

بررسی تاثیر زمان در همگرایی تونل‌های دایروی

هادی رضایی^۱، علی‌رضا کارگر^{۲*}، مهدی موسوی^۳

۱- کارشناسی ارشد مهندسی معدن- مکانیک سنگ

۲- استادیار دانشکده مهندسی معدن دانشگاه تهران

۳- استاد دانشکده مهندسی معدن دانشگاه تهران

*عهده‌دار مکاتبات: ar.kargar@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۹/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۹

DOI: [10.22034/ANM.2023.19371.1584](https://doi.org/10.22034/ANM.2023.19371.1584)

این نسخه "پذیرفته شده پیش از انتشار" مقاله است که در نشریه روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، پس از طی فرایند داوری، برای چاپ، قابل پذیرش تشخیص داده شده است. این نسخه پس از اعلام پذیرش و قبل از فرایند ویراستاری به صورت آنلاین منتشر می‌شود. مقاله پس از طی فرایند آماده‌سازی و انتشار نهایی، از نسخه پذیرفته شده پیش از انتشار خارج و در شماره‌ای مشخص در وب سایت نشریه منتشر می‌شود. صفحه آرایی و ویراستاری فنی باعث ایجاد تغییرات صوری در مقاله خواهد شد.

چکیده

یکی از مهم‌ترین مسائل در طراحی فضاهای زیرزمینی، ارزیابی پایداری حفره با گذشت زمان است. از این رو ارائه مدلی که از طریق آن بتوان میدان تنش و تغییر شکل ایجاد شده ناشی از حفاری را بخوبی پیش بینی کرد حائز اهمیت است. در این مقاله به ارائه یک راه حل عددی برای تعیین میدان تنش و جابجایی اطراف تونل‌های دایروی شکل با گذشت زمان، با فرض رفتار ویسکو-الاستو-پلاستیک نرم شونده برای توده‌سنگ اطراف تونل، پرداخته می‌شود. با استفاده از راه حل عددی ارائه شده، که بر اساس روش تفاضل محدود همراه با المان بندی توده سنگ اطراف می‌باشد، می‌توان مدل‌های رفتاری مختلف توده‌سنگ شامل پلاستیک کامل، نرم شونده و شکننده را همراه با تغییر شکل ویسکوز شبیه سازی کرد. با بکارگیری روش عددی پیشنهادی و با فرض همگن و همسانگرد بودن توده سنگ اطراف حفره، تحت تنش هیدروستاتیک معین، مقادیر تنش و جابجایی وابسته به زمان، و منحنی عکس‌العمل زمین در بازه‌های زمانی مختلف پس از حفر بدست می‌آید. در ابتدا راه‌حل با استفاده از مدل‌سازی در نرم افزار فلک و همچنین راه‌حل کارگر اعتبارسنجی گردید، سپس از یک نوع توده سنگ، به عنوان مثال، برای رسم منحنی عکس‌العمل زمین در بازه‌های زمانی مختلف استفاده شده و مقادیر جابجایی دیواره در حالت‌های پلاستیک-کامل، شکننده و نرم شونده با هم مقایسه می‌شوند. مشخص می‌شود که بعلاوه تاثیر متفاوت گسترش زون پلاستیک و اندازه مولفه انحرافی تانسور تنش، میدان جابجایی و نمودار منحنی عکس‌العمل زمین برای هر مدل رفتاری توده‌سنگ رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. در نهایت با بررسی اندرکنش میان نگهداری و توده سنگ مشخص می‌شود که با گذشت زمان‌های طولانی از نصب نگهداری، حالت پلاستیک نرم شونده باعث ایجاد بیشترین فشار وارد بر نگهداری می‌شود. معیار شکست استفاده شده در راه‌حل پیشنهادی معیار موهر-کلمب است.

کلمات کلیدی

تونل‌های دایروی، مدل ویسکو-الاستو-پلاستیک، منحنی عکس‌العمل زمین، رفتار وابسته به زمان

کارنزا تورس و فیرهرست^{۱۰} (۱۹۹۹) روشی برای تعیین میدان تنش، تغییرشکل و رسم GRC با حالت رفتاری الاستوپلاستیک کامل توسط بی‌بعد کردن متغیرها و فرض معیار شکست هوک و براون برای تونل‌های دایروی با فرض تنش‌های برجای هیدرواستاتیک و تقارن محوری، برای مساله ارائه کردند [۵].

آلونسو و همکاران^{۱۱} (۲۰۰۳) با تعریف پارامتر نرم‌شوندگی روشی برای رسم منحنی GRC با رفتار الاستوپلاستیک نرم‌شونده در حفريات دایروی پیشنهاد کردند [۶]. علاوه بر تحقیقات انجام گرفته با فرض رفتار الاستوپلاستیک، محققین معدودی نیز اثر زمان را در رفتار توده سنگ در نظر گرفته اند.

سالوم و همکاران^{۱۲} (۱۹۸۷) یک راه حل تحلیلی برای تغییر شکل ویسکوالاستوپلاستیک در اطراف یک تونل دایره ای شکل ارائه دادند. ایشان اثر پیشروی جبهه کار را در راه حل خود در نظر گرفتند [۷]. کریستسکو^{۱۳} (۱۹۸۵، ۱۹۸۸) نیز یک راه حل تحلیلی و عددی برای میدان تنش و تغییرشکل اطراف یک تونل دایره ای شکل با فرض رفتار ویسکوالاستوپلاستیک ارائه داد [۸ و ۹].

کارگر (۲۰۱۹) یک روش تحلیلی با در نظر گرفتن اثر زمان بر روابط حاکم، برای رسم منحنی GRC در توده‌سنگ‌های ویسکوالاستوپلاستیک با رفتار پلاستیک کامل ارائه کرده است. جابجایی در روش ایشان تابعی از زمان، فاصله از مرکز تونل و فشار داخلی است [۱۰]. با وجود تحقیقات صورت گرفته، هنوز راه حلی برای رفتار ویسکوالاستوپلاستیک سنگ با رفتار نرم شونده ارائه نشده است.

در این مقاله سعی شده است یک راه حل عددی با استفاده از روش تفاضل محدود برای تعیین میدان تنش و تغییرشکل در اطراف یک حفره دایره‌ای شکل در توده سنگ با رفتار ویسکوالاستوپلاستیک که از رفتار نرم شونده تبعیت می‌کند ارائه شود. در ابتدا مدل ویسکوالاستوپلاستیک بصورت مختصر معرفی شده، سپس راه‌حل مربوطه ارائه می‌شود. در نهایت راه حل مربوطه اعتبارسنجی شده و با استفاده از آن اثر مدل‌های رفتاری مختلف توده سنگ در جابجایی دیواره تونل و نصب نگهداری بررسی می‌شود.

