶) محاسبه می‌شود [۲۵]:

$$\rho = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l \quad (۵)$$

$$\mu = \alpha_g \mu_g + \alpha_l \mu_l \quad (۶)$$

۲-۲-۲- هندسه

طبق مشاهدات تجربی، در کار حاضر حرکت تک حباب و مسیر صعود آن در میانه‌ی ستون واقع شده و فاصله‌ی حباب از دیواره‌ها به حدی زیاد است که عملاً حرکت حباب متأثر از دیواره نیست؛ بنابراین جریان به صورت خطی فرض شده و شبیه‌سازی‌ها دوبعدی انجام می‌شود. شماتیک هندسه رسم شده در نرم‌افزار گمبیت و شرایط مرزی در شکل ۳ نشان داده شده است.

۲-۲-۴- شرط همگرایی

مهم‌ترین شرط همگرایی در شبیه‌سازی با مدل دوفازی VOF میزان انطباق کیفی و کمی آن با مقادیر آزمایشگاهی است، به همین دلیل در این پژوهش با اطمینان از کاهش متعارف مقدار باقیمانده‌ها تا کمتر از 10^{-3} ، بعد از رسیدن حباب به انتها و خروج کامل از ستون، کیفیت حرکت حباب و مقادیر سرعت با مشاهدات تجربی مقایسه شده‌اند.

۲-۲-۵- شرایط شبیه‌سازی

قبل از انجام شبیه‌سازی باید با توجه به مسئله و شرایط آن، کلیه شرایط شبیه‌سازی از قبیل وابستگی به زمان، آرام یا آشفتگی بودن، مدل‌های فیزیکی مناسب و ... تعیین شوند. در این پژوهش ساخت هندسه و شبکه‌بندی میدان محاسباتی در نرم‌افزار گمبیت ۲.۴.۶ و شبیه‌سازی‌ها در نرم‌افزار انسیس فلونت ۱۵.۰ در یک سیستم رایانه‌ای با یک پردازنده Xeon شامل ۴۲ هسته که به‌صورت موازی به کار گرفته شده‌اند، انجام شده است.

در ادامه مهم‌ترین شرایط در نظر گرفته شده تشریح می‌شود:

• جریان گذرا: با توجه به اینکه هدف بررسی حرکت حباب حین صعود است، بنابراین کلیه شبیه‌سازی‌ها به‌صورت گذرا انجام می‌شود.

• گام زمانی: در حل مسئله به‌صورت گذرا لازم است که زمان فرآیند به قسمت‌های کوچکی تقسیم شود. یک‌راه خوب برای تعیین مقدار گام زمانی، مشاهده تعداد تکرارهایی است که در هر گام زمانی برای رسیدن به همگرایی انجام می‌شود. تعداد تکرارهای مناسب در هر گام زمانی ۱۰ الی ۳۰ تکرار است. اگر به تکرار تعداد بیشتری گام زمانی نیاز باشد، گام زمانی خیلی بزرگ است و اگر در کمتر از ۱۰ تکرار به همگرایی برسیم، ممکن است بتوان گام زمانی بزرگ‌تری تعریف کرد. به‌طور کلی مسائل غیر دائم شروع حالت گذرای خیلی سریعی دارند که به‌سرعت از بین می‌رود؛ بنابراین می‌توان ابتدا شبیه‌سازی را با گام زمانی کوچک آغاز کرده و بعد از آن از گام زمانی بزرگ‌تر استفاده کرد [۲۷].

در این پژوهش از روش مقداردهی متغیر به گام زمانی استفاده شده است. به این ترتیب که محاسبات با گام زمانی 10^{-8} آغاز شده و بر مبنای مقدار تعیین شده برای عدد کورانت (0.5) می‌تواند تا 10^{-4} افزایش یابد. ذکر دو نکته ضروری است: ابتدا مقادیر فوق صرفاً برحسب تجربه به کار گرفته شده

و سپس دارای حداکثر دقتی است که با توجه به سخت‌افزارهای در دسترس، می‌تواند به کار گرفته شود.

