

ارایه روش تکمیلی بهبود کیفی الگوریتم جداسازی آماری سینکлер بر اساس نمودارهای احتمال

سید سعید قنادپور^{۱*}، احمدرضا مختاری^۲، اردشیر هزارخانی^۳ و نادر فتحیان‌پور^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد اکتشاف معدن، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- استادیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان

۳- استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۴- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت اردیبهشت ۹۲، پذیرش اسفند ۹۲)

چکیده

تاکنون روش‌های گوناگونی برای جداسازی جوامع مختلط مورد بررسی قرار گرفته‌اند؛ که یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین آن‌ها روش پیشنهادی سینکлер بر پایه یافتن نقطه عطف نمودار ترکیبی و جداسازی جوامع با استفاده از آن است. در تحقیق حاضر با استفاده از مفهوم توسعه یافته این روش، در ابتدا سعی شده است که به طراحی یک نرم‌افزار موثر و کاربردی پرداخته شود؛ که در آن با استفاده از نمودارهای احتمال به تحلیل و جداسازی جوامع پرداخته و سپس بررسی می‌شود که آیا می‌توان از مماس‌های رسم شده در اولین نقطه جدا شده به روش سینکлер، به عنوان یک روش جداسازی استفاده نمود یا خیر. از مزایای عمده این نرم‌افزار دقت و سرعت بالای انجام تحلیل‌ها روی نمونه‌های مورد بررسی است. در حالی که انجام این فرآیند به صورت دستی معمولاً کاری زمان‌بر و کم دقت است. این نرم‌افزار دارای انعطاف‌پذیری بالایی در محاسبه خطای فرآیند بوده و می‌تواند با تحلیل سناریوهای متفاوت، به جداسازی جوامع آماری با کم‌ترین خطای محاسباتی اقدام نماید. در نهایت نیز به منظور آشنایی و بررسی عملکرد کار نرم‌افزار، عیار عنصر کروم جنوب رشته کوه ایران کوه به عنوان داده در اختیار نرم‌افزار قرار گرفته و مشاهده شده است که نرم‌افزار به خوبی توانسته جوامع را با دقت بالا و در زمان بسیار کوتاه جداسازی نماید. همچنین روش پیشنهادی جداسازی به کمک مماس‌ها، فرآیند جداسازی را نسبت به روش سینکлер با سرعت بیشتری به پایان می‌رساند.

کلمات کلیدی

جداسازی جوامع آماری، نمودار احتمال، روش سینکлер، مماس، نرم‌افزار جداسازی

۱- مقدمه

به استناد مطالعات انجام شده در بسیاری از موارد، به ویژه در فعالیت‌های اکتشافی، داده‌های یک جامعه از توزیع طبیعی تبعیت نمی‌کنند [۴، ۲، ۳ و ۱۰]؛ اما لگاریتم آن‌ها به توزیع طبیعی گرایش دارد [۶ و ۵]. به بیان دیگر، توزیع اطلاعات خام اولیه نوسان‌هایی دارد که باعث خارج شدن داده‌ها از حالت نرمال می‌شود و به همین خاطر باید اقدام به لگاریتم‌گیری از داده‌ها نمود تا توزیع آن‌ها به حالت نرمال و یا طبیعی نزدیک شود [۷]. سپس با استفاده شده از جدول‌های ارائه شده توسط سیشل [۸] و جدول مقادیر تجمعی منحنی طبیعی استاندارد [۹] اقدام به محاسبه میانگین می‌شود. برنامه‌های کامپیوتری نیز برای محاسبه میانگین در موارد فوق برای تسریع در انجام این عملیات تهیه شده است؛ که در زمان کوتاهی حتی کمتر از یک ثانیه به محاسبه میانگین می‌پردازند [۱۰ و ۱۱]. باید توجه داشت که توزیع مذکور به نام توزیع لگاریتمی دو متغیره هم نامیده می‌شود؛ ولی در بسیاری از موارد نیز دیده شده که تنها با لگاریتم‌گیری توزیع داده‌ها به حالت نرمال نزدیک نمی‌شود و آنچه که توزیع طبیعی دارد، لگاریتم حاصل جمع عیار به اضافه عددی ثابت است. عدد ثابت (c) ممکن است منفی یا مثبت باشد [۶]. در حالت کلی مقدار ثابت افزودنی با سعی و خطا مشخص می‌شود؛ ولی برای شروع می‌توان از قضایای هندسی استفاده نمود [۱۳، ۱۲ و ۱۴]. در این مورد نیز برنامه‌هایی نگاشته شده که می‌توانند در زمان بسیار کوتاهی به محاسبه بهترین ثابت افزودنی بپردازند [۱۵ و ۱۶].