امروزه با گسترش شهرها هزینه‌های هنگفتی به ایجاد و توسعه فضاهای شهری اختصاص می‌یابد. به همین منظور تقاضا برای احداث سازه‌های زیرزمینی از جمله تونل‌ها افزایش چشمگیری یافته است. از جمله مسائل مهم در سازه‌های زیرزمینی که باید به آن توجه ویژه‌ای شود تحلیل پایداری فضاهای زیرزمینی است که شامل تحلیل تنش‌ها و جابجایی‌های اطراف یک فضای حفر شده است. حفاری در زیرزمین باعث تغییر در میدان تنش شده که بنوبه خود باعث تغییرشکل در سقف و دیواره‌ی سازه زیرزمینی می‌شود. منحنی عکس‌العمل زمین^۱ (GRC) روشی است برای توصیف این جابجایی‌ها که بر پایه روش همگرایی-همجواری^۲ (CCM) به طور گسترده‌ای در تونل‌سازی جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش برای ساده شدن مساله فرض می‌شود که توده‌سنگ ایزوتروپ^۳ است و حفره در جهات مختلف تحت تاثیر تنش اولیه ثابتی قرار دارد که موجب متقارن شدن مساله می‌شود.

در اغلب روش‌های تحلیلی برای بدست آوردن میدان تنش و تغییر شکل اطراف تونل، مدل‌های رفتاری توده سنگ الاستوپلاستیک کامل^۴ و الاستوپلاستیک شکننده^۵ در نظر گرفته شده که باعث ساده‌تر شدن مساله می‌شود. در بعضی تحلیلی‌های دیگر نیز رفتار سنگ‌ها بصورت الاستوپلاستیک نرم‌شونده در نظر گرفته شده است که رفتار واقعی سنگ که متأثر از زمان است را نشان نمی‌دهد.

براون و هوک^۶ (۱۹۸۰) روشی تحلیلی برای پیدا کردن میدان تنش، تغییر شکل و منحنی GRC در توده‌سنگ‌های با رفتار الاستوپلاستیک شکننده با در نظر گرفتن معیار غیرخطی هوک و براون را ارائه کردند. پس از ایشان رید^۷ (۱۹۸۶)، یو^۸ (۲۰۰۰) و شاران^۹ (۲۰۰۳) نیز روش‌های تحلیلی برای این حالت رفتاری توده‌سنگ با فرض تنش‌های برجای هیدرواستاتیک و تقارن محوری (هموزن و ایزوتروپ) برای حفره‌های دایروی را ارائه کردند [۴-۱].

⁸ Yo

⁹ Sharan

¹⁰ Carranaza Torres & Fairhurst

¹¹ Alonso et al.

¹² Sulem et al.

¹³ Cristescu

¹ Ground Reaction Curve

² Convergence-Confinement method

³ Isotropic

⁴ Elastic-Perfectly Plastic

⁵ Elastic-Brittle plastic

⁶ Brown & Hoek

⁷ Reed

۲- مدل ویسکوالاستو پلاستیک^۱

مدول برشی برگر (G) در حالت خزش بصورت زیر از رابطه بالا بدست می آید.

$$G(t) = \left\{ \left(\frac{1}{G_k} \right) \left(1 - e^{-t/\eta_k} \right) + \left(\frac{1}{G_m} \right) + \left(\frac{t}{\eta_m} \right) \right\}^{-1} \quad (4)$$

در نهایت با فرض عدم وجود رفتار ویسکوز در تغییر شکل حجمی توده سنگ، نسبت پواسون (ν) و مدول یانگ (E) در مدل برگر نیز به صورت رابطه‌های زیر بر حسب مدول برشی برگر (G) و مدول بالک (K) محاسبه می شوند [10]:

$$\nu(t) = \frac{(3K - 2G(t))}{(6K + 2G(t))} \quad (5)$$

$$E(t) = 2G(t)(1 + \nu(t)) \quad (6)$$

۲-۲- رفتار پلاستیک

اگر مقدار مولفه های تانسور تنش از حد مجاز بیشتر شوند جابجایی پلاستیک دائمی رخ می دهد. در این حالت تابع تسلیم از مقدار تنش (σ)، کرنش پلاستیک (ε^p) و تانسور سخت شونده گی تبعیت می کند که به صورت بیان می شود [۱۱]:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon^p, k_{ij}) = 0 \quad (7)$$

که در آن k_{ij} تانسور سخت شونده گی است و سطح تابع تسلیم در هنگام جریان پلاستیک را کنترل می کند. کرنش های

برای شناخت بهتر رفتار توده سنگ، بخصوص رفتار وابسته به زمان^۲، لازم است که مدل های رفتاری سنگ درک شوند. سه المان اصلی بکار رفته در مدل های ویسکوالاستوپلاستیک عبارتند از: فنر^۳، کمک فنر^۴ و لغزنده^۵ که به ترتیب رفتارهای الاستیک خطی، ویسکوز و پلاستیک را نشان می دهند. در ادامه مدل های وابسته به زمان با جزئیات بیشتری بررسی می شود.

۲-۱- رفتار ویسکوالاستیک^۱

مدل های ماکسول^۶ و کلوین^۸ مدل های اولیه ای هستند که برای نشان دادن رفتار ویسکوالاستیک استفاده می شوند. مدل ماکسول از ترکیب فنر و کمک فنر به صورت سری و مدل کلوین از ترکیب این دو المان به صورت موازی ساخته می شود.

رابطه تنش-کرنش مدل ماکسول طبق رابطه ی زیر تعریف می شود:

$$\frac{\dot{\sigma}}{G_M} + \frac{\sigma}{\eta_M} = \dot{\varepsilon} \quad (1)$$

و برای مدل کلوین به صورت زیر است:

$$\sigma = G_K \varepsilon + \eta_K \dot{\varepsilon} \quad (2)$$

که در روابط بالا، اندیس M و K به ترتیب مربوطه به مدل های ماکسول و کلوین است و $\sigma, \varepsilon, G, \eta$ بترتیب تنش، کرنش، مدول برشی و ثابت ویسکوزیته است. همچنین $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$ و $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$ است [۱۱].