• جریان آرام: از آنجاکه حرکت تک حباب بررسی می‌شود و جریان آرام است، مدل آشفتگی اعمال نمی‌شود [۲۸].

• جریان دوفازی: کلیه شبیه‌سازی‌ها با در نظر گرفتن دو فاز آب به‌عنوان فاز اولیه و هوا به‌عنوان فاز ثانویه و اعمال مدل دوفازی انجام می‌شود که در جدول ۲ مشخصات آب‌و‌هوا به‌عنوان سیالات شبیه‌سازی در دمای 30 ± 0.5 (دمایی که آزمایش‌های تجربی در آن در انجام شده است) آمده است. هم‌چنین مقدار کشش سطحی 0.0712 نیوتن بر متر در نظر گرفته شده است.

جدول ۲- مشخصات سیالات استفاده شده در شبیه‌سازی [۲۹]

	μ (kg/m.s)	ρ (kg/m ³)
Water	$0.799e-3$	۹۹۶
Air	$1.872e-5$	۱،۱۶۴

• انتخاب مدل دوفازی و جزئیات آن: از آنجایی که هدف از این پژوهش ردیابی حباب‌های هواست و به دنبال تعیین فصل مشترک بین دو فاز و کسر حجمی هر یک از فازها هستیم، مدل VOF انتخاب می‌شود. در محل اسپارجر یک زون دقیقاً به شکل و اندازه‌ی حباب خروجی از حباب‌ساز در نظر گرفته شده و کسر حجمی هوا در آن برابر یک فرض می‌شود.

• فرضیات: هم‌چنین برای کاهش هزینه‌های محاسباتی یکسری ملاحظات در نظر گرفته شدند که عبارت‌اند از:

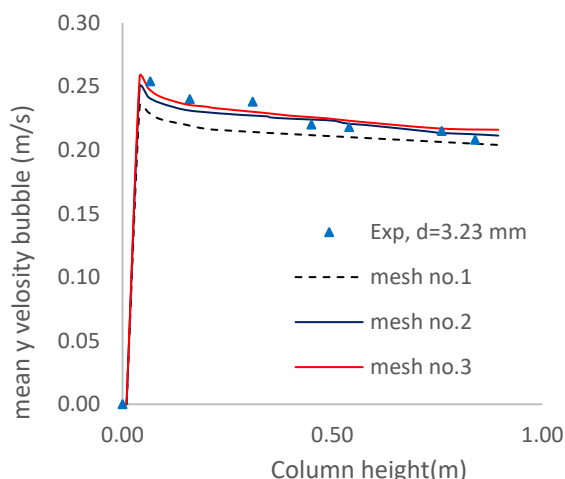
- در کلیه موارد، شبیه‌سازی در شرایطی انجام شده است که شیر ورودی خوراک و خروجی باطله بسته بوده و هوا وارد یک ستون پر از آب می‌شود.

- با توجه به اینکه نسبت کمترین قطر به بیشترین قطر در همه اندازه حباب‌ها کمتر از یک درصد است، بنابراین حباب‌ها کروی فرضی می‌شوند [۳۰].

• شتاب گرانش: در کلیه شبیه‌سازی‌ها شتاب گرانش به‌اندازه‌ی 9.81 متر بر مجذور ثانیه در جهت $-y$ در نظر گرفته شده است.

۲-۲-۶- شبکه بهینه

جهت اطمینان از استقلال نتایج از شبکه به کار گرفته شده، لازم است ابعاد بهینه‌ای برای شبکه‌بندی تعریف شود؛ به این معنی که با افزایش ابعاد شبکه، شاهد حداقل

