

(مقاله پژوهشی)

مطالعه عددی رشد ترک در محیط متخلخل: اثر پارامترهای تخلخل بیضی‌شکل

محمد رضائزاد^۱، سید احمد لاجوردی^{۱*}، صادق کریم‌پولی^۱

^۱ - گروه مهندسی مواد، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

(دریافت: آبان ۱۳۹۹، پذیرش اسفند ۱۳۹۹)

چکیده

شکل و مکان تخلخل، تأثیر بسزایی بر رشد ترک در مواد متخلخل دارد. وقتی نمونه تحت تنش خارجی قرار می‌گیرد، به دلیل تمرکز تنش در اطراف این تخلخل‌ها، ترک‌های کششی ایجاد شده و با پیوستن آن‌ها به یکدیگر، شکست نهایی در نمونه به وجود می‌آید. با توجه به مشکلات آزمایشگاهی جهت مطالعه رشد ترک در مقیاس تخلخل، محاسبات عددی این رفتارها راه‌کار بسیار مناسبی برای دستیابی به درک صحیحی از نحوه ایجاد و رشد ترک در این مواد به شمار می‌رود. از این‌رو، در سال‌های اخیر استفاده از روش اجزا محدود توسعه یافته که در آن نیاز به مش‌بندی مجدد ناحیه اطراف ترک رفع شده، گسترش زیادی یافته است. باین‌وجود به دلیل ساختار پیچیده فضای متخلخل، حتی در مدل‌های عددی، شکل این تخلخل‌ها اغلب به صورت دایره‌ای در نظر گرفته می‌شوند. در این پژوهش، تأثیر شکل، مکان و نحوه چیدمان تخلخل‌های بیضی‌شکل بر رشد ترک به صورت عددی مدل‌سازی می‌گردد. این تخلخل‌ها در مقابل و جوانب ترک قرار داده شده و در هر مرحله نحوه توزیع تنش، تغییرات فاکتور شدت تنش و مقاومت پیشینه بررسی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در صورت برابری اندازه تخلخل‌ها، در حالتی که تخلخل مقابل ترک و به شکل بیضی قائم باشد، اثر تخریبی آن حدود ۲۰ درصد بیشتر از تخلخل بیضی‌شکل افقی است. همچنین، هنگامی که تخلخل در جوانب ترک قرار دارد، با افزایش زاویه زاویه بین محور افقی با راستای قطر بزرگ بیضی (α)، فاکتور شدت تنش از ۱ به ۰/۹۴ کاهش یافته و سبب کاهش انتشار ترک در نمونه‌ی متخلخل می‌شود. در ادامه، با تعریف زاویه بین محور افقی با خط واصل مراکز دو تخلخل به نام β ، تأثیر شکل تخلخل و نحوه قرارگیری آن بر رشد ترک در مدل‌های پیچیده‌تر (مدل‌های حاوی دو تخلخل بیضی‌شکل) مورد ارزیابی قرار گرفته است. با افزایش زاویه α و β از صفر به نود درجه، مقاومت پیشینه نمونه ۱۸/۱۲ درصد کاهش و مقدار تنش فون میسز از ۰/۱۵۴ به ۰/۹۲۲ مگاپاسکال افزایش می‌یابد. باین‌حال، نتایج نشان‌دهنده آن است که تأثیر زاویه β در رشد ترک بیشتر از زاویه α است.

کلمات کلیدی

محیط متخلخل؛ رشد ترک؛ روش اجزای محدود توسعه یافته؛ شکل تخلخل؛ نحوه چیدمان تخلخل.

مقدمه

مواد ترد به‌طور طبیعی دارای ناپیوستگی‌های متعددی از جمله ترک، درزه و تخلخل بوده که خصوصیات مکانیکی و مقاومتی آن‌ها را کاهش داده و بر نحوه وقوع شکست در آن‌ها تأثیر بسزایی دارد [۱-۳]. به‌عنوان مثال رفتار سنگ‌ها، به‌طور معمول تحت تأثیر رفتارهای میکرومکانیکی ناشی این ناپیوستگی‌ها قرار می‌گیرد. به‌طور خاص در مواد متخلخل، هندسه، شکل و نحوه چیدمان تخلخل‌ها مؤلفه‌های بسیار تعیین‌کننده‌ای در نحوه گسترش ترک و مقاومت نهایی سنگ، به شمار می‌آیند [۴، ۵]. بسیاری از مطالعات آزمایشگاهی نشان داده‌اند که شروع و گسترش ترک، از ناپیوستگی‌هایی که از پیش در نمونه وجود داشته‌اند، آغاز می‌شود [۶، ۷]. از این‌رو، مطالعه نحوه توزیع تنش، چگونگی شروع و گسترش ترک و مقاومت پیشینه در مواد متخلخل، بسیار مهم است. بررسی و ارزیابی فرآیند انتشار ترک در سنگ‌های متخلخل، می‌تواند برای طراحی بهتر پروژه‌های ژئومکانیکی و پایش پایداری سازه‌های مهندسی، بسیار کاربردی باشد [۸]. از آنجایی که ارزیابی آزمایشگاهی گسترش ترک و تغییر مقاومت در سنگ‌های متخلخل، بسیار دشوار است، روش‌های عددی به‌عنوان یک راهکار مناسب برای بررسی چنین مواردی به‌حساب می‌آیند. روش‌های عددی مختلفی برای بررسی رشد ترک و شکست در مواد ترد ارائه شده است [۹]. در این میان، روش اجزا محدود توسعه یافته^۱ (XFEM)، به علت ویژگی‌های منحصربه‌فرد و توانایی بالا در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران متعددی قرار گرفته است [۱۰، ۱۱]. از جمله چالش‌ها و معایب عمده‌ی روش اجزا محدود استاندارد، مش‌بندی دوباره دامنه مورد مطالعه در مدل‌سازی رشد ترک و نیز صرف هزینه محاسباتی بالا در موقعیت ناپیوستگی‌ها (محاسبه تکنیکی در نوک ترک) است که استفاده از آن را در برخی از مسائل مکانیک شکست، محدود می‌سازد. عدم در نظر گرفتن هندسه ناپیوستگی‌ها در مش‌بندی دامنه و نیز عدم نیاز به مش‌بندی دوباره آن به‌واسطه رشد ترک، از جمله قابلیت‌های عمده روش کارآمد اجزا محدود توسعه یافته محسوب می‌شود. در روش XFEM، از روش اجزا محدود استاندارد بدون استفاده از المان‌های تکینه^۲ و با استفاده از توابع غنی‌ساز^۳ که از حل تحلیلی میدان تنش در پیرامون ناپیوستگی و ترک استخراج می‌شوند، استفاده

می‌شود. باین‌حال، اضافه کردن درجات آزادی (غنی‌سازی) گره‌هایی از مش که با ناپیوستگی در ارتباط است، شبیه‌سازی تکنیکی و ناپیوستگی‌ها را در این روش، امکان‌پذیر می‌کند. در این روش، موقعیت نوک ترک و بدنه ترک را می‌توان در هر مرحله از رشد ترک یافت و در نتیجه المان‌هایی که باید غنی‌سازی شوند را به‌درستی انتخاب نمود [۱۲].

فنگ و همکاران [۱۳] به تحلیل رشد ترک در اطراف حفره‌ی مرکزی در نمونه‌های سنگی در مقاطع با شکل‌های مختلف پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که درجه شکست و شدت تخریب، به‌شدت با شکل مقطع و ضرایب فشار جانبی مرتبط است. ژاو و همکاران [۱۴] نیز رفتار شکست سنگ مرمر حاوی حفره مستطیل شکل و تحت بارگذاری تک‌محوره را تجزیه و تحلیل کردند. نتایج این تحقیق بیان‌گر آن است که تعداد حفرات و چیدمان آن‌ها تأثیر معنی‌داری بر رفتار مکانیکی نمونه‌های سنگی دارد. یانگ و همکاران [۱۵] نیز میزان مقاومت، تغییر شکل و رفتار ترک در ماسه‌سنگ حاوی یک حفره بیضی‌شکل را تحت فشار تک‌محوره و با استفاده از تست‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی ارزیابی کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که زاویه حفره بیضی‌شکل، تأثیر زیادی در شروع و انتشار ترک دارد. ژو و همکاران [۱۶] تأثیر اجزاء پر شده بر خواص مکانیکی و مکانیزم شکست در مواد سنگی شامل حفرات از پیش‌ساخته شده با اشکال مختلف را تحت فشار تک‌محوره بررسی کردند. آن‌ها نیز دریافتند که شکل و نوع ماده پر شونده، هر دو فاکتور مهم و مؤثری بر مقاومت ماسه‌سنگ و خواص تغییر شکل آن هستند. یین و همکاران [۱۷]، رفتار مکانیکی و مکانیزم شکست نمونه‌های ماسه‌سنگی حاوی ترک و حفرات دایره‌ای را تحت فشار تک‌محوره و با انجام تست‌های آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی با استفاده از نرم‌افزار RFPA^{2D} بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند در نمونه‌هایی که زاویه و طول ترک اولیه در آن‌ها کمتر است، حفره نقش اصلی در شکست سنگ را دارد و رشد ترک از دیواره‌های آن آغاز می‌شود. هوانگ و همکاران [۱۸]، رفتار شکست و مقاومت گرانیات حاوی سه حفره‌ی غیر هم صفحه را تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره و به‌صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند و برای شبیه‌سازی از نرم‌افزار PFC⁵ استفاده کردند. در این تحقیق مشاهده شد که میزان تنش برای شروع ترک با زاویه

تأثیر شکل تخلخل را خنثی کرده و منجر به ارائه نتایجی متفاوت از واقعیت می‌گردد. از این رو و با توجه به آن که رفتار تخلخل با یک‌شکل دلخواه نیز بسیار پیچیده است، برخی دیگر از محققان از تخلخل بیضی‌شکل برای رفع این مشکل استفاده نمودند. با این وجود هنوز درک درستی از تمامی پارامترهای مربوطه وجود ندارد. در این مطالعه، به شبیه‌سازی عددی تأثیر تغییر شکل تخلخل از دایره به بیضی به همراه پارامترهای مربوطه پرداخته شده و رفتار رشد ترک با استفاده از روش اجزا محدود توسعه یافته بررسی می‌شود. برای رسیدن به این هدف، تخلخل دایره‌ای به عنوان نمونه مرجع انتخاب و نتایج مدل‌سازی عددی در آن با روش تحلیلی صحت سنجی می‌گردد. در ادامه، با تغییر شکل تخلخل از دایره به بیضی، میزان تغییرات خواص مکانیکی نمونه سنگ حاوی این نوع تخلخل، با تغییر زوایای قرارگیری و همچنین تغییرات نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در هر مرحله، با تغییر شکل تخلخل، رشد ترک، چگونگی توزیع تنش، فاکتور شدت تنش نوک ترک، مقدار تنش فون میسز و مقاومت بیشینه نمونه سنگی محاسبه می‌گردد. در مرحله بعد، تأثیر پارامترهای اندازه تخلخل و مکان قرارگیری تخلخل بیضی‌شکل نسبت به ترک اولیه، مدل‌سازی و نتایج مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در انتها، تخلخل‌های بیضی‌شکل در زوایای مختلف و در آرایش‌های گوناگونی شبیه‌سازی شده تا بتوان درک صحیحی از یک محیط متخلخل پیچیده را ارائه نمود.