مدل برگر^۹ از ترکیب مدل ماکسول و کلوین به صورت سری حاصل می شود. رابطه تنش-کرنش در این مدل به صورت زیر است [۱۲]:

$$\eta_k \dot{\varepsilon} + G_k \varepsilon = \frac{\eta_k}{G_m} \ddot{\sigma} + \left(1 + \frac{G_k}{G_m} + \frac{\eta_k}{\eta_m} \right) \dot{\sigma} + \frac{G_k}{\eta_m} \sigma \quad (3)$$

⁶ Viscoelastic behavior

⁷ Maxwell

⁸ Kelvin

⁹ Burger model

¹ Visco-Elasto-Plastic

² Time dependent behavior

³ Spring element

⁴ Dashpot element

⁵ Slider element

که مقادیر N_p و Y_p با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$Y_p = \frac{2c_p \cos \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p}, \quad N_p = \frac{1 + \sin \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p} \quad (10)$$

c_p و φ_p در رابطه بالا همان مقادیر اوج چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی هستند. همچنین اگر $(P_i \geq P_i^{cr})$ باشد جابجایی‌های شعاعی الاستیک دیواره تونل از رابطه زیر بدست می‌آید [۱۴]:

$$u_e = R \left(\frac{1}{2G} \right) (P_0 - P_i) \quad (11)$$

مقدار تنش شعاعی در مرز الاستوپلاستیک برابر با فشار نگهداری بحرانی است، به عبارتی در R_p :
 $\sigma_r = \sigma_{R_p} = P_i^{cr}$ است.

۴- راه حل و اعتبارسنجی

در این بخش یک راه حل عددی برای دستیابی به تنش‌ها و کرنش‌ها در توده سنگ‌هایی با رفتار ویسکوالاستوپلاستیک نرم‌شونده ارائه می‌شود. سپس راه حل ارائه شده با راه حل کارگر و مدلسازی عددی با نرم افزار فلک دوبعدی^۲ مقایسه می‌شود [۱۰ و ۱۵].

۱-۴- راه حل

مدل رفتاری توده سنگ در راه حل ارائه شده از ترکیب یک اسلایدر با معیار مقاومتی موهر-کلمب با یک المان برگر، بصورت سری تشکیل می‌شود. این مدل که به مدل CVISC معروف است و اولین بار توسط شرکت آیتسکا^۳ توسعه داده شده قادر به در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک همراه با رفتار پلاستیک کامل می‌باشد. تنها تفاوت مدل رفتاری بکار رفته در این راه حل با مدل CVISC در رفتار المان لغزنده

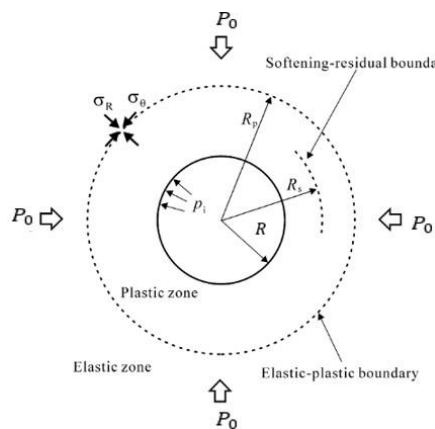
پلاستیک را نیز می‌توان مطابق با قانون جریان بر حسب تابع پتانسیل پلاستیک $g(\sigma_{ij})$ به شکل زیر تعریف کرد [۱۰]:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

که در آن $d\lambda$ ثابت تناسب است.

۳- تعریف مساله

همانگونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود یک تونل دایروی با شعاع R تحت تنش برجای P_0 حفر شده است. سیستم نگهداری، فشار داخلی P_i در دیواره تونل به صورت یکنواخت فراهم می‌کند و زمانی که فشار داخلی کمتر از فشار نگهداری بحرانی^۱ شود یک ناحیه پلاستیک اطراف تونل با شعاع R_p تشکیل می‌شود که این شعاع مرز ناحیه الاستوپلاستیک را نیز مشخص می‌کند.



شکل ۱- ناحیه پلاستیک و نرم‌شونده تشکیل شده اطراف تونل [۱۳]

زمانی که فشار داخلی نگهداری کمتر از فشار نگهداری بحرانی $(P_i < P_i^{cr})$ شود، یک ناحیه پلاستیک اطراف تونل ایجاد می‌شود. این فشار نگهداری بحرانی توسط رابطه زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

$$P_i^{cr} = \frac{2P_0 - Y_p}{N_p + 1} \quad (9)$$

³ ITASCA

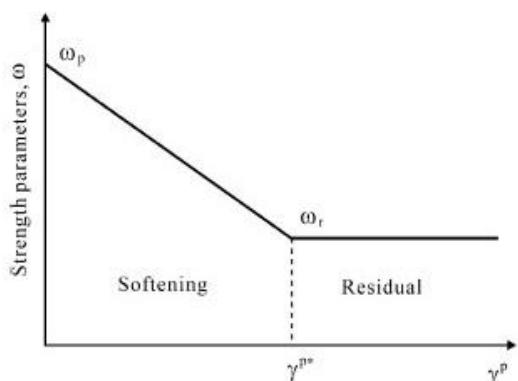
¹ Critical support pressure

² FLAC

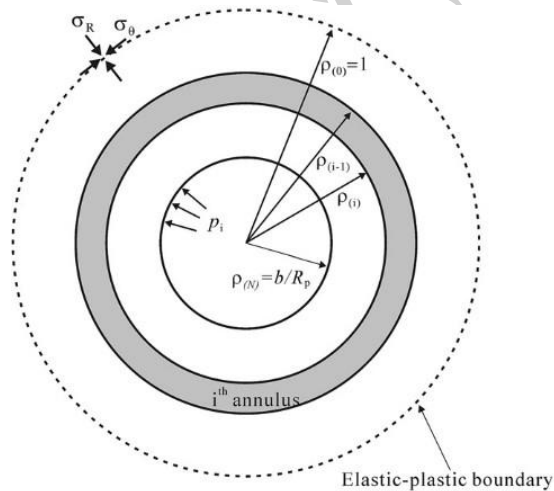
کرنش و شعاع زون پلاستیک تغییر می کند، رابطه فوق با در نظر گرفتن زمان بصورت زیر نوشته می شود.

$$\rho(i, j) = \frac{r(i)}{R_p(j)} \quad (15)$$

اندیس j در رابطه بالا نشان دهنده گام زمانی می باشد. با در نظر گرفتن این موضوع و معادله سازگاری¹ در حالت تقارن محوری که به صورت زیر است:



شکل ۲- تخمین پارامترهای مقاومتی در زون پلاستیک [۱۳]



شکل ۳- زون بندی ناحیه پلاستیک توسط n حلقه با شعاع نرمال شده [۱۳]

است. در اینجا رفتار لغزنده بجای پلاستیک کامل، پلاستیک نرم شونده است.