در بسیاری از موارد، علت انحراف از حالت نرمال در واقع ترکیب دو یا چند جامعه است، لذا روش‌های گوناگونی برای این کار یعنی جداسازی جوامع مختلط و ترکیبی وجود دارند؛ که مروری از آن‌ها تقریباً تا سال ۲۰۰۰ در مقاله [۱۷] آورده شده است. روش معمول و ساده آن یافتن نقطه عطف نمودار ترکیبی است و هدف ما نیز در این مقاله جداسازی جوامع مختلف از همین روش است [۱۸]. اهمیت این بحث از آن جهت است که معمولاً داده‌های معدنی، اختلاطی از دو جامعه زمینه و آنومالی (در مقیاس ناحیه‌ای) یا باطله و کانسنگ (در مقیاس معدنی) است. تخمین مرز صحیح

کانسنگ و باطله (در مسائل تخمین ذخیره) و مرز صحیح آنومالی و زمینه (در مسائل اکتشافات ناحیه‌ای) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۱۹]. لذا در این مقاله نخست با استفاده از زبان برنامه‌نویسی متلب و یافتن نقطه عطف نمودار ترکیبی، به جداسازی جوامع ترکیبی و یافتن جوامع ترکیب شده پرداخته شد است؛ به این شکل که داده‌ها بر حسب عیار آن‌ها به نرم‌افزار داده می‌شود و نرم‌افزار مربوطه نیز، شکل و مشخصات جوامع جداسازی شده را مشخص ساخته و آن را به عنوان خروجی در اختیار کاربر قرار می‌دهد. سپس بررسی می‌شود که آیا می‌توان روش رسم مماس در اولین نقطه جدا شده به روش سینکلر در یک جامعه آماری مختلط را به عنوان یک روش برای جداسازی جوامع مختلط در نظر گرفت یا خیر.

۲- مبانی تئوری نمودار احتمال و کاربرد آن در

جداسازی جوامع مختلط

۲-۱- خصوصیات نمودار احتمال

مبنای جداسازی جوامع در این مقاله نمودار احتمال است. لذا نخست به بررسی خصوصیات نمودار احتمال پرداخته می‌شود؛ آنگاه بررسی انعکاس اختلاط جوامع و نمودار احتمال و نحوه جداسازی آن‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. تجسم یک توزیع نرمال روی یک کاغذ احتمال به صورت یک خط است. به همین ترتیب یک توزیع لاگ‌نرمال بر روی یک کاغذ احتمال لگاریتمی، یک نمودار خطی را مجسم می‌کند [۲۰]. در عمل برای رسم نمودار احتمال کافیست مقادیر درصد فراوانی تجمعی داده‌ها محاسبه شود و سپس داده‌ها روی نمودار احتمال منتقل شوند. در این حالت به علت وجود خطاهای تجربی مانند خطای نمونه‌برداری، خطای آماده‌سازی و خطای آنالیز، نمودار حاصل (در صورت نرمال بودن داده‌ها) به صورت تعدادی نقاط پراکنده حول یک خط راست در می‌آید [۱۸]. در اینجا برای ساده‌سازی به بررسی حالت ایده‌آل توزیع نرمال (که در آن داده‌ها از یک جامعه کاملاً نرمال گرفته شده‌اند) پرداخته می‌شود.

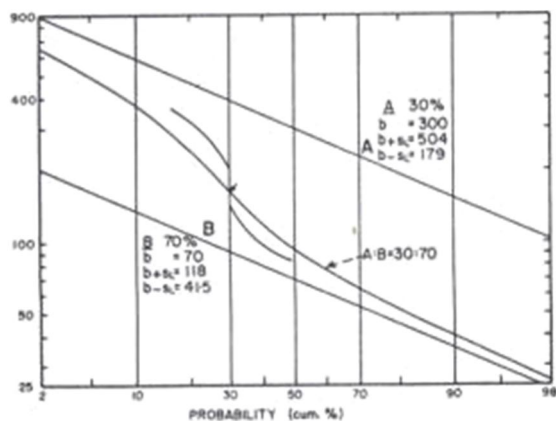
شکل ۱ نمودار احتمال جوامع مختلف دارای توزیع نرمال با میانگین‌های متفاوت را نشان می‌دهد. همان‌گونه که