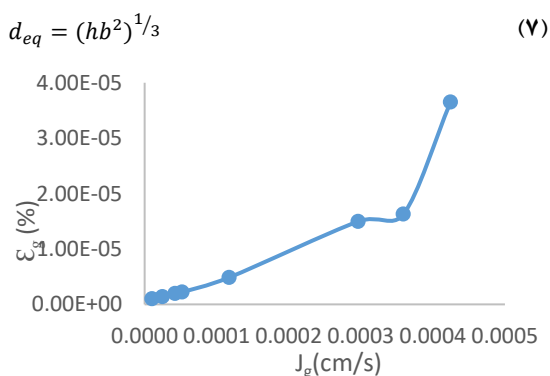


شکل ۵- منحنی سرعت میانگین صعود حباب در مش‌های مختلف

جدول ۳- ابعاد انتخابی شبکه برای بررسی استقلال حل از شبکه

ردیف	تعداد مش در راستای قطر حباب	تعداد مش در قسمت میانی	تعداد مش در کناره ها	تعداد مش در ارتفاع	تعداد کل مش
۱	۲۰	۶۳	۱۰۰	۶۲۵۰	۴۹۳,۷۵۰
۲	۲۴	۷۵	۲۰۰	۷۵۰۰	۷۶۲,۵۰۰
۳	۲۸	۸۸	۳۰۰	۸۷۵۰	۱,۰۷۰,۶۲۵

این پژوهش فقط شش تست اول مبنای مطالعاتی قرار می‌گیرد. هم‌چنین برای محاسبه‌ی قطر حباب، از هر مقطع سه مرتبه عکس‌برداری شده و با استفاده از نرم‌افزار Digimizer قطر بیشینه و کمینه حباب در هر سه عکس اندازه‌گیری شده است. در نهایت یک مقدار میانگین برای قطر بزرگ و یک مقدار میانگین برای قطر کوچک به دست آمده که با استفاده از آن‌ها یک قطر معادل حجم (d_{eq}) طبق رابطه (۷) محاسبه شده است که در آن h و b به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین قطر حباب هستند [۳۰].



شکل ۶- تغییرات ماندگی نسبت به افزایش سرعت ظاهری گاز

تغییرات در نتایج حل باشیم. در اینجا اثر تغییرات ابعاد شبکه بر سرعت صعود حباب بررسی می‌شود؛ به این ترتیب که تعداد شبکه در راستای قطر حباب و به تبع آن سایر بخش‌های دامنه محاسباتی افزایش می‌یابد تا جایی که مقادیر حاصل از شبیه‌سازی کمترین تفاوت را با نتایج تجربی داشته باشند. جدول ۳ ابعاد مختلف شبکه که به این منظور به کار گرفته شده‌اند را نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۵ ملاحظه می‌شود، مش شماره ۲ و ۳ نسبت به مش شماره ۱ الگوی سرعت را شبیه‌تر به نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کنند. هم‌چنین مقادیر عددی نشان می‌دهد که با کوچک‌تر کردن شبکه و استفاده از مش شماره ۳ در شبیه‌سازی‌ها، مقادیر سرعت به میزان کمی تغییر می‌کند؛ بنابراین با تقریب کمتر از ۲ درصد، مش شماره ۲ انتخاب و در شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- نتایج آزمایش‌های تجربی

پس از انجام آزمایش‌ها، متغیرهای هیدرودینامیکی ستون طبق الگوریتمی که در شکل ۲ ارائه شده است، اندازه‌گیری و محاسبه شده‌اند که نتایج آن در جدول ۴ آمده است. پس از انجام آزمایش‌ها، متغیرهای هیدرودینامیکی ستون طبق الگوریتمی که در شکل ۲ ارائه شد، اندازه‌گیری و محاسبه شده‌اند که نتایج آن در جدول ۴ آمده است هم‌چنین برای تعیین رژیم جریان، تغییرات ماندگی نسبت به تغییرات سرعت ظاهری گاز بررسی می‌شود [۲۳]. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، قسمت خطی شکل محدوده جریان حبابی را نشان می‌دهد.