همانطور که در شکل (۲) مشاهده می شود پارامترهای مقاومتی توده سنگ، که با ω نمایش داده می شود، که این ω می تواند چسبندگی (c)، زاویه اصطکاک داخلی (ϕ) و یا زاویه اتساع (ψ) باشد، در مدل کرنش نرم شونده تابعی از γ^p است. کرنش پلاستیک انحرافی است که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\gamma^p = \varepsilon_0^p - \varepsilon_r^p \quad (12)$$

که ε_0^p و ε_r^p مولفه پلاستیک کرنش شعاعی و مماسی می باشد. در مرحله نرم شونده با افزایش γ^p مقدار پارامتر مقاومتی ω بصورت زیر کاهش می یابد.

$$\omega(\gamma^p) = \begin{cases} \omega_p - (\omega_p - \omega_r) \frac{\gamma^p}{\gamma^{p*}}, & 0 < \gamma^p < \gamma^{p*} \\ \omega_r, & \gamma^p \geq \gamma^{p*} \end{cases} \quad (13)$$

در رابطه بالا، ω_p ، ω_r مقدار اوج و باقی مانده پارامترهای مقاومتی و γ^{p*} کرنش پلاستیک انحرافی بحرانی است.

بمنظور حل مسئله، همانطور که در شکل (۳) مشاهده می شود، ناحیه پلاستیک ایجاد شده در اطراف تونل به n حلقه متحدالمرکز تقسیم می شود. شعاع این حلقه ها از مرکز الاستوپلاستیک تا دیواره تونل به ترتیب برابر با $r(n), \dots, r(i), \dots, r(1), r(0)$ است. شعاع نرمال شده این حلقه ها نیز با تقسیم آن ها بر بزرگترین شعاع (شعاع ناحیه پلاستیک) بدست می آید:

$$\rho(i) = \frac{r(i)}{R_p} \quad (14)$$

که اندیس i بیانگر شماره حلقه است. از آنجاکه با افزایش زمان کرنش پلاستیک افزایش یافته، و در نتیجه میدان تنش،

¹ Compatibility equation

$$\frac{d\varepsilon_{\theta}^e}{d\rho} + \frac{d\varepsilon_{\theta}^v}{d\rho} + \frac{d\varepsilon_{\theta}^p}{d\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta}^e - \varepsilon_r^e}{\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta}^v - \varepsilon_r^v}{\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta}^p - \varepsilon_r^p}{\rho} = 0 \quad (17)$$

سپس می توان معادله (۲۱) را با توجه به اجزاء کرنش در حلقه و گام زمانی قبل به صورت تفاضل محدود بازنویسی کرد، توجه شود اندیس i بیان کننده شماره حلقه و j بیانگر گام زمانی است:

$$\frac{\Delta\varepsilon_{\theta}^{e(i)}(j)}{\Delta\rho} + \frac{\Delta\varepsilon_{\theta}^{v(i)}(j)}{\Delta\rho} + \frac{\Delta\varepsilon_{\theta}^{p(i)}(j)}{\Delta\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta}^e(i-1, j) - \varepsilon_r^e(i-1, j)}{\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta}^v(i-1, j) - \varepsilon_r^v(i-1, j)}{\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta}^p(i-1, j) - \varepsilon_r^p(i-1, j)}{\rho} = 0 \quad (18)$$

همچنین، نمو تنش شعاعی در بین دو حلقه متوالی در یک زمان مشخص به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Delta\sigma_r^{(i)}(j) = \frac{P_i - \sigma_{Rp}(j)}{n} \quad (22)$$

بنابراین مولفه های تنش در حلقه جدید از رابطه زیر بدست می آیند.

$$\sigma_{r,\theta}(i, j) = \sigma_{r,\theta}(i-1, j) + \Delta\sigma_{r,\theta}^{(i)}(j) \quad (23)$$

تغییرات تنش مماسی در یک زمان مشخص نیز طبق رابطه (۹) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Delta\sigma_{\theta}^{(i)}(j) = \Delta H(\sigma_r(i, j), \gamma^p(i-1, j-1)) + \Delta\sigma_r^{(i)}(j) \quad (24)$$

بطوریکه

$$H(\sigma_r, \gamma^p) = (N(\gamma^p) - 1)\sigma_r + Y(\gamma^p) \quad (25)$$

بنابراین، نمو مولفه های کرنش، قسمت ویسکوز و الاستیک، برای هر حلقه در یک گام زمانی به شکل زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\partial\varepsilon_{\theta}}{\partial\rho} + \frac{\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_r}{\rho} = 0 \quad (16)$$

معادله (۲۰) را می توان بر حسب مولفه های تغییرشکل الاستیک اولیه، ویسکوز، و پلاستیک به صورت معادله (۲۱) بازنویسی کرد

تغییرات شعاع نرمال شده به کار رفته در معادله (۲۲) به صورت رابطه زیر تعریف می شود:

$$\Delta\rho(i, j) = \rho(i, j) - \rho(i-1, j) \quad (19)$$

همچنین، تغییرات کرنش های الاستیک، ویسکوز و پلاستیک بین دو حلقه مجاور در یک زمان مشخص نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\Delta\varepsilon_{r,\theta}^{e,v,p(i)}(j) = \varepsilon_{r,\theta}^{e,v,p}(i, j) - \varepsilon_{r,\theta}^{e,v,p}(i-1, j) \quad (20)$$

در طول نمو زمان Δt ، میدان تغییرشکل الاستیک و غیرالاستیک اطراف تونل افزایش می یابد. در نتیجه، میدان تغییرشکل های دائمی در تغییرات پارامترهای مقاومتی طبق رابطه (۱۷) مشارکت می کنند، و این پدیده موجب تغییر در تنش شعاعی در مرز الاستوپلاستیک توده سنگ مطابق رابطه زیر می شود:

$$\sigma_{Rp}(j) = \frac{2P_0 - Y(\gamma^p)}{N(\gamma^p) + 1} \quad (21)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_r^e(i, j) \\ \Delta \varepsilon_\theta^e(i, j) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2G(0)} \begin{bmatrix} 1-\nu(0) & -\nu(0) \\ -\nu(0) & 1-\nu(0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_r(i, j) \\ \Delta \sigma_\theta(i, j) \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_r^v(i, j) \\ \Delta \varepsilon_\theta^v(i, j) \end{Bmatrix} = \left(-\frac{G'(t)\Delta t}{2[G(t)]^2} \begin{bmatrix} 1-\nu(t) & -\nu(t) \\ -\nu(t) & 1-\nu(t) \end{bmatrix} - \frac{\nu'(t)\Delta t}{2G(t)} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \left(\sum_{k=1}^j \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_r(i, k) \\ \Delta \sigma_\theta(i, k) \end{Bmatrix} \right) + \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_r^{(i)}(0) \\ \Delta \sigma_\theta^{(i)}(0) \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad (29)$$