روش اجزا محدود توسعه یافته

در روش اجزا محدود توسعه یافته، برای برطرف کردن محدودیت‌های روش اجزا محدود استاندارد در تحلیل مسئله رشد ترک و همچنین برای نمایش و محاسبات مربوط به ناپیوستگی موجود در دامنه و رفع تکین بودن تنش در منطقه نوک ترک، از عمل غنی‌سازی استفاده می‌شود. این غنی‌سازی، در گره‌های مختلف ترک، به دو روش متفاوت انجام می‌شود. گره‌های ناشی از بدنه (سطح ترک) به وسیله تابع هویساید^۶ غنی‌سازی می‌شوند، در صورتی که گره‌هایی که در محل نوک ترک قرار گرفته‌اند، به وسیله تابع تکینه غنی می‌شوند (شکل ۱). در واقع با اضافه کردن توابع غنی‌ساز، درجه آزادی گره‌های موجود در دامنه اجزاء محدود افزایش می‌یابد [۲۳].

قرارگیری حفرات ارتباط نزدیکی دارد. همچنین هوانگ و همکاران [۱۹]، به مطالعه آزمایشگاهی ماسه‌سنگ شامل یک حفره بیضی‌شکل تحت فشار تک‌محوره پرداختند. آن‌ها دریافتند با افزایش نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک بیضی، مقاومت فشاری و مقدار تنش برای شروع رشد ترک به صورت خطی کاهش می‌یابد. هان و همکاران [۲۰] روی فرایند شکست دینامیکی و رفتار مکانیکی ماسه‌سنگ حاوی دو حفره بیضی‌شکل، تحت بار ضربه‌ای مطالعه کردند. نتایج آزمایشگاهی نشان داد که مقاومت دینامیکی و مدول یانگ نمونه ماسه‌سنگی با افزایش زاویه حفرات بیضی‌شکل، کاهش می‌یابد. نویسندگان حاضر (رضانژاد و همکاران) نیز در مقالات اخیر خود، به بررسی پارامترهای مختلف بر رشد ترک در سنگ‌های متخلخل پرداخته‌اند. آن‌ها [۲۱] تغییرات اندازه حفره و فاصله قرارگیری حفره از نوک ترک را به صورت عددی مدل‌سازی نموده و تأثیرات آن بر مقاومت بیشینه، شروع ترک و چگونگی گسترش آن در سنگ‌های متخلخل را بررسی کردند و در نهایت، قوانینی در خصوص حداقل زاویه مورد نیاز جهت انحراف ترک به سمت تخلخل ارائه دادند. در ادامه‌ی این مطالعات آن‌ها [۲۲]، تأثیر مکان و زاویه قرارگیری تخلخل دایره‌ای نسبت به ترک را مورد ارزیابی قرار داده و نحوه چیدمان و آرایش تخلخل‌ها در مدل‌های پیچیده سنگی را تجزیه و تحلیل نمودند. نتایج نشان داد، تخلخل‌هایی که در جوانب ترک قرار می‌گیرند از نوع تخلخل مقاوم بوده و با افزایش زاویه قرارگیری تخلخل نسبت به ترک، مقاومت بیشینه نمونه‌های سنگی کاهش می‌یابد. اگرچه مطالعات گذشته به طور گسترده به تجزیه و تحلیل مقاومت، تغییر شکل و فرآیند به هم پیوستگی ترک‌ها در نمونه‌های سنگی حاوی ترک و حفره پرداخته‌اند، اما هنوز رفتار بین ترک و حفره در صورت تغییر شکل حفره به خوبی شناخته شده نیست. در حقیقت، توده سنگ‌های مهندسی واقعی علاوه بر این که دارای نواقص گسترده در آرایش‌های گوناگون می‌باشند، دارای تخلخل‌هایی در اشکال مختلف و با توزیع نامنظم نیز هستند. از متداول‌ترین ناپیوستگی‌های از پیش موجود در سنگ، وجود ترکیبی از حفره و ترک است، به طوری که شکست ناپایدار سنگ‌ها به دلیل به هم پیوستگی این ناپیوستگی‌ها حادث می‌شود. با این حال، همان‌طور که در پاراگراف قبل نیز اشاره شد، شکل حفرات برای سادگی محاسبات و تفسیر نتایج، در غالب مطالعات دایره‌ای فرض می‌شود. این فرض، به شدت

که در آن (r, θ) یک سیستم مختصات قطبی است که از نوک ترک منشأ می‌گیرد و هنگامی که مماس بر نوک ترک است، $\theta = 0$ بوده و $\sqrt{r} \sin(\theta/2)$ ناپیوستگی در سراسر شکاف را در نظر می‌گیرد [۲۶].

تأثیر شکل و مکان تخلخل بیضی شکل بر رشد ترک

نمونه مرجع به صورت نمونه‌ای شامل یک تخلخل دایره‌ای شکل و یک ترک با مشخصات زیر در نظر گرفته شد:

$$d = 0.15m, 2a = 0.03m, \rho = 0.0525m$$

که در آن d فاصله مرکز ترک تا مرکز تخلخل، $2a$ طول

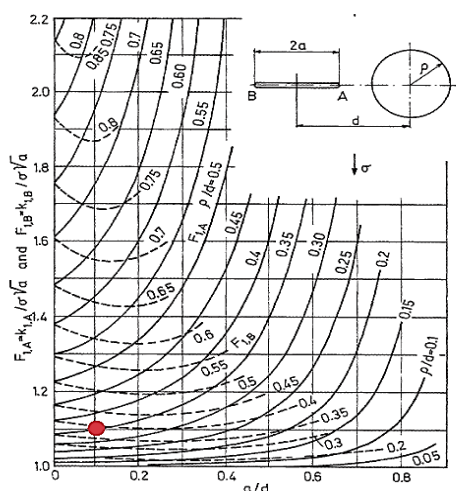
ترک و ρ شعاع تخلخل است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\rho/d = 0.35, a/d = 0.1$$

مطابق با روش تحلیلی ارائه شده توسط سیح [۲۷].

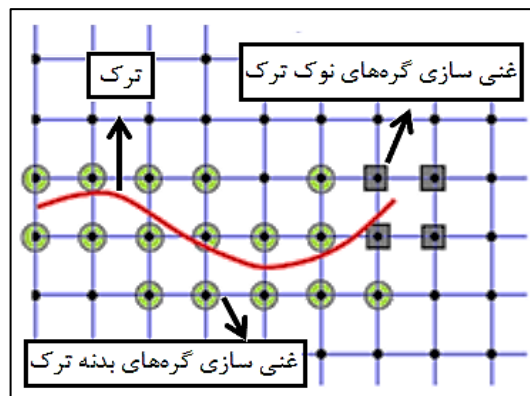
فاکتور شدت تنش در نوک ترک $1/10$ است که با یک نقطه قرمز رنگ در شکل ۲ نشان داده شده است.

در ادامه، با تغییر شکل تخلخل به بیضی شکل، تغییرات خواص مکانیکی نمونه سنگ حاوی این نوع تخلخل، با تغییر زوایای قرارگیری و همچنین تغییرات نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک، مورد بررسی قرار گرفته است (بخش ۳-۱). در بخش‌های بعدی، تأثیر اندازه تخلخل بیضی شکل (بخش ۳-۲) و مکان قرارگیری تخلخل بیضی شکل (بخش ۳-۳)، مدل سازی و نتایج مورد ارزیابی قرار گرفته است.



شکل ۲- فاکتور شدت تنش بین ترک و تخلخل، ارائه شده توسط سیح [۲۷]

در بخش ۴، تخلخل‌های بیضی شکل در نحوه چیدمان مختلف شبیه سازی شدند و توزیع تنش در آن‌ها بررسی گردید. هر چند پارامترهای دیگری مانند طول ترک اولیه نیز



شکل ۳- تفاوت تابع گنی سازی در گره‌های بدنه (دایره‌ها) و گره‌های نوک ترک (مربع‌ها) در XFEM (تغییر یافته از [۲۳])

توابع گنی سازی به شرح رابطه (۱) بیان می‌شوند [۲۴]:

$$U(x) = \sum_{i \in \Gamma} Ni(x)_{ui} + \sum_{i \in J} Ni(x)H(x)_{ai} + \sum_{i \in K} \left[Ni(x) \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x)_{bi\alpha} \right] \quad (1)$$

جایی که (Γ) مجموعه‌ای از تمام گره‌های مش را تشکیل می‌دهد، $Ni(x)$ تابع شکل گره است و ui درجه آزادی استاندارد گره (i) است. ui جابجایی فیزیکی گره را فقط برای گره‌های غنی نشده نشان می‌دهد. زیرمجموعه‌های (J) و (K) به ترتیب شامل گره‌های غنی شده با تابع هویساید $(H(x))$ و یا تابع نوک ترک $(F_{\alpha}(x))$ هستند و $(bi\alpha, ai)$ میزان درجات آزادی مربوطه می‌باشند. اگر در رابطه (۱) دقت شود، جمله اول همان تقریب اجزاء محدود استاندارد است که از قبل وجود داشت. آنچه در این رابطه بسیار مهم است و نقش اساسی را در اجزاء محدود توسعه یافته ایفا می‌کند، قسمت دوم و سوم عبارت است. درواقع جمله دوم، بدنه ترک و جمله سوم، نوک ترک را مدل سازی می‌کند [۲۵].