زمانی که مقدار سرعت ظاهری گاز، J_g ، از 2.9×10^{-6} متر بر ثانیه (تست شماره شش) بیشتر می‌شود، ماندگی گاز ناپایدار شده، از الگوی تغییرات خطی نسبت به سرعت ظاهری گاز پیروی نمی‌کند و جریان آشفته می‌شود. از آنجاکه عملکرد مطلوب ستون فلوتاسیون در رژیم جریان حبابی است، در

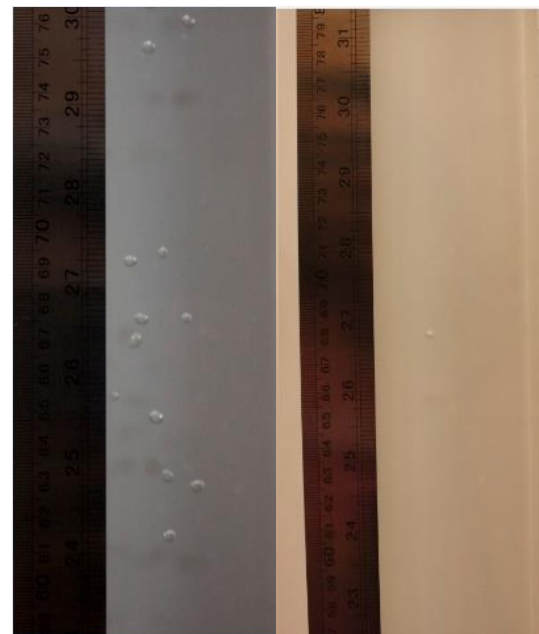
می‌یابند و شکل حباب از کره به بیضی تغییر می‌کند [۳۰]. همان‌طور که شکل ۷ نشان می‌دهد، مشاهدات تجربی با این مطلب انطباق دارد.

شکل حباب نیز حین انجام آزمایش‌های تجربی و ثبت نتایج مورد توجه قرار گرفت. با افزایش قطر حباب، رینولدز افزایش یافته و هم‌زمان با کاهش نیروی کشش سطحی، سایر نیروها (ویسکوزیته، اینرسی و دینامیک فشاری) افزایش

جدول ۴- نتایج آزمایش‌های تجربی

ردیف	قطر حباب (m)	حجم حباب (m ³)	تعداد حباب ورودی در ثانیه	دبی هوا (m ³ /s)	تعداد حباب در ستون	حجم کل هوای ستون (m ³)	درصد ماندگی گاز	سرعت ظاهری گاز (m/s)
۱	۰٫۰۰۲۶۰	۹٫۲۰E-۰۹	۰٫۱۱	۱٫۰E-۰۹	۱٫۰	۹٫۲۰E-۰۹	۱٫۰۲E-۰۶	۱٫۰۳E-۰۷
۲	۰٫۰۰۲۸۷	۱٫۲۴E-۰۸	۰٫۲۰	۲٫۵E-۰۹	۱٫۰	۱٫۲۴E-۰۸	۱٫۳۸E-۰۶	۲٫۴۸E-۰۷
۳	۰٫۰۰۳۲۳	۱٫۷۶E-۰۸	۰٫۲۴	۴٫۲E-۰۹	۱٫۰	۱٫۷۶E-۰۸	۱٫۹۶E-۰۶	۴٫۲۳E-۰۷
۴	۰٫۰۰۳۳۷	۲٫۰۰E-۰۸	۰٫۲۶	۵٫۲E-۰۹	۱٫۰	۲٫۰۰E-۰۸	۲٫۲۳E-۰۶	۵٫۲۱E-۰۷
۵	۰٫۰۰۳۴۷	۲٫۱۹E-۰۸	۰٫۵۴	۱٫۲E-۰۸	۲٫۰	۴٫۳۸E-۰۸	۴٫۸۶E-۰۶	۱٫۱۷E-۰۶
۶	۰٫۰۰۳۵۰	۲٫۲۴E-۰۸	۱٫۳۲	۳٫۰E-۰۸	۶٫۰	۱٫۳۵E-۰۷	۱٫۵۰E-۰۵	۲٫۹۶E-۰۶
۷	۰٫۰۰۳۶۰	۲٫۴۴E-۰۸	۱٫۴۷	۳٫۶E-۰۸	۶٫۰	۱٫۴۷E-۰۷	۱٫۶۳E-۰۵	۳٫۵۹E-۰۶
۸	۰٫۰۰۳۷۴	۲٫۷۴E-۰۸	۱٫۵۵	۴٫۲E-۰۸	۱۲٫۰	۳٫۲۹E-۰۷	۳٫۶۵E-۰۵	۴٫۲۵E-۰۶
۹	۰٫۰۰۴۱۸	۳٫۸۲E-۰۸	۱۷٫۸۶	۶٫۸E-۰۷	۴۶٫۰	۱٫۷۶E-۰۶	۱٫۹۵E-۰۴	۶٫۸۳E-۰۵