و سپس با نوشتن معادله بر اساس روش تفاضل محدود و استفاده از معیار تسلیم، مقدار شعاع نرمال طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

که در آن $t = j \Delta t$ ، و نمو تنش شعاعی و مماسی نسبت به زمان و فاصله از مرکز تونل مطابق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Delta \sigma_{r,\theta}(i, j) = \Delta \sigma_{r,\theta}^{(i)}(j) - \Delta \sigma_{r,\theta}^{(i)}(j-1) \quad (28)$$

برای یافتن شعاع نرمال شده جدید وابسته به گام زمانی، ابتدا با در نظر گرفتن معادله تعادل برای مساله متقارن محوری در سیستم مختصات قطبی، که به صورت زیر است:

$$\rho(i, j) = \rho(i-1, j) \left\{ \frac{2H \left(\frac{\sigma_r(i, j) + \sigma_r(i-1, j)}{2}, \gamma^p(i-1, j) \right) + \Delta \sigma_r^{(i)}(j)}{2H \left(\frac{\sigma_r(i, j) + \sigma_r(i-1, j)}{2}, \gamma^p(i-1, j) \right) - \Delta \sigma_r^{(i)}(j)} \right\} \quad (30)$$

$$\varepsilon_{r,\theta}(i, j) = \varepsilon_{r,\theta}(i-1, j) + \Delta \varepsilon_{r,\theta}^{(i)}(j) \quad (33)$$

$$\gamma^p(i, j) = \gamma^p(i-1, j) + \Delta \gamma^{p(i)}(j) \quad (34)$$

$$R_p(j) = \frac{b}{\rho(n+1, j)} \quad (35)$$

۲-۴- اعتبارسنجی راه حل ارائه شده با مدل سازی فلک

و راه حل کارگر

در این بخش راه حل ارائه شده با استفاده از مدل سازی عددی، و راه حل ارائه شده توسط کارگر ۲۰۱۹ اعتبار سنجی می‌شود.

برای این مقایسه یک نمونه توده سنگ با خواصی که در جدول (۱) آورده شده است، استفاده شده، شعاع تونل ۳ متر و تنش برجا ۷ مگاپاسکال در نظر گرفته می‌شود. برای مدل سازی عددی

همچنین نمو مولفه کرنش پلاستیک مماسی برای حلقه نام در طول هر گام زمانی، می‌تواند از رابطه (۲۲) بدست آید:

در نهایت مولفه کرنش پلاستیک شعاعی بوسیله ضریب اتساع بصورت زیر بدست می‌آید:

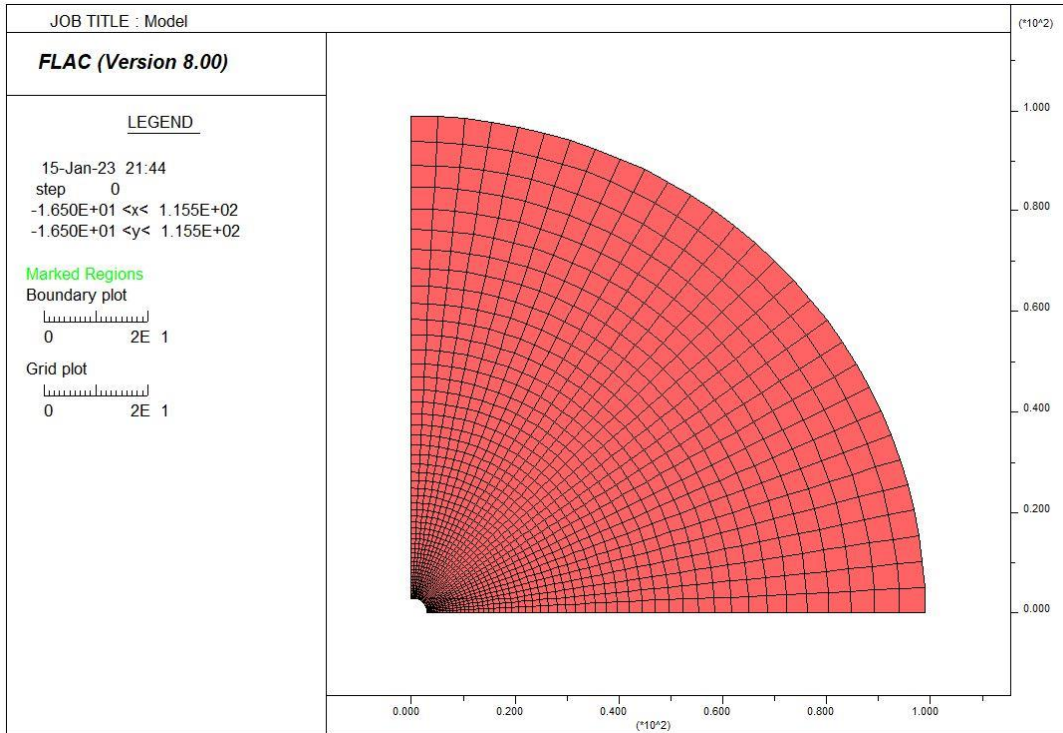
$$\Delta \varepsilon_r^p(i, j) = -k(i-1, j) \Delta \varepsilon_\theta^p(i, j) \quad (31)$$

در نهایت، مولفه های تنش و جابجایی کل، شعاع نرمال شده در حلقه نام در گام زمانی نام، و شعاع ناحیه پلاستیک توسط روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\sigma_\theta(i, j) = \sigma_\theta(i-1, j) + \Delta \sigma_\theta^{(i)}(j) \quad (32)$$

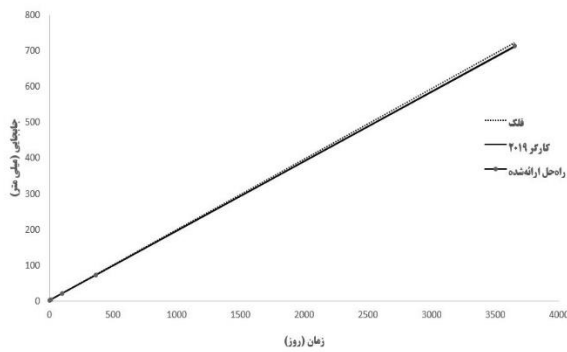
از نرم افزار فلک دو بعدی استفاده گردید. نمای مش بندی مدل

در نرم افزار فلک در شکل ۴ مشاهده می شود.