۲-۲-۱- تشکیل نمودار احتمال دو جامعه فرضی

جامعه A با پارامترهای $\mu = 300$ و حد بالا و پایین میانگین برابر ۵۰۴ و ۱۷۴ و جامعه B با پارامترهای $\mu = 70$ و حد بالا و پایین میانگین برابر ۱۱۸ و ۴۳ را در نظر بگیرید. برای تشکیل یک جامعه آماری که ترکیبی از دو جامعه فوق به نسبت $0.3A$ و $0.7B$ باشد، می‌توان درصد فراوانی تجمعی در هر نقطه را از 0.3 برابر درصد فراوانی تجمعی جامعه A به اضافه 0.7 برابر فراوانی تجمعی جامعه B بدست آورد؛ به این صورت:

$$P_{(A+B)} = W_A P_A + W_B P_B \quad (1)$$

که در آن $P_{(A+B)}$ درصد فراوانی تجمعی جامعه ترکیبی، P_A درصد فراوانی جامعه A، P_B درصد فراوانی تجمعی جامعه B، W_A درصد جامعه A در جامعه ترکیبی و W_B درصد جامعه B در جامعه ترکیبی است. به طوری که $W_A + W_B = 1$ باشد. جوامع A و B در شکل ۳ به صورت خطوط راست نشان داده است. جامعه ترکیبی به نسبت $0.3A$ و $0.7B$ نیز بر اساس رابطه فوق‌الذکر محاسبه شده و در همان شکل به صورت منحنی ترسیم شده است.

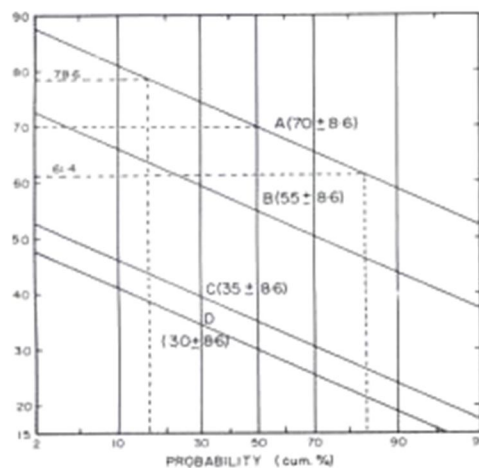


شکل ۳: نمودار احتمال جامعه ترکیبی حاصل از دو جامعه لاگ-نرمال A و B با انحراف معیارهای برابر و همپوشانی قابل توجه (به نسبت $0.3A$ و $0.7B$).

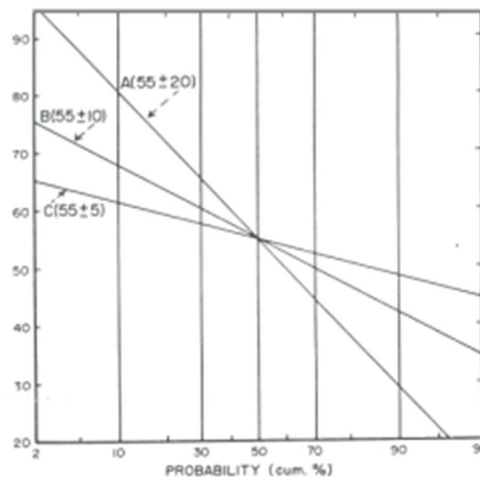
۲-۲-۲- روش جداسازی الگوهای دو مدی نامتقاطع

شیوایی تا کنون نحوه ترکیب دو جامعه فرضی تک مدی و تشکیل یک جامعه دو مدی به عنوان محصول آن‌ها مورد

مشاهده می‌شود، همه خطوط دارای شیب‌های یکسان بوده و موازی‌اند ولی نقطه متناظر با درصد فراوانی تجمعی ۵۰ درصد (معادل میانگین توزیع در جامعه با توزیع نرمال) آن‌ها با هم متفاوت است. شکل ۲ نیز سه جامعه آماری دارای توزیع نرمال با میانگین‌های یکسان و انحراف معیارهای متفاوت را به صورت سه خط راست نشان می‌دهد.



شکل ۱: میانگین‌های مختلف و انحراف معیارهای یکسان [۱۸].



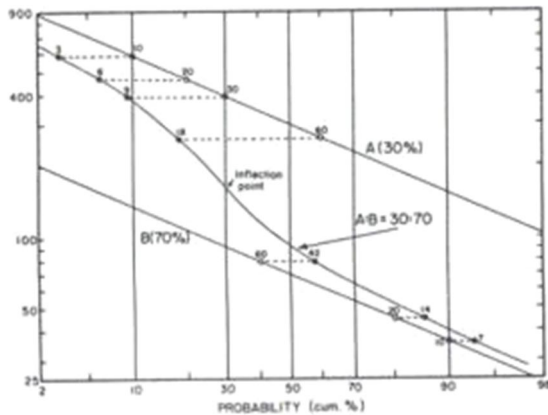
شکل ۲: میانگین‌های یکسان و انحراف معیارهای متفاوت [۱۸].