ثبت شده برای یک حباب در دو عکس متوالی یک سرعت میانگین اختصاص داده شده است. شکل ۸ منحنی تغییرات سرعت حباب را نسبت به ارتفاع ستون برای حباب‌ها با اندازه‌های مختلف را نشان می‌دهد. هم‌چنین مقادیر اندازه‌گیری شده توسط سام و همکاران [۳۱] نیز در منحنی اضافه شده است که تطابق الگوی پروفیل سرعت حباب اندازه‌گیری شده را با مطالعات قبلی نشان می‌دهد. در واقع وجه شباهت کار حاضر و پژوهش انجام شده توسط سام و همکاران [۳۱] رسم پروفیل سرعت صعود حباب است؛ با این تفاوت که کار ایشان صرفاً تجربی بوده ولی کار حاضر هم شامل آزمایش‌های تجربی و هم بخش عددی است؛ و هدف اصلی رسم پروفیل سرعت صعود با استفاده از شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی است. همان‌طور که منحنی‌ها نشان می‌دهد، پروفیل سرعت صعود حباب دو بخش دارد، بخش اول که حباب سرعت رو به افزایش دارد و بخش دوم که با یک شتاب کاهنده از سرعتش کم می‌شود. در واقع مؤلفه‌ی عمودی سرعت حباب در ابتدای حرکت صفر است اما تحت تأثیر نیروی شناوری که در واقع عامل اصلی حرکت حباب به حساب می‌آید، پس از مدت‌زمان بسیار کوتاهی (در فاصله‌ای نزدیک به محل ورودی) با یک شتاب زیاد به حداکثر سرعت خود

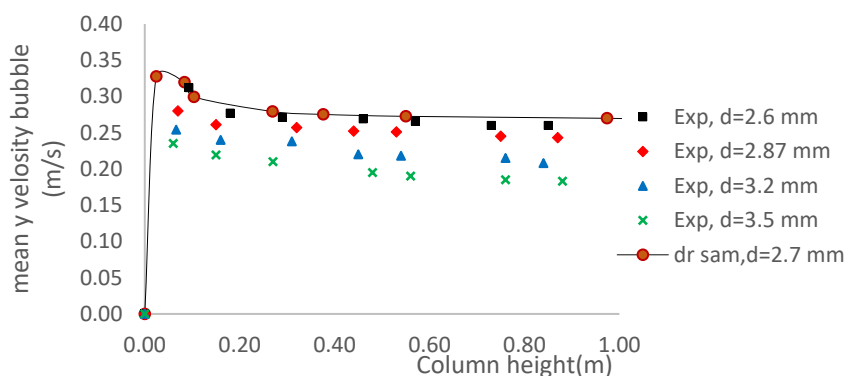


d=4.18 mm d=2.6 mm

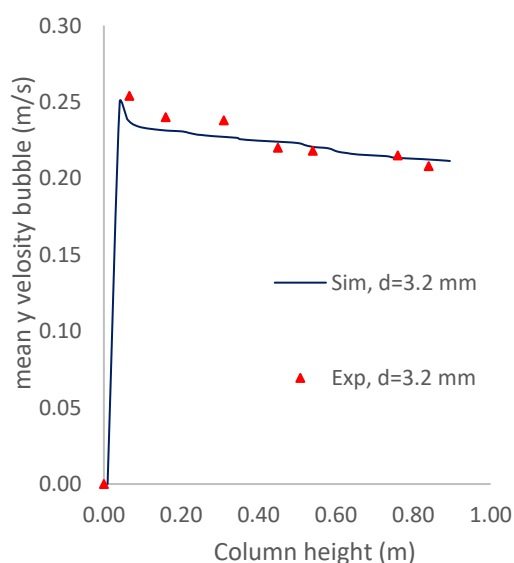
شکل ۷- شکل حباب در کمترین و بیشترین اندازه آزمایش