تابع هویساید $(H(x))$ به شرح رابطه (۲) تعریف می‌شود. در این تابع، عبارت مثبت است، اگر x در بالای ترک قرار گیرد و در غیر این صورت، عبارت منفی خواهد بود.

$$H(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

گره‌های نوک ترک نیز شامل توابع گنی سازی است که برای افزایش دقت حل عددی در اطراف نوک ترک، استفاده می‌شود و فرمول آن‌ها بستگی به ماهیت حل مسئله دارد (رابطه (۳)):

$$[F_{\alpha}(x)] = \begin{bmatrix} \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \\ \sqrt{r} \sin \theta \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin \theta \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (3)$$

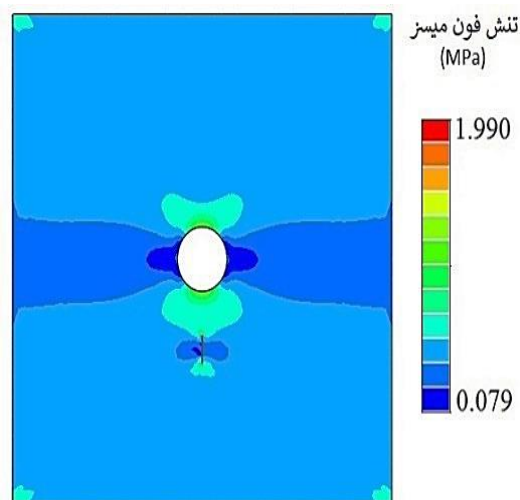
در ادامه برای هر هفت حالت ارائه شده در شکل ۳ که مطابق این شکل به ترتیب نمونه مرجع و نمونه S1 تا S6 نام گذاری شده‌اند، پارامترهای فاکتور شدت تنش، تنش فون میسز و مقاومت پیشینه بررسی می‌شود.

در شکل ۴، نتایج فاکتور شدت تنش برای تخلخل دایره‌ای آورده شده است. فاکتور شدت تنش نمونه مرجع با روش تحلیلی برابر و مقدار آن $1/10$ و تنش فون میسز $1/990$ مگاپاسکال است.

حال نتایج شبیه‌سازی سایر نمونه‌ها مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد که شکل‌های بعدی نتایج فاکتور شدت تنش برای هر نمونه را نشان می‌دهد.

در شکل ۵ هر دو نمونه در زاویه $\alpha = 90^\circ$ قرار گرفته‌اند. در نمونه S1، $b/a = 3/4$ و در نمونه S2، $b/a = 1/2$ است. همان‌طور که دیده می‌شود در هر دو نمونه تنش بین نوک ترک و تخلخل نسبت به نمونه مرجع کاهش یافته است به‌طوری‌که طبق نمودار تنش فون میسز، حداکثر تنش ممکن در نوک ترک در نمونه S1 و S2 به ترتیب برابر $1/809$ و $1/548$ مگاپاسکال و فاکتور شدت تنش $1/09$ و $1/08$ است.

شکل ۶، نشان‌دهنده قرارگیری تخلخل‌ها در زاویه $\alpha = 45^\circ$ است. نسبت b/a در نمونه S3، $3/4$ و در نمونه S4، $1/2$ است. با کاهش زاویه از 90° به 45° درجه، میزان اندرکنش بین نوک ترک و تخلخل کاهش یافته به‌طوری‌که تنش فون میسز برای نمونه‌های S3 و S4 به ترتیب $1/381$ و $1/276$ مگاپاسکال و فاکتور شدت تنش $1/06$ و $1/05$ است.



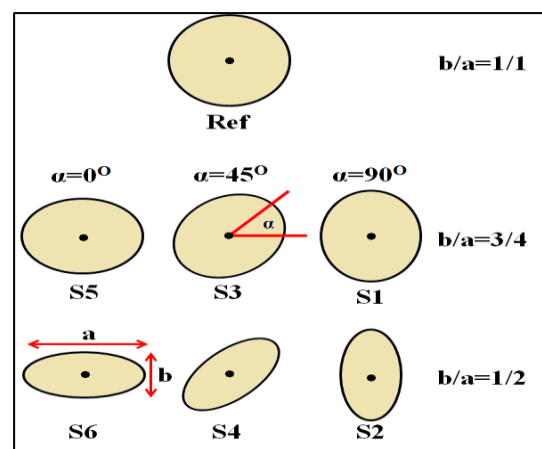
شکل ۴- توزیع تنش در نمونه مرجع (Ref) با $K_{\max}=1.10$

می‌توانند بر خواص موردبررسی تأثیرگذار باشند، از آنجایی‌که در این مقاله، هدف پارامترهای تخلخل بیضی شکل است، سعی شده است که به این پارامترها خیلی مختصر اشاره شود. در تمامی مدل‌سازی‌ها، از نرم‌افزار تجاری آباکوس^۷ و تکنیک XFEM استفاده شده است. در نرم‌افزار آباکوس عموماً از دو روش می‌توان برای شبیه‌سازی رشد ترک در محیط متخلخل، استفاده نمود. در روش اول برای مشخص کردن نقاطی که نمونه دارای تخلخل است، خواصی مشابه با خواص نمونه اصلی اما با مدول یانگ بسیار کمتر به تخلخل اختصاص داده می‌شود ولی در روش دوم تخلخل‌ها به صورت حفرات واقعی در نظر گرفته می‌شود و با توجه به قرارگیری تخلخل‌ها، نمونه پارتیشن‌بندی شده و هر بخش به صورت مجزا غنی‌سازی می‌شود. در تمامی مدل‌ها، از خصوصیات گرانیات و روش تقسیم‌بندی چندگانه با غنی‌سازی جداگانه آن‌ها استفاده شده است که در مقالات قبلی محققین حاضر، اطلاعات تکمیلی قابل دسترسی است [۱۱، ۲۱، ۲۲].

۲-۱- تأثیر شکل تخلخل بیضی شکل (زاویه

قرارگیری و نسبت قطر کوچک به قطر بزرگ)

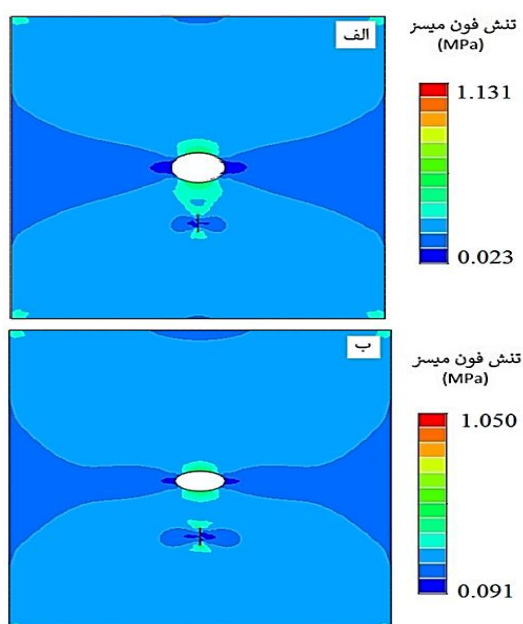
با در نظر گرفتن شکل تخلخل بیضی شکل، نسبت‌های $b/a = 3/4, 1/2$ که a قطر بزرگ بیضی و b قطر کوچک آن است را در زوایای α های 0° ، 45° و 90° درجه بررسی و با شکل تخلخل نمونه مرجع (دایره یا $b/a = 1/1$) مقایسه شدند (شکل ۳). همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، α زاویه‌ای تعریف می‌شود که راستای قطر بزرگ بیضی با محور افق می‌سازد.



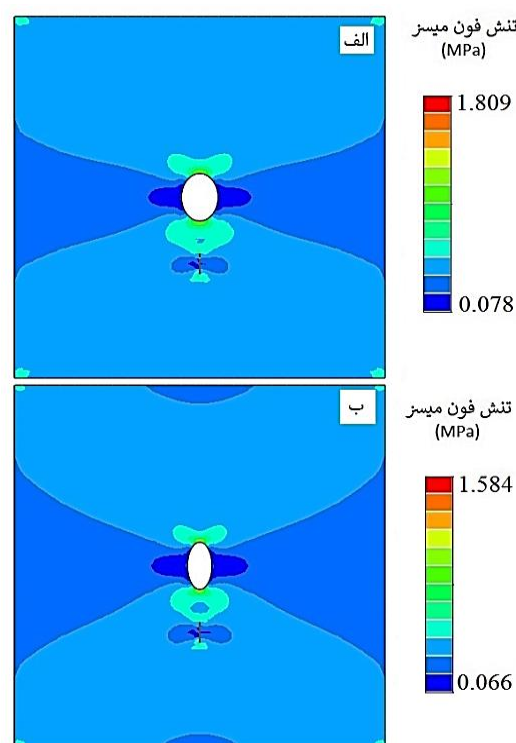
شکل ۳- اشکال مختلف تخلخل‌های بیضی شکل در مقایسه با تخلخل دایره‌ای نمونه مرجع

افقی به دلیل این که مقطع قرار گرفته در مقابل ترک افزایش می‌یابد، فعل‌وانفعالات بین ترک و تخلخل در مقایسه با دو حالت قبلی ($\alpha = 60^\circ$ و $\alpha = 90^\circ$) به کمترین مقدار می‌رسد؛ بنابراین فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر کاهش خواهند یافت به‌طوری‌که تنش فون میسر برای نمونه‌های S5 و S6 به ترتیب $1/131$ و $1/050$ مگاپاسکال و فاکتور شدت تنش $1/03$ و $1/02$ است.