۲-۲-۲- نمودار احتمال دو جامعه مختلط

در اغلب موارد نمودارهای احتمال به صورت یک خط راست ظاهر نمی‌شوند. بلکه به صورت یک منحنی با یک نقطه عطف یا تغییر در جهت انحنا در می‌آیند که همگی علائمی از اختلاط دو جامعه آماری هستند [۱۹].

کاغذ احتمال را مشخص می‌کنند. این محاسبه تا جایی ادامه می‌یابد که اثر جامعه B نیز قابل توجه شود؛ به طوری که نقاط بدست آمده از امتداد خط راست خارج شوند.

در عمل معمولاً آنقدر نقطه با روند خطی بدست می‌آید؛ که بتوان از برون‌یابی آن‌ها روند را به سرتاسر دامنه احتمال سرایت داد و جامعه بالایی را دقیقاً تعریف نمود. برای جامعه B نیز همین دستورالعمل پیگیری می‌شود. با این تفاوت که درصد فراوانی تجمعی آن $(100 - cf_A)$ خواهد بود و در آن cf_A درصد فراوانی تجمعی جامعه A در نقطه مورد نظر است. به عنوان مثال برای نقطه‌ای با درصد فراوانی تجمعی ۸۰ درصد برای جامعه A، مقدار $100 - 80 = 20$ درصد فراوانی تجمعی برای جامعه B در نظر گرفته می‌شود. روش فوق روش نسبتاً سریعی است؛ هرچند درستی نتایج آن باید مورد تحقیق قرار گیرد. به خصوص در دامنه همپوشانی دو جامعه، زیرا در این حالت روند هر دو جامعه از طریق برون‌یابی بدست می‌آید.



شکل ۴: روش جداسازی جوامع مختلط.

۳- چگونگی جدا نمودن جوامع به روش پیشنهادی بر اساس رسم مماس

این روش برای اولین بار است که مورد بررسی قرار می‌گیرد و شیوه جداسازی آن به ترتیب زیر می‌باشد: در این روش ابتدا خطی به جامعه مختلط برازش نموده و معادله خط که باید از درجه ۳ باشد؛ بدست می‌آید؛ آنگاه از این معادله یک بار مشتق‌گیری می‌شود؛ تا معادله جدیدی بدست آید. دو نقطه‌ای از نمودار که از آن‌ها اقدام به جداسازی روش سینکسر می‌شود، در معادله جدید قرار داده

بحث قرار گرفت ولی آنچه در عمل با آن مواجه خواهید شد این است که نمودار احتمال جامعه دو مدی را با خصوصیات ذکر شده در بندهای قبل در اختیار است و باید از آن اطلاعاتی در مورد جوامع اولیه سازنده آن استنتاج شود. روشی که برای جداسازی جوامع سازنده یک جامعه ترکیبی از یکدیگر به کار گرفته می‌شود به اصطلاح جداسازی یا تفریق (Partitioning) جوامع نامیده می‌شود. مهم‌ترین مسأله در جداسازی جوامع تشکیل دهنده یک جامعه با توزیع دو مدی، تعیین نسبت اختلاط دو جامعه سازنده آن است [۱۸].

چنین بر می‌آید که درصد فراوانی تجمعی در نقطه عطف منحنی احتمال توزیع دو مدی، برابر نسبت اختلاط دو جامعه سازنده آن است [۱۸]. بنابراین اولین مرحله جداسازی جوامع، تعیین درصد فراوانی تجمعی در نقطه عطف منحنی توزیع دو مدی است. بعد از بدست آوردن این درصد فراوانی تجمعی بقیه مراحل جداسازی دو جامعه از یکدیگر یک رویه روتین دارد [۱۸ و ۱۹]. به عنوان مثال، نمودار احتمالی شکل ۴ را در نظر بگیرید، مختصات نقطه عطف متناظر با ۳۰ درصد فراوانی تجمعی است. پس می‌توان گفت که جامعه با توزیع دو مدی مورد نظر، حاصل ترکیب دو جامعه A و B به نسبت ۳۰ و ۷۰ درصد است.

شیب قسمت میانی منحنی احتمال توزیع دو مدی نشان می‌دهد که دو جامعه مورد نظر به میزان قابل توجهی همپوشانی دارند، زیرا در صورت عدم همپوشانی دو جامعه مورد نظر شیب این قسمت از منحنی زیاد و حتی نزدیک به قائم خواهد بود. قسمت‌های کرانه‌های منحنی توزیع دو مدی در واقع بیشتر متأثر از یک جامعه هستند به طوری که کرانه بالایی منحنی مورد نظر بیشتر از جامعه A و کرانه پایینی آن بیشتر متأثر از جامعه B است.