سرعت صعود حباب نیز با محاسبه‌ی میزان جابجایی آن در دو عکس متوالی محاسبه شده است و به میانگین دو مکان

گام بعدی مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی با داده‌های تجربی و در واقع اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی است. به همین منظور برای حباب یک مرکز جرم تعریف شده و با توجه به جابجایی آن در واحد زمان مقدار سرعت محاسبه شده است. شکل ۱۰ پروفیل سرعت متوسط صعود حباب را برای حباب با قطر اولیه ۳/۲ میلی‌متر نشان می‌دهد. هم‌چنین مقادیر سرعت ثبت شده در کار تجربی و مقادیر پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی و اختلاف این دو در جدول ۵ آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود شبیه‌سازی با اختلاف کمتر از ۵ درصد نسبت به مقادیر تجربی، مقدار سرعت صعود حباب را پیش‌بینی می‌کند.



شکل ۸- منحنی تغییرات سرعت متوسط صعود حباب در آزمایش‌های تجربی و مطالعات سام و همکاران [۳۱]

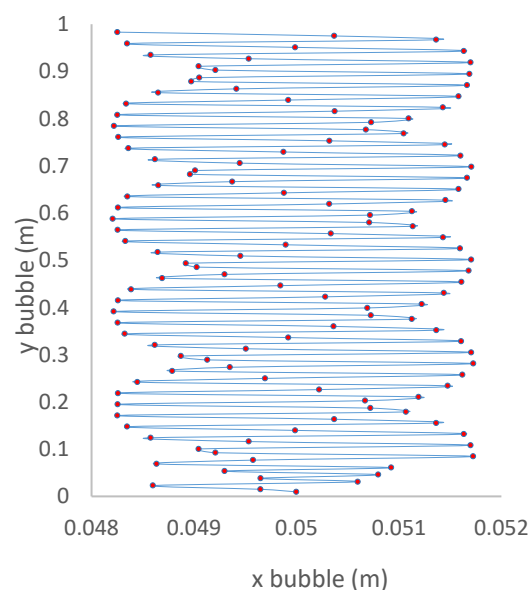


شکل ۱۰- منحنی سرعت متوسط صعود حباب در شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی (d=3.23 mm)

می‌رسد. پس‌از آن شاهد کاهش پیوسته‌ی سرعت هستیم. هم‌چنین همان‌طور که ملاحظه می‌شود هم‌زمان با افزایش قطر حباب، v_{max} کاهش می‌یابد. این مشاهدات با نتایج ثبت شده‌ی سام و همکاران [۳۱] انطباق دارد.

۳-۲- نتایج شبیه‌سازی

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، لازم است نتایج شبیه‌سازی هم از نظر کیفی و هم از نظر کمی بررسی شوند. از جمله معیارهای صحت انجام شبیه‌سازی و انتخاب درست مدل‌های فیزیکی، بررسی نحوه حرکت حباب و صعود آن است. شکل ۹ مختصات صعود حباب را نشان می‌دهد که با حرکت زیگزاگی حباب که در آزمایش‌های تجربی مشاهده شده هم‌خوانی دارد.



شکل ۹- مختصات حباب در حین صعود (d=3.23 mm)

جدول ۵- مقدار سرعت متوسط صعود حباب در شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی

قطر حباب (mm)	ارتفاع (m)	سرعت متوسط (m/s)		اختلاف (%)
		Exp.	Sim.	
۳,۲۳	۰,۰۶۶	۰,۲۵۴	۰,۲۵۰	۱,۶۰
	۰,۱۶	۰,۲۴۰	۰,۲۳۱	۳,۹۰
	۰,۳۱	۰,۲۳۸	۰,۲۲۷	۴,۸۵
	۰,۴۵	۰,۲۲۰	۰,۲۲۱	۰,۴۵
	۰,۵۴	۰,۲۱۸	۰,۲۲۰	۰,۹۱
	۰,۷۶	۰,۲۱۵	۰,۲۱۴	۰,۴۷
	۰,۸۴	۰,۲۰۸	۰,۲۱۰	۰,۹۵