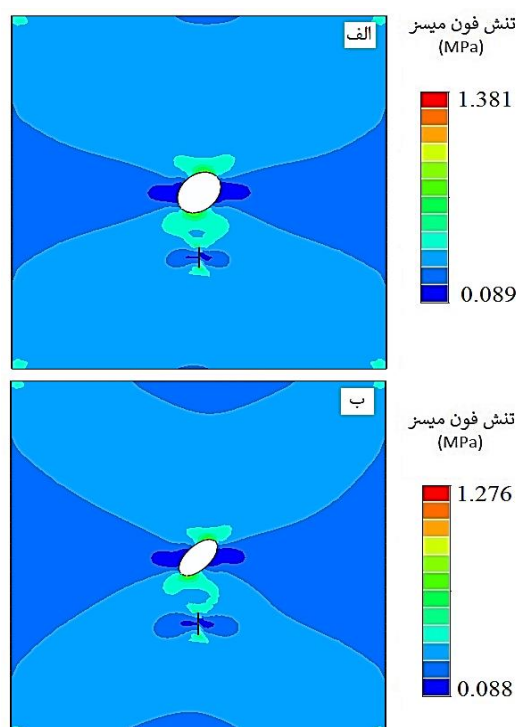
در ادامه برای مدل‌های نشان داده‌شده، K_c محاسبه می‌شود. K_c به فاکتور شدت تنش در نوک ترک (در همان مدل) بدون حضور تخلخل اطلاق می‌شود و k_{max} همان‌طور که از قبل تعریف شد به فاکتور شدت تنش در نوک ترک در حضور تخلخل گفته می‌شود. نسبت ضرایب شدت تنش بیان‌شده می‌تواند به‌صورت دقیقی تأثیر تخلخل بر رشد ترک را منعکس کند. طبق تعریف اگر نسبت K_{max}/K_c بزرگ‌تر از یک باشد، تخلخل باعث تهییج بیشتر ترک، برای شروع و گسترش آن می‌شود که در اینجا این نوع تخلخل را "تخلخل‌های مخرب" می‌نامیم و اگر این نسبت، K_{max}/K_c کمتر از یک باشد، تخلخل مانع شروع انتشار و گسترش ترک می‌شود که این نوع تخلخل را "تخلخل‌های مقاوم" می‌نامیم [28]. در شکل ۸ مقدار فاکتور شدت تنش برابر $0/98$ و تنش فون میسر $0/9$ مگاپاسکال است که این مقدار در مقایسه با زمانی که تخلخل مقابل ترک قرار دارد، کمتر است.



شکل ۷- توزیع تنش در نمونه‌های (الف) نمونه S5 با $K_{max}=1.02$ و (ب) نمونه S6 با $K_{max}=1.03$



شکل ۵- توزیع تنش در نمونه‌های (الف) نمونه S1 با $K_{max}=1.08$ و (ب) نمونه S2 با $K_{max}=1.09$



شکل ۶- توزیع تنش در نمونه‌های (الف) نمونه S3 با $K_{max}=1.05$ و (ب) نمونه S4 با $K_{max}=1.06$

در شکل ۷، زاویه آلفا برابر با صفر است. مقدار b/a در نمونه S5، $3/4$ و در نمونه S6، $1/2$ است. در حالت بیضی

خلاصه نتایج فوق، در جدول ۲ اشاره شده است.

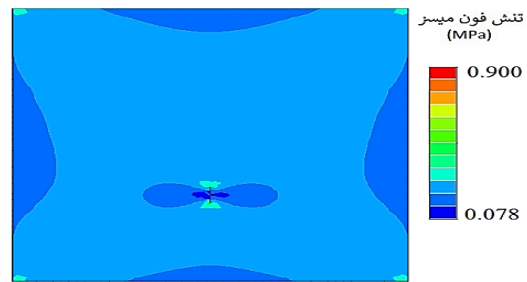
جدول ۲ مقایسه پارامترهای رشد ترک با تغییر شکل تخلخل

نمونه	فاکتور شدت تنش K_{max} ($Mpa/\sqrt{m}$)	تنش فون میسز (Mpa)	نیروی عکس‌العمل (N)
مرجع	۱/۱۰	۱/۹۹۰	۶۹۶/۵۶
نمونه S1	۱/۰۹	۱/۸۰۹	۷۰۰/۶۸
نمونه S2	۱/۰۸	۱/۵۸۴	۷۰۶/۴۶
نمونه S3	۱/۰۶	۱/۳۸۱	۷۲۷/۲۵
نمونه S4	۱/۰۵	۱/۲۷۶	۷۵۲/۸۱
نمونه S5	۱/۰۳	۱/۱۳۱	۷۶۹/۹۵
نمونه S6	۱/۰۲	۱/۰۵۰	۷۹۳/۴۷

لازم به ذکر است که در تمامی نمونه‌های فوق، طول ترک ثابت و برابر با $2a=0.03$ در نظر گرفته شده است؛ اما از آنجایی که طول اولیه ترک، می‌تواند روی خواص مکانیکی ماده تأثیرگذار باشد، نتایج فوق برای نمونه‌هایی با طول ترک $2a=0.06$ نیز محاسبه شدند. نتایج نشان داد که با دو برابر شدن طول اولیه ترک در این نمونه‌ها، مقادیر فاکتور شدت تنش و تنش فون میسز افزایش می‌یابند و از مقاومت بیشینه نمونه کاسته می‌شود که همگی قابل پیش‌بینی بود؛ اما از آنجایی که هدف اصلی این مقاله بررسی تأثیر شکل تخلخل بر رفتار رشد ترک است، درصد تغییرات خواص مکانیکی نمونه با تغییر شکل تخلخل، پارامتر اساسی محسوب می‌شود که با توجه بررسی‌های انجام‌شده این تغییرات در بدترین حالت کم‌تر از ۲ درصد خواهد بود؛ بنابراین با توجه به اینکه این پارامتر (طول اولیه ترک) از پارامترهای تخلخل محسوب نمی‌شود و همچنین تأثیر بسیار ناچیز آن بر خواص مکانیکی ماده با تغییر شکل تخلخل، نتایج و اشکال این بخش جهت جلوگیری از تکرار، آورده نشده است.

۱-۳- تأثیر اندازه تخلخل بیضی شکل

در نمونه‌های بخش قبل، با کاهش مقدار b/a هم‌زمان اندازه تخلخل هم کوچک‌تر می‌شود. از آنجاکه خود مؤلفه اندازه تخلخل، پارامتر تأثیرگذاری در رشد ترک است [۲۱]، بنابراین در این بخش علاوه بر شکل تخلخل، تغییرات اندازه تخلخل هم در نظر گرفته شده است. برای بررسی این موضوع به این ترتیب عمل می‌شود که در نمونه‌های S1، S3



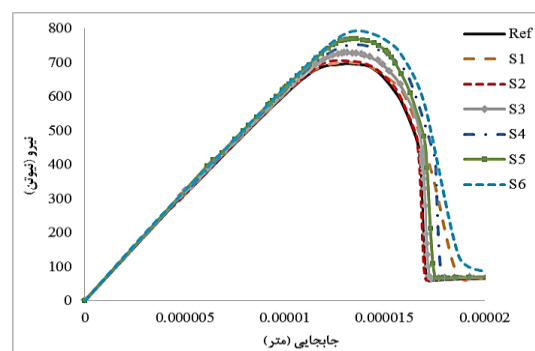
شکل ۸- فاکتور شدت تنش در نمونه‌ای بدون تخلخل، $K_C=0.98$

همان‌طور که در جدول ۱ آمده است، در همه نمونه‌های S1 تا S6 و نمونه مرجع، مقدار K_{max}/K_C بزرگ‌تر از یک بوده و نشان می‌دهد تخلخل در همه این مدل‌ها به‌عنوان تخلخل مخرب عمل می‌کند. این امر به دلیل آن است که تمامی این نمونه‌ها، تخلخل مقابل ترک قرار گرفته است [۲۲]. لازم به ذکر است که در این میان، نمونه مرجع تخلخل نقش مخرب‌تری نسبت به بقیه نمونه‌ها دارد که علت آن می‌تواند بزرگ‌تر بودن اندازه این تخلخل باشد.

جدول ۱ نسبت k_{max}/k_c با تغییر شکل تخلخل

نمونه	مرجع	S1	S2	S3	S4	S5	S6
k_{max}/k_c	۱/۱۲	۱/۱۱	۱/۱۰	۱/۰۸	۱/۰۷	۱/۰۵	۱/۰۴

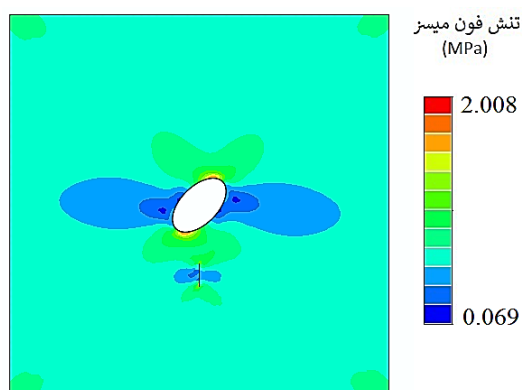
در ادامه برای همه نمونه‌ها، نمودار نیروی عکس‌العمل در برابر جابجایی رسم شده است. طبق شکل ۹، نمونه حاوی تخلخل دایره‌ای شکل ($b/a=1$) کمترین مقاومت و نمونه با تخلخل بیضی شکل و افقی ($b/a=1/2$)، بیشترین مقاومت در برابر رشد ترک را دارد. بیشترین نیرویی که نمونه تا قبل از گسیختگی، در تخلخل به شکل دایره می‌تواند تحمل کند ۶۹۶/۵۶ نیوتن است که با تغییر شکل تخلخل و قرارگیری در حالت بیضی افقی این اعداد افزایش یافته و به ۷۹۳/۴۷ نیوتن می‌رسد.