حال برای هر مقداری، درصد فراوانی تجمعی آن در هر جامعه محاسبه می‌شود. به عنوان مثال برای هر مقدار ۳ که بیشتر مربوط به جامعه A است، درصد فراوانی تجمعی آن را برابر $10 = 100 * \frac{3}{30}$ در جامعه A بدست می‌آید. این محاسبه برای نقاط مختلف انجام می‌شود و به این ترتیب نقاطی بدست می‌آیند که روند خط مربوط به جامعه A روی

می‌شود؛ حاصل این کار بدست آمدن دو عدد از معادله جدید است که در اصل این دو عدد شیب منحنی در دو نقطه مذکور می‌باشند. سپس از دو نقطه مذکور به روش سینکدر دو نقطه جدید بدست می‌آید. حال در بالا و پایین جامعه مختلط به صورت جداگانه یک شیب خط و یک نقطه وجود دارد (نقطه جدیدی که از روش سینکدر بدست آمده)، که می‌توان به کمک آن‌ها از بالا و پایین جامعه مختلط به صورت مجزا دو خط رسم نمود (جوامع جدا شده به روش پیشنهادی).

در بندهای بعدی به کمک نرم‌افزار متلب و کدهای نوشته شده سعی می‌شود تا در ابتدا به جداسازی جوامع آماری مختلط به کمک نرم‌افزار متلب پرداخته شود و در نهایت روش پیشنهادی جداسازی به کمک مماس‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴- جداسازی جوامع با استفاده از زبان برنامه‌نویسی متلب (MATLAB)

۴-۱- تشریح مدل معکوس‌سازی تحت نرم‌افزار متلب (جداسازی)

برای جداسازی جوامع آماری، از یک برنامه یکپارچه استفاده نشده و جداسازی بر اساس چندین برنامه مجزا صورت گرفته است؛ که از خروجی هر یک به عنوان ورودی، برای برنامه دیگر استفاده می‌شود. البته در آخر نیز سعی شده که تمام زیرروال (Sub Routine)ها را در یک دستور بزرگ‌تر و جامع‌تر که شامل همه زیرروال‌ها می‌باشد جایگزین نمود، تا در نهایت یک برنامه کلی به دست آید. اسم و وظیفه زیرروال‌های مذکور، در ادامه آمده است.

۱- زیرروال `tajamoei.m`

۲- زیرروال `regrefit_1_1.m`

۳- زیرروال `seconddiff_1.m`

۴- زیرروال `separation_1.m`

۵- زیرروال `regrefit_1_2.m`

۶- زیرروال `Main_program_1.m`

عملیات انجام شده در این قسمت به این صورت می‌باشد که وقتی عیارها به عنوان داده در اختیار نرم‌افزار قرار

می‌گیرند؛ در ابتدا نمودار درصد تجمعی داده‌ها بر حسب عیار آن‌ها توسط زیرروال اول (زیرروال `tajamoei.m`) رسم می‌شود. نمودار رسم شده به صورت نقطه نقطه است و باید خطی به آن برازش نمود، این کار توسط زیرروال دوم (زیرروال `regrefit_1_1.m`) صورت می‌پذیرد. حال در زیرروال سوم (زیرروال `seconddiff_1.m`) ابتدا معادله این خط استخراج شده و سپس دو بار مشتق‌گیری از آن، نقطه عطف که در واقع همان درصد ترکیب دو جامعه است؛ بدست می‌آید. سپس با در دست داشتن درصد ترکیب (نقطه عطف) و روش مورد اشاره در قبل، به جداسازی نقاط دو جامعه مورد نظر در زیرروال چهارم (زیرروال `separation_1.m`) پرداخته می‌شود. در زیرروال پنجم (زیرروال `regrefit_1_2.m`) خطوطی به نقاط جدا شده در زیرروال قبلی برازش شده و مشخصاتی از قبیل میانگین، انحراف معیار، حد بالا و حد پایین جامعه‌ها را در اختیار کاربر قرار می‌دهد. زیرروالی تحت عنوان `Main_program_1.m` در این قسمت نوشته شده است؛ که تمام عملیات بالا را در یک مرحله انجام داده و نمودار نهایی جوامع جدا شده را همراه با مشخصات آن‌ها فقط در یک بار از اجرای برنامه در اختیار کاربر قرار می‌دهد.