شکل ۴- نمای مش بندی مدل در نرم افزار فلک دو بعدی

همانطور که در شکل های (۵) تا (۷) مشاهده می شود نتایج این سه راه حل در زمان های مختلف برهم منطبق می باشد.



شکل ۵- مقایسه مقدار جابجایی دیواره تونل نسبت به زمان با فرض فشار داخلی صفر

همانگونه که دیده می شود شعاع تونل ۳ متر، شعاع مدل ۳۳ متر، و بعلاقی تقارن تنها یک چهارم مدل در نظر گرفته شد. دیواره های افقی و قائم در مرز مدل نیز بوسیله غلطک بی حرکت شدند. مدل رفتاری در مدلسازی عددی نیز ویسکوالاستوپلاستیک کامل در نظر گرفته شد.

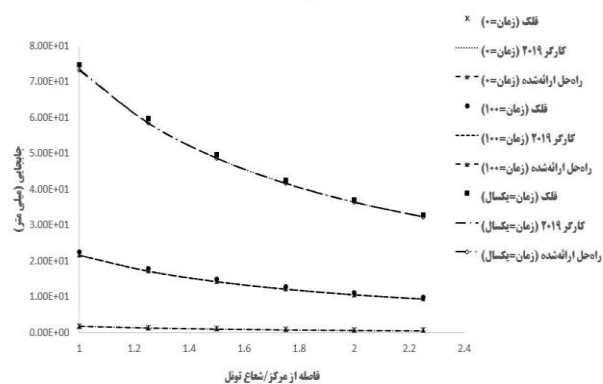
از طرفی دیگر راه حل تحلیلی کارگر که بر پایه مدل رفتاری ویسکوالاستوپلاستیک کامل می باشد نیز مورد استفاده قرار گرفت. این راه حل عکس العمل نگهداری را بصورت نمو تنش در توده سنگ مدل می کند.

ابتدا در شکل (۵) مقدار جابجایی های شعاعی نسبت به فاصله از دیواره تونل در فشار داخلی صفر، سپس در شکل (۶) مقدار جابجایی های شعاعی دیواره تونل نسبت به زمان با فرض فشار داخلی صفر و در نهایت در شکل (۷) منحنی GRC در زمان های مختلف توسط راه حل ارائه شده بدست آمده و با جواب حاصل از نرم افزار فلک و راه حل فرم بسته کارگر مقایسه شده است.

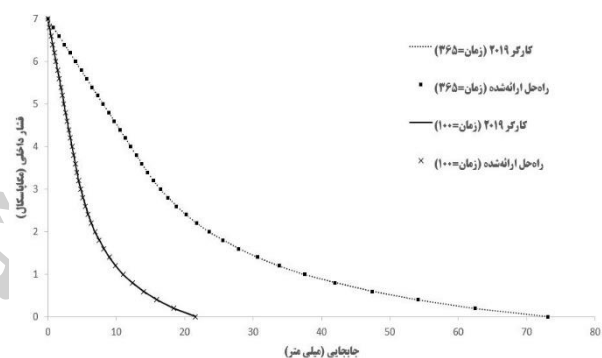
۵- تاثیر انواع مدل های رفتاری پلاستیک در جابجایی

دیواره تونل با گذشت زمان

پس از مقایسه راه حل ارائه شده با نتایج نرم افزار فلک و راه حل کارگر، در این بخش به تاثیر انواع مدل های رفتاری در جابجایی ایجاد شده در دیواره تونل پرداخته می شود. در این بررسی فرض شده است که شعاع تونل و تنش اولیه بترتیب ۴ متر و ۹ مگاپاسکال بوده و توده سنگ از داده های جدول (۲) برای مدل های رفتاری پلاستیک کامل، نرم شونده و شکننده پیروی می کند.



شکل ۶- مقایسه مقدار جابجایی شعاعی نسبت به فاصله از دیواره در زمان های مختلف با فرض فشار داخلی صفر



شکل ۷- مقایسه منحنی بدست آمده از روش عددی پیشنهادی با نتایج حاصل از روش کارگر ۲۰۱۹

زاویه	زاویه	چسبندگی	ثابت ویسکوزیته	مدول برشی	مدول برشی	مدول برشی
اتساع	اصطکاک	(مگاپاسکال)	ماکسول	ماکسول	کلوین	کلوین
(درجه)	داخلی	(مگاپاسکال)	(مگاپاسکال*روز)	(مگاپاسکال)	(مگاپاسکال*روز)	(مگاپاسکال)
۰	۲۳	۰٫۸	۱۳۹۰۰۰	۱۹۹۰۰	۱۹۹۰۰	۶۷۳۰۰

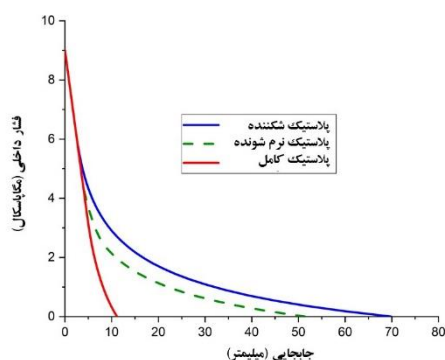
جدول ۱. پارامترهای یک نوع توده سنگ برای اعتبارسنجی راه حل ارائه شده [۱۶]

پارامترهای مدل برگر				
مدول بالک (مگاپاسکال)	ثابت ویسکوزیته ماکسول (مگاپاسکال*روز)	مدول برشی ماکسول (مگاپاسکال)	ثابت ویسکوزیته کلوین (مگاپاسکال*روز)	مدول برشی کلوین (مگاپاسکال)
۴۳۱۱۶	۱۳۹۰۰۰	۱۹۹۰۰	۱۹۹۰۰	۶۷۳۰۰
پارامترهای مدل پلاستیک				
کرنش پلاستیک انحرافی بحرانی	زاویه اتساع	زاویه اصطکاک	زاویه اصطکاک	چسبندگی اوج (مگاپاسکال)
	باقی مانده (درجه)	اتساع اوج (درجه)	داخلی باقی مانده (درجه)	باقی مانده (مگاپاسکال)
پلاستیک کامل: ۰۰	۰	۵	۱۲	۰,۹۵
پلاستیک شکننده: ۰	۰	۵	۱۲	۰,۹۵
کرنش نرم شونده: ۰,۰۰۰۴۷۴۲				