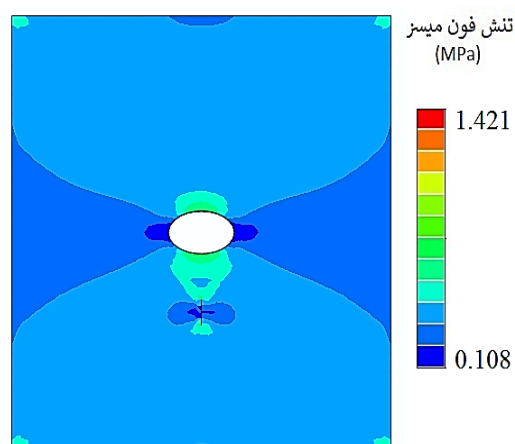
شکل ۹- نمودار نیرو-جابجایی با تغییرات شکل تخلخل

در شکل ۱۲، $\alpha = 45^\circ$ است. در چنین شرایطی توزیع تنش بین نوک ترک و تخلخل کمتر از حالت بیضی عمودی ($\alpha = 90^\circ$) بوده ولی همچنان در مقایسه با نمونه مرجع، دارای فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر بیشتری است و مقدار آن‌ها به ترتیب برابر $1/12$ و $2/0.08$ مگاپاسکال است.

در شکل ۱۳ که در آن زاویه آلفا به صفر می‌رسد، شکل تخلخل به صورت بیضی افقی خواهد بود. در این حالت به دلیل این که مقطع قرار گرفته در مقابل ترک افزایش می‌یابد، فعل و انفعالات بین ترک و تخلخل در مقایسه با دو حالت قبلی ($\alpha = 45^\circ$ و $\alpha = 90^\circ$) و همچنین در مقایسه با نمونه مرجع به کمترین مقدار رسیده و فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر کاهش خواهند یافت. در این شرایط تخلخل در برابر رشد ترک، در مقایسه با حالت‌های پیشین مقاومت بیشتری نموده و طول ترک ایجاد شده و میزان آسیب به نمونه کمتر خواهد بود. با توجه به شکل ۱۳ مقدار فاکتور شدت تنش $1/06$ و تنش فون میسر برابر $1/421$ مگاپاسکال است.



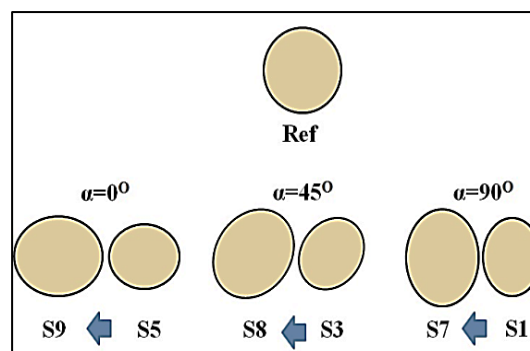
شکل ۱۲- توزیع تنش در نمونه S8 با $K_{max}=1.12$



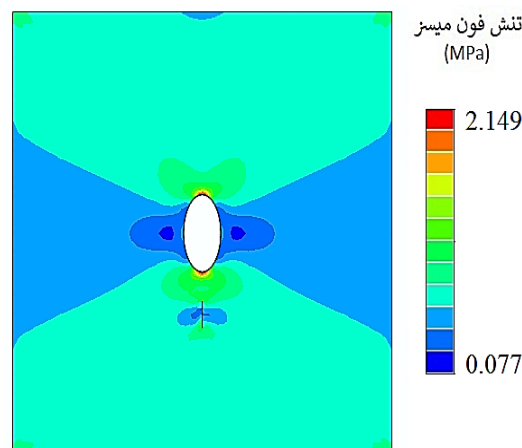
شکل ۱۳- توزیع تنش در نمونه S9 با $K_{max}=1.06$

و S5 با ثابت نگه داشتن اندازه قطر b، اندازه قطر a آن قدر تغییر داده شده است (افزایش یافته) تا مساحت تخلخل نمونه با مساحت تخلخل در نمونه مرجع، باهم برابر شوند. مطابق با شکل ۱۰، این نمونه‌های جدید به ترتیب نمونه S7، S8 و S9 نام‌گذاری شده‌اند.

حال با برابری اندازه تخلخل‌ها، چگونگی توزیع تنش و رشد ترک برای نمونه‌های S7 تا S9 بررسی و با نمونه مرجع مقایسه می‌شود. شکل ۱۱ مربوط به بیضی عمودی است ($\alpha = 90^\circ$). همان گونه که از شکل مشخص است، توزیع تنش نسبت به نمونه مرجع که حاوی تخلخل دایره‌ای (شکل ۵) متفاوت است و شدت تنش در نوک ترک و تخلخل بیضی شکل به طور فزاینده‌ای افزایش یافته است. عامل این امر، سطح مقطع کمتر نوک بیضی نسبت به دایره است که باعث می‌شود تا نوک ترک و مقطع بیضی به شدت ملتهب شده و تنش‌های بالاتری را تجربه کنند. در این شرایط، فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر افزایش می‌یابد، به طوری که فاکتور شدت تنش برابر با $1/28$ و مقدار حداکثر تنش فون میسر $2/149$ مگاپاسکال است.



شکل ۱۰- اشکال مختلف تخلخل با اندازه‌های برابر (مساحت تخلخل‌های S7، S8 و S9 با تخلخل نمونه مرجع برابر است).



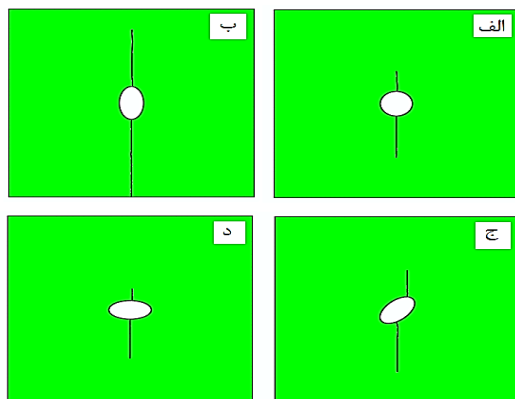
شکل ۱۱- توزیع تنش در نمونه S7 با $K_{max}=1.28$

جدول ۳ مقایسه پارامترهای رشد ترک با تغییر شکل تخلخل در حالت برابری اندازه تخلخل‌ها

K_{max} / K_c	نیروی عکس‌العمل (N)	تنش فون میسز (Mpa)	فاکتور شدت تنش $K_{max} / \sqrt{m}$	نمونه
۱,۳۰	۶۳۸,۳۶	۲,۱۴۹	۱,۲۸	S7 نمونه
۱,۱۴	۶۹۰,۹۹	۲,۰۰۸	۱,۱۲	S8 نمونه
۱,۱۲	۶۹۶,۵۶	۱,۹۹۰	۱,۱۰	نمونه مرجع
۱,۰۹	۷۲۳,۴۹	۱,۴۲۱	۱,۰۷	S9 نمونه

در شکل ۱۶، نحوه رشد ترک در نمونه مرجع و نمونه‌های S7 تا S9 آورده شده است. همان‌طور که از شکل برمی‌آید، بیضی عمودی ($\alpha = 90^\circ$) در نمونه S7، نسبت به حالات دیگر در برابر رشد ترک کمترین مقاومت را نشان داده و موجب افزایش طول ترک ایجاد شده در نمونه می‌شود؛ بنابراین، تخریب در نمونه S7 بیشتر از تخریب در نمونه مرجع (تخلخل دایره‌ای شکل) و نمونه‌های دیگر خواهد بود.

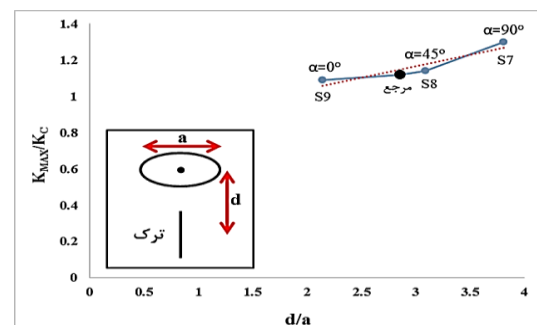
از طرف دیگر، نمونه S9 (بیضی افقی با $\alpha = 0^\circ$) کمترین رشد ترک را دارد و با مقایسه نتایج این نمونه با نمونه‌های S1 و S2 در بخش ۳-۱ مشخص می‌شود، با این که نمونه S9 دارای تخلخل بزرگ‌تری است ولی مقاومتش بیشتر است. این بدان معناست که از $b/a=1$ تا $b/a=1/2$ ، شکل تخلخل نسبت به اندازه تخلخل تأثیر بیشتری بر رشد ترک داشته است؛ زیرا در نمونه‌های S1 و S2، تخلخل در مخرب‌ترین شکل خودش ($\alpha = 90^\circ$) قرار دارد و سطح مقطع تخلخل مقابل ترک، بسیار کم است. همین عامل باعث می‌شود تنش بین نوک ترک و تخلخل بیشتر از حالت تنش بین نوک ترک و تخلخل در نمونه S9 باشد.



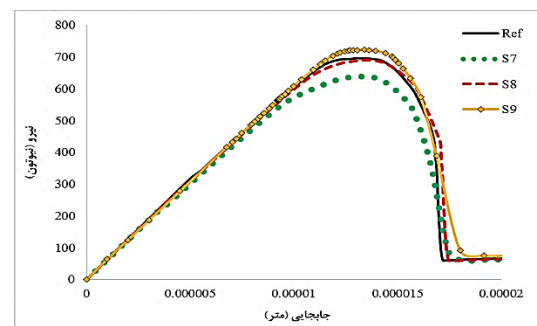
شکل ۱۶- رشد ترک در نمونه‌های (الف) نمونه مرجع، (ب) نمونه S7 با $\alpha=90^\circ$ ، (ج) نمونه S8 با $\alpha=45^\circ$ و (د) نمونه S9 با $\alpha=0^\circ$

شکل ۱۴، رابطه بین نسبت ضرایب شدت تن (K_{max}/K_c) به نسبت فاصله به قطر بزرگ بیضی (d/a) را نشان می‌دهد. از آنجا که $K_c = 0.98$ است، بنابراین نسبت ضرایب شدت تنش برای هر سه مدل حاوی تخلخل به شکل بیضی از نمونه S7 تا S9 به ترتیب برابر ۱,۳۰، ۱,۱۴ و ۱,۰۹ و برای نمونه مرجع ۱,۱۲ است. به دلیل آن که تمامی این مقادیر بیشتر از یک هستند، این نوع از تخلخل‌ها از نوع تخلخل مخرب محسوب خواهند شد. همان‌طور که در شکل ۱۴ نیز مشخص است، چون نسبت ضرایب شدت تنش در بیضی افقی به عدد یک نزدیک است، میزان تخریب این نوع تخلخل، کمتر از حالت‌های دیگر است.