۴-۲- تشریح مدل مستقیم‌سازی تحت نرم‌افزار متلب (ترکیب)

برای پی بردن به صحت جداسازی در قسمت‌های قبل و عملکرد برنامه، در این قسمت نیز زیرروال‌هایی نوشته شده است؛ تا عملیات جداسازی جوامع مختلط را به طور عکس اجرا نماید؛ یعنی از جوامع جدا شده بالا، جامعه مرکب را تشکیل دهد.

بعد از بدست آمدن ضابطه جامعه مختلط، این جامعه با ضابطه‌ای که از زیرروال دوم (`regrefit.m`) در قسمت قبل بدست آمده بود، مقایسه می‌شود؛ تا با توجه به خطای بدست آمده از این مقایسه، صحت جداسازی عملکرد برنامه مشخص شود. اسم زیرروال‌های نوشته شده در عملیات بازگشت، در ادامه آمده است.

۱- زیرروال `separation_2.m`

۲- زیرروال `regrefit_2.m`

۳- زیرروال seconddiff_2.m

۴- زیرروال Main_program_2.m

در زیرروال اول (زیرروال separation_2.m)، از ابتدای هر یک از خطوط جوامع جدا شده، نقاطی انتخاب و عملیاتی، عکس عملیات صورت گرفته در زیرروال separation_1.m، بر روی آن‌ها انجام می‌شود. به این صورت نقاط ابتدا و انتهای جامعه مختلط پدید می‌آیند. علاوه بر این، با توجه به رابطه ۱، می‌توان نقاطی را از اواسط این جامعه نیز بدست آورد. حال با استفاده از برنامه نوشته در زیرروال دوم (زیرروال regrefit_2.m) خطی را به این نقاط برازش می‌شود و در زیرروال سوم (زیرروال seconddiff_2.m) معادله این خط به همراه نقطه عطف آن استخراج می‌شود. در این قسمت نیز همانند قسمت جداسازی یک زیرروال جامع تحت عنوان Main_program_2.m کد نویسی گردیده تا عملیات فوق را به یکباره انجام دهد و معادله جامعه ترکیبی را به همراه نقطه عطف آن در اختیار کاربر قرار دهد.

۴-۳- مقایسه نتایج بدست آمده و خطای آن‌ها

در این قسمت نیز زیرروالی تحت عنوان زیرروال error_RMS.m نوشته شده است؛ تا نتایج حاصل از زیرروال Main_program_2.m (معادله درجه سوم حاصل از ترکیب جوامع) را با نتایج حاصل از زیرروال seconddiff_1.m (معادله درجه سوم جامعه مرکبی که قرار است مورد جداسازی قرار گیرد) مقایسه نماید و خطای آن را به عنوان خروجی در اختیار کاربر قرار دهد. به این صورت که عیار مشخصی را به عنوان y به هر یک از معادله‌ها داده و از هر کدام، یک عدد به عنوان x دریافت می‌نماید. این کار را برای ۱۰۰ عیار که به صورت تصادفی (برنامه نوشته شده به گونه‌ای می‌باشد که نقاط رندم را از اوایل، اواسط و اواخر عیارها گزینش می‌کند) انتخاب شده‌اند، انجام می‌دهد. مجدور تفاضل x های مربوط به هر عیار را با یکدیگر جمع نموده و بر عدد ۱۰۰ تقسیم می‌کند؛ سپس قدر مطلق عدد بدست آمده را به عنوان خطای کار نرم‌افزار در اختیار کاربر قرار می‌دهد.

۴-۴- تشریح برنامه مقایسه مماس‌ها با جوامع آماری

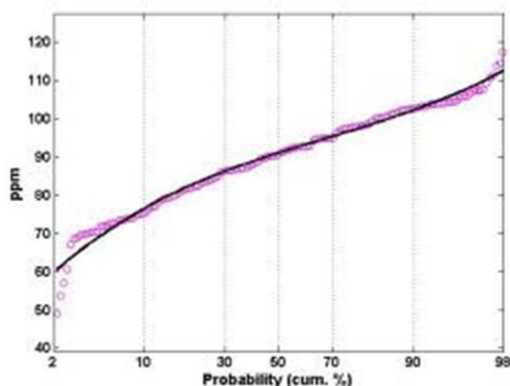
جدا شده از جوامع مختلط

برای بدست آوردن مماس‌ها در این بخش نیز برنامه‌ای که شامل چند زیرروال است، فراهم گردیده تا از اولین نقاط جدا شده از روش سینکلر دو مماس استخراج نماید و سپس معادله آن‌ها را به عنوان دو جامعه در اختیار کاربر قرار دهد تا در ادامه برنامه به مقایسه آن‌ها با دو جامعه جدا شده به روش سینکلر بپردازد. البته پیش از این که به استخراج دو مماس از جامعه مختلط بپردازد؛ در زیرروالی به نام permit.m عدد بدست آمده از خطا را کنترل نموده و در صورت معقول بودن آن، به انجام عملیات رسم مماس می‌پردازد.