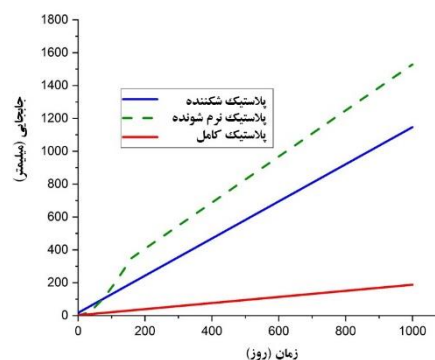
جدول ۲. خواص مکانیکی توده سنگ [۱۷ و ۱۸]

برای زمان های ۵۰ و ۱۰۰ روز نیز کاملاً مشهود است. چنین روندی در میدان جابجایی با در نظر گرفتن گسترش زون پلاستیک و تغییرات تنش انحرافی در توده سنگ چندان دور از انتظار نیست. همانگونه که در شکل های (۱۱) و (۱۲) مشاهده می شود شعاع زون پلاستیک و باقیمانده در زمان های کوتاه در مدل شکننده بیشتر از مدل نرم شونده است که باعث افزایش

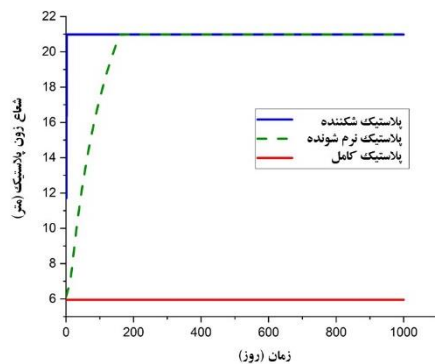
همانگونه که در شکل (۸) مشاهده می شود در زمان های نسبتاً کوتاه (کمتر از ۷۰ روز) جابجایی دیواره تونل در مدل شکننده از دیگر مدل ها بیشتر است، اما با گذشت زمان جابجایی مدل نرم شونده فزونی گرفته و بیشتر از دیگر مدل ها می شود. در این میان مدل پلاستیک کامل دارای کمترین جابجایی در بین مدل ها می باشد. این روند در نمودار GRC، در شکل های (۹) و (۱۰)،



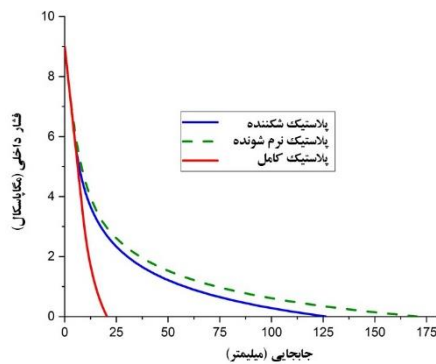
شکل ۹. منحنی عکس العمل زمین (GRC) برای زمان ۵۰ روز، برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ



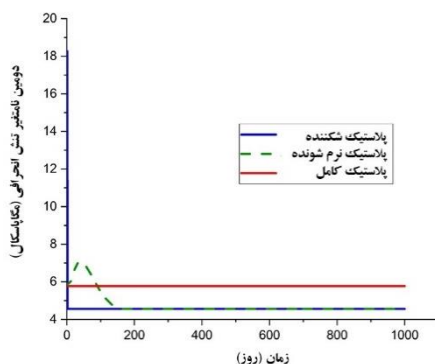
شکل ۸. جابجایی دیواره تونل بر حسب زمان برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ



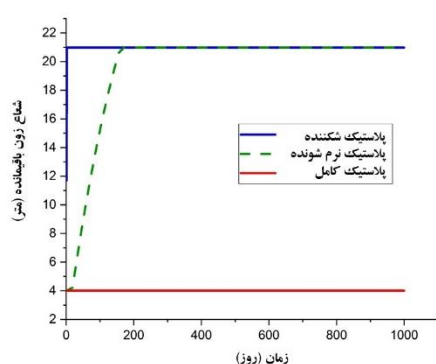
شکل ۱۱. تغییرات شعاع زون پلاستیک بر حسب زمان برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ



شکل ۱۰. منحنی عکس العمل زمین (GRC) برای زمان ۱۰۰ روز، برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ



شکل ۱۳. تغییرات دومین نامتغیر تانسور تنش انحرافی بر حسب زمان برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ



شکل ۱۲. تغییرات شعاع زون پلاستیک باقیمانده بر حسب زمان برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ

تنش انحرافی در جابجایی ها، جابجایی در مدل نرم شونده در زمان های طولانی بیشتر از مدل شکننده می شود. در مدل پلاستیک کامل، اگرچه مولفه دوم تنش انحرافی همواره بیشتر از دو مدل دیگر است اما بعلت کم بودن شعاع زون پلاستیک در مقایسه با دو مدل دیگر، کمترین جابجایی را در توده سنگ موجب می شود.

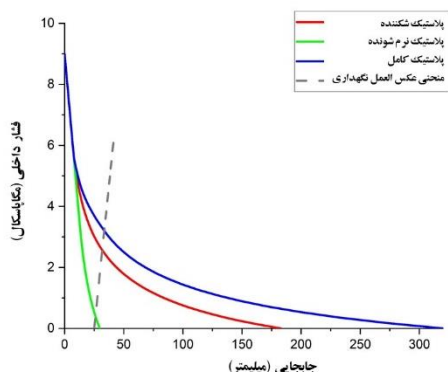
۶- نصب نگهداری

با بررسی تاثیر انواع مدل های رفتاری در جابجایی ایجاد شده در دیواره تونل در بخش قبل، در این بخش تاثیر مدل رفتاری توده سنگ در فشار وارد بر نگهداری، با در نظر گرفتن زمان، بررسی