برای هر چهار مدل، نمودار نیروی عکس‌العمل در برابر جابجایی در شکل ۱۵ رسم شده است. طبق این شکل، بیشترین نیرویی که نمونه تا قبل از گسیختگی تحمل می‌کند، در حالت بیضی افقی و به میزان ۷۲۳/۴۹ نیوتن است که این عدد در حالت بیضی مایل و بیضی عمودی به ترتیب به ۶۹۰/۹۹ و ۶۹۶/۵۶ نیوتن می‌رسد.



شکل ۱۴- نمودار نسبت ضرایب شدت تنش با تغییر شکل تخلخل. خط مماس نشان‌دهنده روند خطی و خط چین روند لگاریتمی داده‌ها است.



شکل ۱۵- نمودار نیرو-جابجایی با تغییرات شکل تخلخل در حالت برابری اندازه تخلخل‌ها

تغییر پارامترهای ذکر شده با تغییر شکل تخلخل‌ها به‌طور خلاصه در جدول ۳ آمده است.

۴-۱- تأثیر مکان قرارگیری تخلخل بیضی شکل

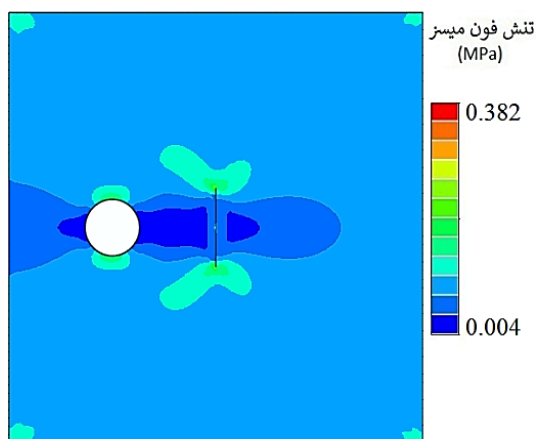
به منظور بررسی تأثیر مکان قرارگیری تخلخل بیضی شکل بر رشد ترک، یک تخلخل در سمت چپ ترک در نظر گرفته شده و در چهار حالت مختلف شبیه سازی شد. این نمونه ها با نام های L1 تا L4 در شکل های ۱۷ تا ۲۰ نام گذاری شده اند. در این بخش، از شکل و اندازه تخلخل نمونه های بخش ۲-۳ استفاده شده است؛ به طوری که مساحت اشکال مختلف تخلخل باهم برابر است. در این مدل ها، مرکز ترک در مرکز صفحه قرار دارد و مرکز تخلخل و ترک در یک راستا هستند. طول ترک (2a) و فاصله مرکز تخلخل از ترک (d) به ترتیب ۱۴۰ و ۲۰۰ میلی متر در نظر گرفته شده است.

در شکل های ۱۷ تا ۲۰، نتایج تغییر شکل تخلخل بر فاکتور شدت تنش برای هر نمونه آورده شده است. همان طور که دیده می شود، با تغییر شکل تخلخل، نحوه توزیع تنش ها به طور کامل با یکدیگر فرق دارند. شکل ۱۷ نحوه توزیع تنش برای نمونه حاوی تخلخل دایره ای شکل را نشان می دهد (نمونه L1). واضح است که تخلخل به طور قابل توجهی بر تنش نوک ترک تأثیر گذار است و توزیع تنش از رأس ترک را به سمت خود منحرف کرده است. این عامل سبب انحراف مسیر رشد ترک، به سمت حفرات، در محیط های متخلخل است [۲۱، ۲۲]. فاکتور شدت تنش در این حالت برابر ۰/۹۸ است و تنش فون میسر ۳/۸۲۱ مگاپاسکال خواهد بود.

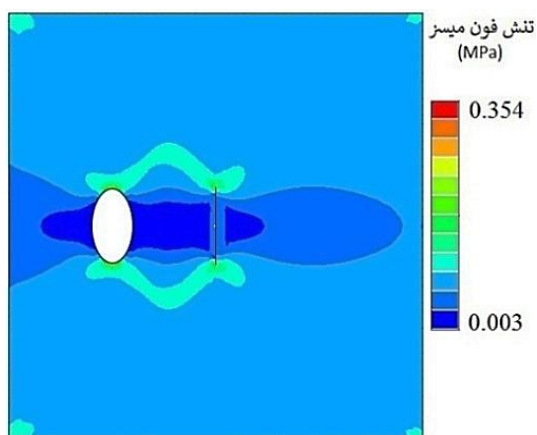
در شکل ۱۸ نمونه L2 نشان داده شده است که در آن تخلخل به شکل بیضی و با زاویه $\alpha = 90^\circ$ است. نحوه توزیع تنش بین نوک ترک و تخلخل قابل توجه است، به طوری که تنش هر دو نوک ترک به طور کامل به سمت تخلخل منحرف شده است. در چنین حالتی فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر به کمترین میزان ممکن خواهند رسید. مطابق این شکل مقدار فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر به ترتیب برابر ۰/۹۴ و ۰/۳۵۴ مگاپاسکال است.

در نمونه L3، $\alpha = 45^\circ$ است (شکل ۱۹). در چنین شرایطی توزیع تنش بین نوک ترک و تخلخل کمتر از حالت بیضی عمودی ($\alpha = 90^\circ$) است، ولی همچنان تنش بین نوک بالایی ترک و تخلخل برقرار است. به همین دلیل در مقایسه با نمونه حاوی تخلخل دایره ای شکل، فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر کمتر شده و مقدار آن ها به ترتیب به ۰/۹۶ و ۰/۳۷۵ مگاپاسکال خواهد رسید.

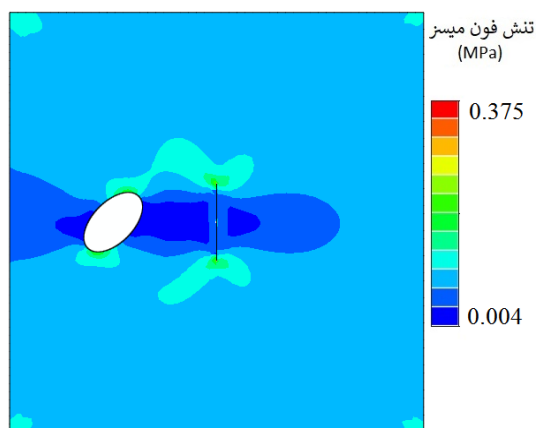
در نمونه L4، $\alpha = 0^\circ$ و تخلخل به شکل بیضی افقی است (شکل ۲۰). در چنین شرایطی، فعل و انفعالات بین ترک و تخلخل به کمترین میزان خود می رسد و توزیع تنش بین ترک و تخلخل نسبت به حالات قبلی کمتر شده و تنش، در نوک ترک متمرکز می شود. این موضوع سبب افزایش فاکتور شدت تنش به ۱/۰۰ شده و تنش فون میسر به ۰/۳۹۹ مگاپاسکال می رسد.



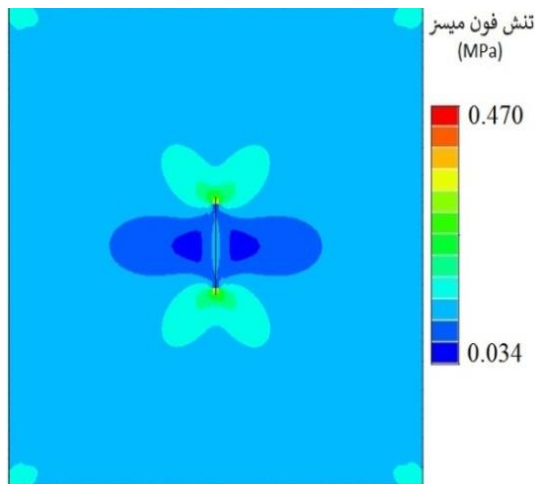
شکل ۱۷- توزیع تنش در نمونه L1 با $K_{max}=0.98$



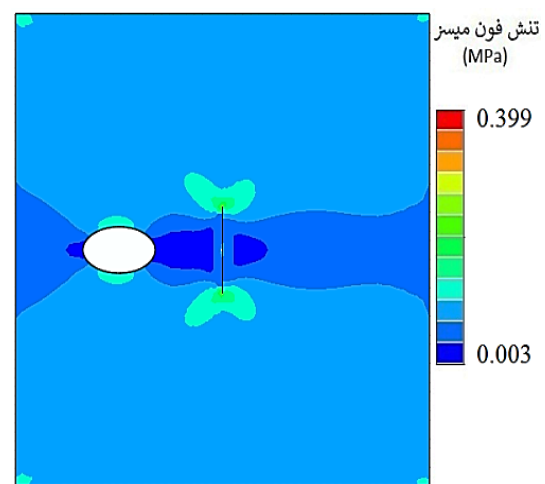
شکل ۱۸- توزیع تنش در نمونه L2 با $K_{max}=0.94$



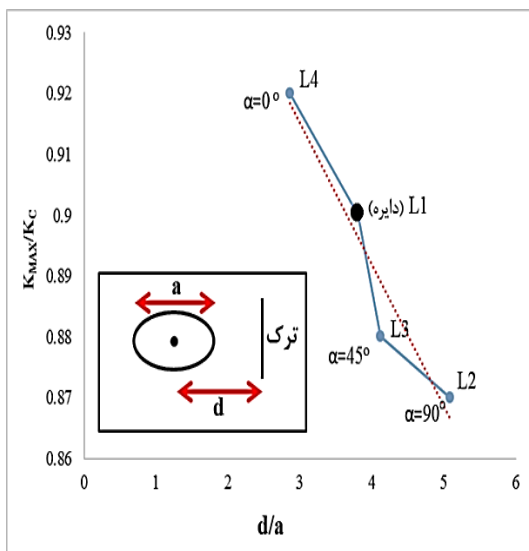
شکل ۱۹- توزیع تنش در نمونه L3 با $K_{max}=0.96$



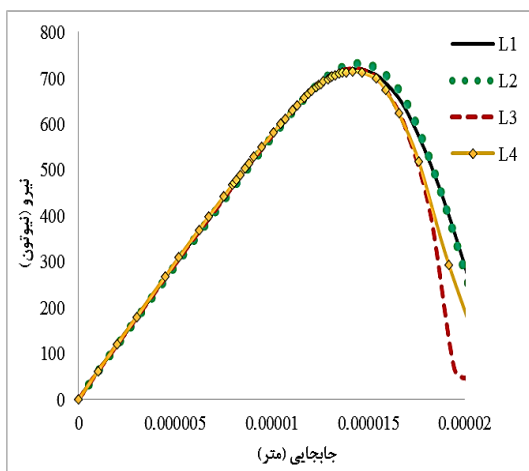
شکل ۲۱- فاکتور شدت تنش بدون حضور تخلخل $K_c=1.08$



شکل ۲۰- توزیع تنش در نمونه L4 با $K_{max}=0.99$



شکل ۲۲- نمودار نسبت ضرایب شدت تنش با تغییر شکل تخلخل. خط مماس نشان‌دهنده روند خطی و خط چین روند لگاریتمی داده‌ها است.