۴- نتیجه‌گیری

مراجع

- [1] Wang, G., Ge, L., Mitra, S., M. Evans, G., Joshi, J., & Chen, S. (2018). A review of CFD modelling studies on the flotation process. 127, 153-177.
- [2] Deng, H., Mehta, R., & Warren, G. (1996). Numerical modeling of flows in flotation columns. Int J Miner Process, 48(1), 61-72.
- [3] Xia, Y., Peng, F., & Wolfe, E. (2006). CFD simulation of alleviation of fluid back mixing by baffles in bubble column. Minerals Eng, 19(9), 925-37.
- [4] Chakraborty, D., Guha, M., & Banerjee, P. (2009). CFD simulation on influence of superficial gas velocity, column size, sparger arrangement, and taper angle on hydrodynamics of the column flotation cell. Chem Eng Commun, 9(196), 1102-1116.
- [5] Nadeem, M., Ahmed, J., Chughtai, I., & Ullah, A. (2009). CFD-based estimation of collision probabilities between fine particles and bubbles having intermediate Reynolds number. Nucleus, 46(3), 153-159.
- [6] Koh, P., & Schwarz, M. (2009). CFD models of microcell and Jameson flotation cells. Seventh international conference on CFD in the minerals and process industries, CSIRO. Melbourne, Australia.
- [7] Rehman, A., Nadeem, M., Zaman, M., & Nadeem, B. (2011). Effect of various baffle designs on air holdup and mixing in a flotation column using CFD. 8th International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology. Islamabad, Pakistan.
- [8] Sahbaz, O. E. (2012). Determination of turbulence and upper size limit in Jameson flotation cell by the use of computational fluid dynamic modelling Physicochem. 48(533-544).
- [9] Yan, X. L. (2012). A single-phase turbulent flow numerical simulation of a cyclonic-static micro bubble flotation column. Int. J. Miner. Process, 22, 95-100.
- [10] Gong, M. L. (2015). Numerical analysis of flow in a highly efficient flotation column. Asia-Pac. J. Chem. Eng, 10, 84-95.
- [11] Wang, A. Y. (2015). Effect of cone angles on single-phase flow of a laboratory cyclonic-static micro-

در این تحقیق حرکت حباب در ستون فلوتاسیون به صورت دوفازی مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور ابتدا یکسری آزمایش تجربی انجام شد و طی آن سرعت صعود حباب از طریق عکس برداری اندازه‌گیری و ثبت شد. پس از آن شبیه‌سازی حرکت و صعود تک حباب در ستون فلوتاسیون به صورت دوفازی و با استفاده از مدل VOF در جریان آرام انجام گرفت.

ابتدا به منظور بررسی استقلال حل از شبکه، شبیه‌سازی برای سه نوع شبکه با تعداد مش مختلف انجام شده و در نهایت با توجه به مقایسه‌ی الگوی پروفیل سرعت صعود حباب با نتایج تجربی و همچنین مقادیر سرعت پیش‌بینی‌شده در هر شبکه، شبکه شماره ۲ با تعداد ۷۶۲۵۰۰ مش انتخاب شد.

پس از آن پروفیل سرعت صعود حباب رسم شده و با مقادیر تجربی مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد که شبیه‌سازی حرکت حباب در سلول فلوتاسیون ستونی با استفاده از مدل دوفازی VOF به خوبی قادر است مقادیر سرعت صعود حباب را با خطای کمتر از ۵ درصد نسبت به مقادیر تجربی پیش‌بینی کند.

سپاسگزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از راهنمایی‌های ارزشمند آقای دکتر محسن کریمی و همکاری مرکز محاسبات رایانه‌ای دانشگاه کاشان برای انجام شبیه‌سازی‌ها صمیمانه تشکر و قدردانی کنند.