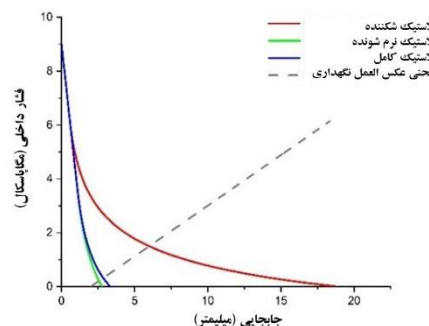
جابجایی در این مدل می شود. اما با گذشت زمان، اختلاف شعاع زون پلاستیک و باقیمانده در این دو مدل کمتر شده و در نهایت با هم برابر می شوند. از طرفی دیگر همانگونه که در شکل (۱۳) دیده می شود در طی این بازه زمانی، تا برابر شدن شعاع زون پلاستیک در این دو مدل، متوسط مولفه دوم تنش انحرافی در توده سنگ در مدل نرم شونده بیشتر از مدل شکننده می باشد که باعث افزایش بخش ویسکوز جابجایی و در نهایت باعث افزایش جابجایی کل در مدل نرم شونده نسبت مدل شکننده برای زمان های بیشتر از ۷۰ روز می شود. در انتها با برابر شدن شعاع زون پلاستیک و باقیمانده در دو مدل، بعلت تاثیر اولیه

ساختاری مربوطه با منحنی GRC به تعادل می رسد. از طرفی همانگونه که دیده می شود در زمان های نصب کوتاه مدل شکننده بیشترین فشار را بر نگهداری ایجاد میکند، در حالیکه در زمان های نصب طولانی مدل نرم شونده باعث ایجاد بیشترین فشار وارد بر نگهداری می شود. بنابراین در نصب نگهداری در سنگهای با مقاومت متوسط، می بایست برای برآورد صحیح فشار وارد بر نگهداری در زمان های طولانی، توده سنگ را با رفتار نرم شونده در نظر گرفت.

می شود. نگهداری استفاده شده در این قسمت، لاینینگ بتنی با ضخامت ۳۰ سانتیمتر، مدول الاستیسیته ۱۸,۵ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۰,۲ می باشد. بمنظور بررسی بهتر اثر نگهداری در حالت های مختلف، حداکثر بار قابل تحمل توسط لاینینگ ۶,۱ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. شکل های (۱۴) و (۱۵) نمودار GRC همراه با SRC در زمان های نصب کوتاه (۵ روز) و طولانی (۱۵۰ روز) را بترتیب نمایش می دهند. همانگونه که در شکل های (۱۴) و (۱۵) مشاهده می شود منحنی SRC در زمان های نصب کوتاه، در فشار های کمتر برای مدل



شکل ۱۵. نمودار منحنی عکس العمل زمین و شاخه نگهداری در زمان نصب ۱۵۰ روز برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ



شکل ۱۴. نمودار منحنی عکس العمل زمین و شاخه نگهداری در زمان نصب ۵ روز برای مدل های رفتاری مختلف توده سنگ

حل دارای تطابق خوبی با مدل عددی ساخته شده با نرم افزار فلک و راه حل کارگر می باشد. همانگونه که مشاهده شد رفتار نرم شونده بیشترین جابجایی را با گذشت زمان در توده سنگ نسبت به دو مدل دیگر (بعلت تاثیر توامان شعاع زون پلاستیک و میزان تنش انحرافی ایجاد شده در توده سنگ) تولید می کند. در اندرکنش میان نگهداری و توده سنگ نیز، در زمان های طولانی پس از نصب، مدل رفتاری نرم شونده باعث ایجاد

۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک راه حل عددی بر اساس روش تفاضل محدود بمنظور تعیین جابجایی در اطراف تونل با فرض رفتار ویسکوز الاستوپلاستیک برای توده سنگ ارائه شد. راه حل ارائه شده بر پایه رفتار نرم شونده برای توده سنگ بوده و قابلیت مدل کردن رفتارهای پلاستیک کامل و شکننده را نیز دارا می باشد. این راه

نمایان می‌شود.

بیشترین فشار از طرف توده سنگ بر نگهداری می‌شود. بنابراین با توجه به اینکه اغلب سنگها در طبیعت دارای رفتار نرم شونده می‌باشند اهمیت انتخاب این مدل رفتاری در تعیین رفتار وابسته به زمان توده‌سنگ و فشار ایجاد شده در نگهداری بوضوح behavior. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 124, 104128.

۸- منابع

[1]. Brown E, Hoek E. 1980 Underground excavations in rock. CRC Press.

[2]. Reed M. 1986 Stresses and displacements around a cylindrical cavity in soft rock. IMA Journal of Applied Mathematics, 36(3), 223-45.

[3]. Sharan S. 2003 Elastic–brittle–plastic analysis of circular openings in Hoek–Brown media. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 40(6), 817-24.

[4]. Yu H-S. 2000 Cavity expansion methods in geomechanics. Springer Science & Business Media.

[5]. Carranza-Torres C, Fairhurst C. 1999 The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek–Brown failure criterion. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 36(6), 777-809.

[6]. Alonso E, Alejano LR, Varas F, Fdez-Manin G, Carranza-Torres C. 2003 Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behaviour. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 27(13), 1153-85.

[7]. Sulem J, Panet M, Guenet A, editors. 1987 An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel. International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts, Elsevier.

[8]. Cristescu N. 1988 Viscoplastic creep of rocks around a lined tunnel. International journal of plasticity, 4(4), 393-412.

[9]. Critescu N. 1985 Viscoplastic creep of rocks around horizontal tunnels. International Journal of Rock Mechanics, 22(6).

[10]. Kargar AR. 2019 An analytical solution for circular tunnels excavated in rock masses exhibiting viscous elastic-plastic

[11]. Mase GE, Mase G. 1970 Continuum mechanics. McGraw-Hill New York.

[12]. Jaeger JC, Cook NG, Zimmerman R. 2009 Fundamentals of rock mechanics. John Wiley & Sons.

[13]. Lee Y-K, Pietruszczak S. 2008 A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass. Tunnelling and Underground Space Technology, 23(5), 588-99.

[14]. Singh RN, Ghose AK. 2006 Engineered rock structures in mining and civil construction. CRC Press.

[15]. Itasca Consulting Group, Inc. (2019) FLAC — Fast Lagrangian Analysis of Continua, Ver. 8.00. Minneapolis: Itasca.

[16]. Paraskevopoulou C, Diederichs M. 2018 Analysis of time-dependent deformation in tunnels using the Convergence-Confinement Method. Tunnelling and Underground Space Technology, 71, 62-80.

[17]. Park K-H, Tontavanich B, Lee J-G. 2008 A simple procedure for ground response curve of circular tunnel in elastic-strain softening rock masses. Tunnelling and Underground Space Technology, 23(2), 151-9.

[18]. Zhang H, Wang Z, Zheng Y, Duan P, Ding S. 2012 Study on tri-axial creep experiment and constitutive relation of different rock salt. Safety science, 50(4), 801-5.