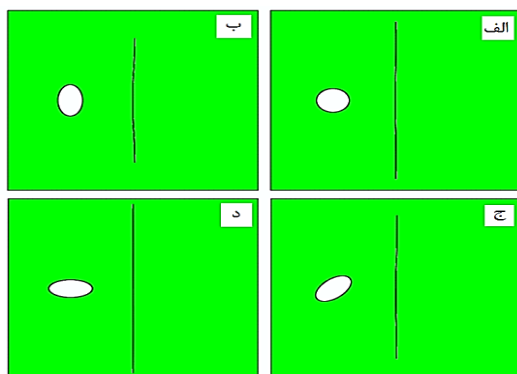
شکل ۲۳- نمودار نیرو - جابجایی مکان قرارگیری اشکال مختلف تخلخل

برای مدل‌های فوق، مطابق شکل ۲۱ فاکتور شدت تنش بدون حضور تخلخل (K_c) برابر ۱/۰۸ و تنش فون میسر ۰/۴۷۰ مگاپاسکال است که این مقدار در مقایسه با زمانی که تخلخل در جوانب ترک قرار دارد، بیشتر است.

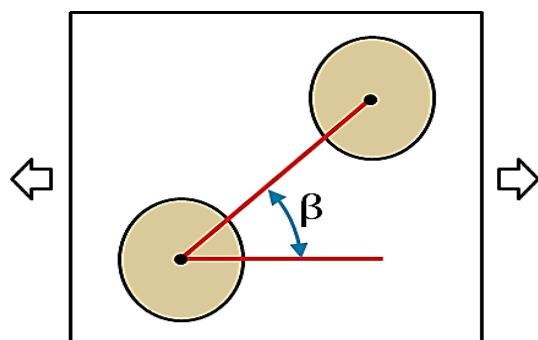
شکل ۲۲ رابطه بین نسبت ضرایب شدت تنش (K_{max}/K_c) و نسبت فاصله به قطر بزرگ بیضی (d/a) را نشان می‌دهد. از آنجاکه $K_c = 1.08$ است، بنابراین نسبت ضرایب شدت تنش برای نمونه L1 با تخلخل دایره‌ای شکل، ۰/۹۰ و برای هر سه مدل حاوی تخلخل به شکل بیضی از نمونه L2 تا L4 به ترتیب برابر ۰/۸۷، ۰/۸۸ و ۰/۹۲ است. چون تمامی این مقادیر کمتر از یک است، از این‌رو این نوع از تخلخل‌ها از نوع تخلخل مقاوم هستند. همان‌طور که از شکل ۲۲ مشخص است، چون نسبت ضرایب شدت تنش در بیضی افقی ($\alpha = 0$) کمترین مقدار است، میزان مقاومت این نوع تخلخل نیز از بقیه مدل‌ها کمتر است.

در شکل ۲۳، نیروی عکس‌العملی در برابر جابجایی برای هر چهار نمونه L1 تا L4 آورده شده است. طبق نمودار تخلخل با شکل بیضی عمودی ($\alpha = 90$)، سبب ایجاد بیشترین مقاومت در نمونه و تخلخل با شکل بیضی افقی ($\alpha = 0$)، سبب ایجاد کمترین مقاومت در نمونه می‌شوند. به‌طوری‌که در نمونه L4، بیشترین نیرویی که مدل می‌تواند تا قبل از گسیختگی تحمل شود ۷۱۴/۵۳ نیوتن است. این عدد، برای نمونه‌های L1، L2 و L3 افزایش یافته و به ترتیب برابر با ۷۱۹/۷۶، ۷۳۱/۶۹ و ۷۲۰/۷۲ نیوتن است.

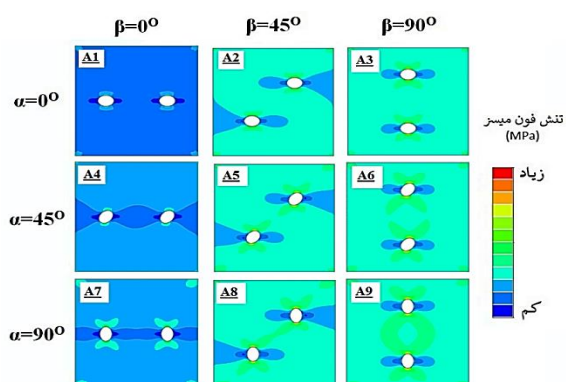
جدول ۴، تغییر پارامترهای ذکر شده بر رشد ترک با در نظر گرفتن مکان قرارگیری اشکال مختلف تخلخل را نشان می‌دهد.



شکل ۲۴- رشد ترک در نمونه‌های (الف) نمونه L1، (ب) نمونه L2 با $\alpha=90^\circ$ ، (ج) نمونه L3 با $\alpha=45^\circ$ و (د) نمونه L4 با $\alpha=0^\circ$



شکل ۲۵- زاویه β در مدل‌های حاوی دو تخلخل بیضی شکل



شکل ۲۶- توزیع تنش در نمونه‌های A1 تا A9 با تغییرات زوایای α و β

جدول ۵ مقادیر تنش فون میسر و مقاومت بیشینه در هر ۹ نمونه‌ی شکل ۲۶ را که با نام‌های A1 تا A9 نام‌گذاری شده‌اند را نشان می‌دهد. با توجه به اطلاعات این جدول، ملاحظه می‌شود که بیشترین افزایش مقدار تنش فون میسر و کاهش مقاومت نمونه، زمانی رخ می‌دهد که زوایای α و β هر دو باهم افزایش پیدا می‌کنند؛ بنابراین، در نمونه A1 که زوایای α و β هر دو صفر هستند، مقاوم‌ترین حالت چیدمان تخلخل‌ها دیده می‌شود. در این حالت، تنش فون میسر 0.154 مگاپاسکال و مقاومت بیشینه 833.6 نیوتن است. از

جدول ۴ مقایسه پارامترهای رشد ترک با در نظر گرفتن مکان قرارگیری اشکال مختلف تخلخل

K_{max} / K_c	نیروی عکس‌العمل (N)	تنش فون میسر (Mpa)	فاکتور شدت تنش $K_{max} (Mpa/\sqrt{m})$	نمونه
۰.۹۰	۷۱۹.۷۶	۰.۳۸۲	۰.۹۸	نمونه L1
۰.۸۷	۷۳۱.۶۹	۰.۳۵۴	۰.۹۴	نمونه L2
۰.۸۸	۷۲۰.۷۲	۰.۳۷۵	۰.۹۶	نمونه L3
۰.۹۲	۷۱۴.۵۳	۰.۳۹۹	۱.۰۰	نمونه L4

در شکل ۲۴ نحوه رشد ترک در نمونه L1 تا L4 آورده شده است. با توجه به این شکل، مشخص می‌شود که هرچه زاویه α کاهش پیدا کند، تخلخل مخرب‌تر بوده و طول ترک ایجادشده در نمونه بیشتر خواهد بود. همچنین تخلخل دایره‌ای شکل بیشتر از بیضی افقی بر ترک تأثیر داشته و نمونه را مقاوم‌تر می‌کند.

تأثیر آرایش قرارگیری تخلخل‌های بیضی شکل بر رشد ترک

در محیط‌های واقعی سنگ، تخلخل‌ها با شکل‌های مختلف و با آرایش‌های متفاوتی نسبت به یکدیگر قرار دارند. بسته به مکان و زاویه قرارگیری اشکال مختلف تخلخل، مقاومت نمونه سنگ دستخوش تغییرات می‌شود. از این رو، شناخت نحوه عملکرد و تأثیرگذاری شکل تخلخل‌ها در نمونه‌های پیچیده، امری ضروری به نظر می‌رسد. بدین منظور برای آنالیز هرچه بهتر چگونگی تأثیرگذاری شکل تخلخل‌ها بر رشد ترک، علاوه بر زاویه α که از قبل معرفی شد، زاویه‌ی جدید β که معرف زاویه بین خط واصل مراکز تخلخل‌ها نسبت به محور افقی است، همانند شکل ۲۵ تعریف می‌گردد.

با تعریف زوایای قرارگیری تخلخل به صورت (α, β) و تغییر این زوایا در ۹ آرایش مختلف (شکل ۲۶)، می‌توان درک بهتری از تأثیر شکل تخلخل و نحوه قرارگیری آن‌ها در نمونه به دست آورد. در این شکل، تخلخل‌ها به به صورت بیضی و با نسبت $b/a=3/4$ بوده و فاصله مراکز تخلخل‌ها از یکدیگر 200 میلی‌متر است. همچنین، مقدار هر دو مقدار α و β در زوایای 0° ، 45° و 90° درجه متغیر است.