- [21] Farzanegan, A., Khorasanizadeh, N., Sheikhzadeh, G., & Khorasanizadeh, H. (2017). Laboratory and CFD investigations of the two-phase flow behavior in flotation columns equipped with vertical baffle. *International Journal of Mineral Processing*, 17, 71-83.
- [22] Yang, G., Guo, K., & Wang, T. (2017). Numerical simulation of the bubble column at elevated pressure with a CFD-PBM coupled model. *Chemical Engineering Science*.
- [23] Finch, J. (1990). *Cloumn Flotation*. New York: Pergamon Press.
- [24] Khorasanizadeh, N, Farzanegan, A., Sheikhzadeh, G., & Khorasanizadeh, H. (2015). investigations of the two-phase flow behavior in flotation columns equipped with vertical baffle by CFD. *International Journal of Mining Engineering*, 9(25), 71-83.
- [25] Brennen, C. E. (2005). *Fundamentals of Multiphase Flows*. Cambridge University Press.
- [26] Cano-Lozano, J.C, Bolaños-Jiménez, R, Gutiérrez-Montes, C, Martínez-Bazán, C. (2015). The use of Volume of Fluid technique to analyze multiphase flows: Specific case of bubble rising in still liquids, *Appl. Math. Model.* 39, 3290-3305.
- [27] Ansys Fluent 2015 Tutorial.
- [28] van der Pijl, S. P. (2005). *Computation of Bubbly Flows with a Mass-Conserving Level-Set Method*. TU Delft.
- [29] Vargaftik, N. (1975). *Handbook of Physical Properties of Liquids and Gases*. Springer.
- [30] Clift, R. G. (1978). *Bubbles, drops and particles*. Academic Press.
- [31] Sam, A., Gomez, C. O., Finch, J. A. (1996). Axial velocity profiles of single bubbles in water/frother solutions. *International Journal of Mineral Processing*. 47, 177-196.
- bubble flotation column: PIV measurement and CFD simulations. *Sep. Purif. Technol*, 149, 308-314.
- [12] Sarhan, A., Naser, J., & Brooks, G. (2016). CFD simulation on influence of suspended solid particles on bubbles' coalescence rate in flotation cell. *Int J Miner Process*, 146, 54-64.
- [13] Cai, X. C. (2016). CFD simulation of oil-water separation characteristics in a compact flotation unit by population balance modeling. *J. Disper. Sci. Technol*, 38, 1435-1447.
- [14] Cai, X. C. (2017). Numerical studies on dynamic characteristics of oil-water separation in loop flotation column using a population balance model. *Sep. Purif. Technol*, 176, 134-144.
- [15] Sarhan, A. N. (2017a). Bubbly flow with particle attachment and detachment – a multi-phase CFD study. *Sep. Sci. Technol*, 53, 181-197.
- [16] Sarhan, A. N. (2017b). CFD analysis of solid particles properties effect in three-phase flotation column. *Sep. Purif. Technol*, 185, 1-9.
- [17] Nasirimoghaddam, S. M., Mohebbi, A., Karimi, M., & Yarahmadi, M. R. (2017). Estimating column flotation rate constant by computational fluid dynamics. *The 8th national conference on CFD applications in chemical and petroleum industries*.
- [18] Zhang, M. L. (2017). A CFD study of the flow characteristics in a packed flotation column: implications for flotation recovery improvement. *Int. J. Miner. Process*, 159, 60-68.
- [19] Wang, G. E. (2017a). Bubble-particle detachment in a turbulent vortex II—computational methods. 102, 58-67.
- [20] Wang, L. W. (2017b). A numerical study on efficient recovery of fine-grained minerals with vortex generators in pipe flow unit of acyclonic-static micro bubble flotation column. 158, 304-313.

⁶ Continuous Shooting Mode

⁷ VOF

⁸ Drag Coefficient

⁹ Quad

¹⁰ Time step

¹ Computational Fluid Dynamics

² Plexy Glass

³ Flowmeter

⁴ Needle Valve

⁵ FPS (Frame Per Second)