- در صورت بزرگ‌تر بودن اندازه تخلخل دایره‌ای، میزان تأثیرگذاری این شکل از تخلخل بر پارامترهای رشد ترک، بیشتر از تخلخل بیضی‌شکل است. ولی در صورت برابری اندازه تخلخل‌ها و در حالتی که تخلخل مقابل ترک قرار داشته باشد، هرچه زاویه α بیشتر شود، فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر بیشتر می‌شود. در این حالت، با افزایش زاویه α ، تخلخل نقش مخرب‌تری دارد و سبب کاهش مقاومت بیشینه و افزایش طول ترک ایجادشده در نمونه می‌شود.
- در حالتی که اندازه تخلخل‌ها باهم برابر باشد و تخلخل در جوانب ترک قرار گیرد، هرچه زاویه α بیشتر شود، فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر کمتر می‌شود. در این حالت، با افزایش زاویه α ، تخلخل نقش مقاوم‌تری داشته و سبب افزایش مقاومت بیشینه و کاهش طول ترک ایجادشده در نمونه می‌شود.
- در نمونه‌های پیچیده (نمونه‌های حاوی دو تخلخل بیضی‌شکل)، با افزایش هر یک از زوایای α و β ، اندرکنش میان تخلخل‌ها بیشتر شده و تنش فون میسر افزایش و مقاومت بیشینه نمونه کاهش می‌یابد. در این نمونه‌ها، تغییرات زاویه β در مقایسه با زاویه α ، تأثیر بیشتری بر پارامترهای رشد ترک در نمونه دارد.

مراجع

- [1] X.P. Zhou, Y. Wang, X. Xu, Numerical simulation of initiation, propagation and coalescence of cracks using the non-ordinary state-based peridynamics, Int. J. Fracture 201 (2) (2016) 213–234.
- [2] S.Y. Wang, S.W. Sloan, D.C. Sheng, S.Q. Yang, C.A. Tang, Numerical study of failure behaviour of pre-cracked rock specimens under conventional triaxial compression, Int. J. Solids Struct. 51 (5) (2014) 1132–1148.
- [3] T. Kato, T. Nishioka, Analysis of micro-macro material properties and mechanical effects of damaged material containing periodically distributed elliptical microcracks, Int. J. Fract. 131, 247–266 (2005).
- [4] J.A. Hudson, E.T. Brown, F. Rummel, Controlled failure of rock discs and rings loaded in diametral compression. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 9, 241–248 (1972)
- [5] J.A. Hudson, Tensile strength and the Ring test. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 6, 91–97 (1969)

طرف دیگر، در نمونه A9 تنش فون میسر 0.922 مگاپاسکال و مقاومت بیشینه 682.5 نیوتن است و تخلخل‌ها در مخرب‌ترین حالت قرار دارند. بنابراین به‌طور کلی می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با ثابت نگه‌داشتن یکی از زوایا و افزایش زاویه دیگر، مقاومت نمونه کاهش و تنش فون میسر افزایش پیدا می‌کند. به‌عنوان مثال، همان‌طور که از جدول ۵ برمی‌آید، با ثابت بودن زاویه α و افزایش زاویه β (نمونه‌های A1، A2 و A3) تنش فون میسر، 23.38 درصد افزایش و مقاومت بیشینه نمونه، 11.83 درصد کاهش داشته است. همچنین، با ثابت بودن زاویه β و افزایش زاویه α (نمونه‌های A1، A4 و A7) تنش فون میسر، 9.1 درصد افزایش و مقاومت بیشینه نمونه، 5.31 درصد کاهش داشته است. با مقایسه‌ی تأثیر این دو زاویه بر پارامترهای رشد ترک، به نظر می‌رسد که افزایش زاویه β ، تأثیر بیشتری نسبت به زاویه α در نحوه چیدمان تخلخل‌ها دارد.

جدول ۵: مقایسه پارامترهای رشد ترک (تنش فون میسر و مقاومت بیشینه) با تغییرات زوایای α و β در نمونه‌های با دو تخلخل

$\beta \backslash \alpha$	0°	45°	90°
0°	$A1$ 0.154 (MPa) 833.6 (N)	$A2$ 0.176 (MPa) 749.1 (N)	$A3$ 0.190 (MPa) 0.735 (N)
45°	$A4$ 0.165 (MPa) 796.8 (N)	$A5$ 0.196 (MPa) 709.8 (N)	$A6$ 0.216 (MPa) 704.8 (N)
90°	$A7$ 0.168 (MPa) 789.4 (N)	$A8$ 0.469 (MPa) 689.4 (N)	$A9$ 0.922 (MPa) 682.5 (N)

نتیجه‌گیری

در این مقاله به مدل‌سازی تأثیر شکل و نحوه چیدمان تخلخل بیضی‌شکل بر رشد ترک در مواد متخلخل پرداخته شد که با استفاده از اطلاعات به‌دست‌آمده، می‌توان به نتایج زیر دست‌یافت:

- در تخلخل‌های بیضی‌شکل، هرچه نسبت b/a بیشتر شود، فاکتور شدت تنش و تنش فون میسر بیشتر می‌شود؛ بنابراین، با افزایش نسبت b/a ، تخلخل نقش مخرب‌تری دارد و سبب کاهش مقاومت بیشینه نمونه می‌شود.

- specimens containing fissure-hole combined flaws under uniaxial compression. *Geosciences Journal*. 2017. <http://dx.doi.org/10.1007/s12303-017-0081-x>
- [18] Y. Huang, S. Yang, P.G. Ranjith, J. Zhao, Strength failure behavior and crack evolution mechanism of granite containing pre-existing non-coplanar holes: Experimental study and particle flow modeling, *Computers and Geotechnics* 88 (2017) 182–198
- [19] Y. Huang, S. Yang, M.R. Hall, W. Tian, P. Yin, Experimental study on uniaxial mechanical properties and crack propagation in sandstone containing a single oval cavity, *archives of civil and mechanical engineering* 18 (2018) 1–15
- [20] Z. Han, D. Li, Q. Zhu, M. Liu, Z. Sun, Dynamic Fracture Evolution and Mechanical Behavior of Sandstone Containing Noncoplanar Elliptical Flaws under Impact Loading, *Advances in Civil Engineering Volume 2018*, Article ID 5649357, 16 pages.
- [21] M. Rezanezhad, S.A. Lajevardi, S. Karimpouli, Effects of pore-crack relative location on crack propagation in porous media using XFEM method, *Theor. Appl. Fract. Mech.* 103 (April) (2019) 102241.
- [22] M. Rezanezhad, S.A. Lajevardi, S. Karimpouli, Effects of pore(s)-crack locations and arrangements on crack growth modeling in porous media, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 107 (2020) 102529.
- [23] H.Li, J.Li, H.Yuan, A review of the extended finite element method on macrocrack and microcrack growth simulations, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* (2018), doi: <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2018.08.008>
- [24] N. Moes, J. Dolbow, T.vBelytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, *J. Numer. Meth. Eng.*, (1999), 46(1), 132-150.
- [25] Z.D. Qian, H. Jing, Fracture properties of epoxy asphalt mixture based on extended finite element method, *J. Centr. South Univ.*, (2012), 19(11), 3335.
- [26] A. Benzaama, M. Mokhtari, H. Benzaama, S. Gouasmi, T. Tamine, Using XFEM technique to predict the damage of unidirectional CFRP composite notched under tensile load, *Advances in Aircraft and Spacecraft Science*, Vol. 5, No. 1 (2018) 129-139 DOI: <https://doi.org/10.12989/aas.2018.5.1.129>.
- [27] Sih, G.C. Methods of analysis and solutions of crack problems, Director of the Institute of Fracture and Solid Mechanics, Lehigh University, 124-125.
- [28] Chen, M., Wang, H. "Effect of pores on crack propagation behavior for porous Si₃N₄ ceramics", *Ceramics International*, 20 November 2015.
- [6] Y.P. Li, L.Z. Chen, Y.H. Wang, Experimental research on pre-cracked marble under compression, *Int. J. Solids Struct.* 42 (9–10) (2005) 2505–2516.
- [7] S. Yang, Y. Huang, W. Tian, J. Zhu. An experimental investigation on strength, deformation and crack evolution behavior of sandstone containing two oval flaws under uniaxial compression. *Engineering Geology* (2016), doi:10.1016/j.enggeo.2016.12.004
- [8] H. Haeri, A. Khaloo, M. Marji, Fracture analyses of different pre-holed concrete specimens under Compression. The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics; Institute of Mechanics, 2015.
- [9] Hoek E, Martin CD. Fracture initiation and propagation in intact rock – A review. *J Rock Mech Geotech Eng* 2014;6:287–300. doi:10.1016/J.JRMGE.2014.06.001.
- [10] S. Jiang, C. Du, C. Gu, An investigation into the effects of voids, inclusions and minor cracks on major crack propagation by using XFEM. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 49, No. 5 (2014) 597-618.
- [11] M. Rezanezhad, S.A. Lajevardi, S. Karimpouli, Crack growth in porous media using XFEM :Comparison of modeling strategies in the Abaqus, J. Aaly. and Num.Meth. in Min. Eng. Vol. 24 (October) (2020) 27-40 (in Persian).
- [12] S. Mohammadi, Extended Finite Element Method: For Fracture Analysis of Structures, John Wiley & Sons, 2008.
- [13] F. Feng, S. Chen, D. Li, S. Hu, W. Huang, B. Li, Analysis of fractures of a hard rock specimen via unloading of central hole with different sectional shapes, *Energy Science & Engineering*, 2019. DOI: 10.1002/ese3.432
- [14] Z. Zhou, L. Tan, W. Cao, Fracture evolution and failure behaviour of marble specimens containing rectangular cavities under uniaxial loading, *Engineering Fracture Mechanics* (2017), doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.08.029>.
- [15] S. Yang, W. Tian, Y. Huang, Z. Ma, L. Fan, Z. Wu, Experimental and discrete element modeling on cracking behavior of sandstone containing a single oval flaw under uniaxial compression. *Engineering Fracture Mechanics*. 2018.
- [16] Q. Zhu, D. Li, Z. Han, X. Li, Z. Zhou, Mechanical properties and fracture evolution of sandstone specimens containing different inclusions under uniaxial compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 115 (2019) 33–47
- [17] Q. Yin, H. Jing, H. Su, Investigation on mechanical behavior and crack coalescence of sandstone

⁵ Particle Flow Code⁶ Heaviside Function⁷ Abaqus¹ eXtended Finite Element Method (XFEM)² Singular elements³ Enrichment functions⁴ Rock Failure Process Analysis in two dimensions