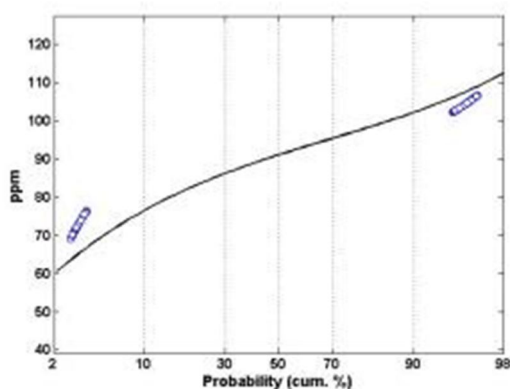
در این صورت اگر خطای بدست آمده از زیرروال error_RMS.m بیشتر از ۱۰ درصد باشد، پیغام "jodasazi be ravesh Sinclair ba khataye gheyre ghabul sourat gerefte ast" را چاپ می‌نماید ولی در غیر این صورت اقدام به اجرای عملیات رسم مماس به جامعه مختلط کرده و معادله دو مماس رسم شده از اولین نقطه جدا شده به روش سینکلر، میانگین و انحراف استاندارد آن‌ها را به عنوان دو جامعه در اختیار زیرروال final_error.m قرار می‌دهد؛ تا در این زیرروال به مقایسه این دو جامعه (معادله مماس‌های رسم شده از اولین نقطه جدا شده به روش سینکلر) با دو جامعه جدا شده از روش سینکلر بپردازد. مقایسه هر دو خط با یکدیگر از طریق معادله‌های آن‌ها صورت می‌گیرد. به این ترتیب که زاویه حاده بین دو خط اندازه‌گیری شده و به عدد $0/9$ تقسیم می‌شود. این کار از آن جهت انجام می‌شود که بیشترین اختلاف دو خط برای زمانی است که دو خط بر یکدیگر عمود باشد. در این صورت زاویه بین آن‌ها ۹۰ درجه می‌باشد. حال هرچه این زاویه کمتر باشد، اختلاف دو خط کمتر می‌شود، تا مادامی که زاویه دو خط به صفر تبدیل شده و این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که دو خط بر روی یکدیگر قرار می‌گیرند و دارای یک معادله خط می‌باشند.

۵- برنامه‌ی اصلی

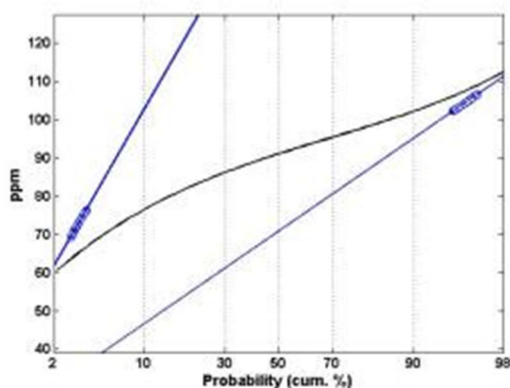
جدا شده، جامعه اولیه تشکیل می‌شود؛ که نتیجه این کار در شکل ۸ آمده است.



شکل ۵: نمودار احتمال درصد تجمعی داده‌ها و خط برازش شده به آن جهت جداسازی.



شکل ۶: نقاط جداسازی شده به روش سینکدر از معادله خط برازش شده به جامعه مختلط.



شکل ۷: خطوط برازش شده به نقاط جدا شده از روش سینکدر (جوامع جدا شده).

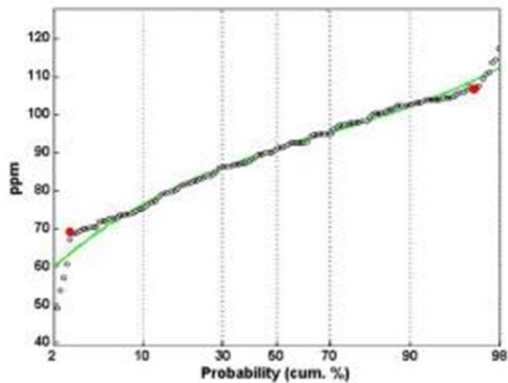
در این قسمت برنامه‌ای جامع‌تر تحت عنوان ESOPO نوشته شده است؛ که شامل تمام زیرروال‌های نوشته شده تا کنون می‌باشد، به این صورت که عیارها به عنوان داده و ورودی در اختیار برنامه قرار گرفته و خروجی آن شامل موارد زیر است:

یک عدد تحت عنوان خطا (خطای جداسازی error_1)، x و y نقاط عطف جامعه مختلط (x_{atf} و y_{atf})، درصد ترکیب جوامعی که باید جدا شوند (x نقطه عطف نمودار درجه سوم اولیه)، شیب و عرض از مبدأ معادله خطوط جوامع جدا شده به هر دو روش سینکدر (A_{s_1} و A_{s_2} ، B_{s_1} و B_{s_2}) و روش مماس (A_{m_1} و A_{m_2} ، B_{m_1} و B_{m_2})، میانگین (m_{s_1} و m_{s_2}) و انحراف معیار جوامع جدا شده به روش سینکدر (s_{s_1} و s_{s_2})، میانگین (m_{m_1} و m_{m_2}) و انحراف معیار جوامع جدا شده به روش پیشنهادی (s_{m_1} و s_{m_2}) دو عدد به عنوان زاویه ($zavie_1$ و $zavie_2$) و همچنین نموداری که شامل خطوط مماس، جوامع جدا شده و جامعه مختلط اولیه که قرار است مورد جداسازی قرار گیرد.

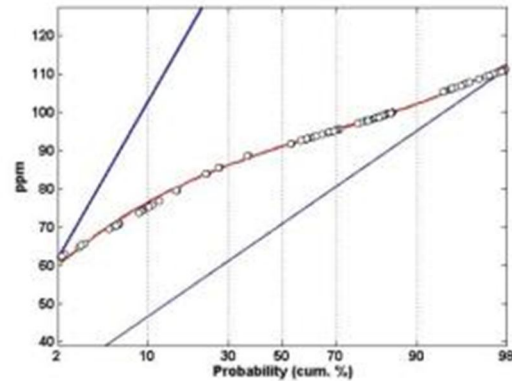
۶- مطالعه‌ی موردی

برای بهتر آشنا شدن با عملکرد کار نرم‌افزار، عیار عنصر کروم مربوط به جنوب رشته کوه ایران کوه به عنوان داده در اختیار نرم‌افزار قرار گرفته و نتایج کار نرم‌افزار در زیر آورده شده است. در اشکال زیر فرآیند جداسازی به روش سینکدر و به کمک نرم‌افزار متلب را مشاهده می‌کنیم. شکل ۵ نمودار احتمال درصد تجمعی داده‌ها و خط برازش شده به آن جهت جداسازی را نشان می‌دهد و در شکل ۶ نقاط جداسازی شده به روش سینکدر نمایش داده شده است. و در نهایت در شکل ۷ خطوط برازش شده به نقاط جدا شده از روش سینکدر (جوامع جدا شده) دیده می‌شوند.

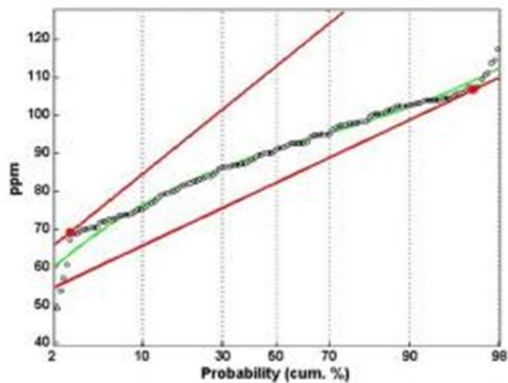
همان طور که در گذشته نیز گفته شد، به منظور تعیین خطای کار نرم‌افزار، عملیات برگشت نیز کد نویسی شده است. یعنی فرآیند جداسازی را برعکس نموده و از جوامع



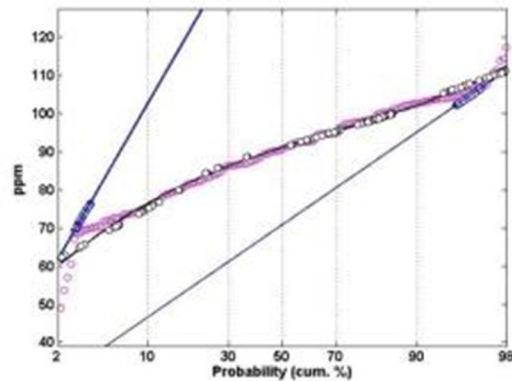
شکل ۱۰: اولین نقطه جدا شده به روش سینکسر (نقاط توپر).



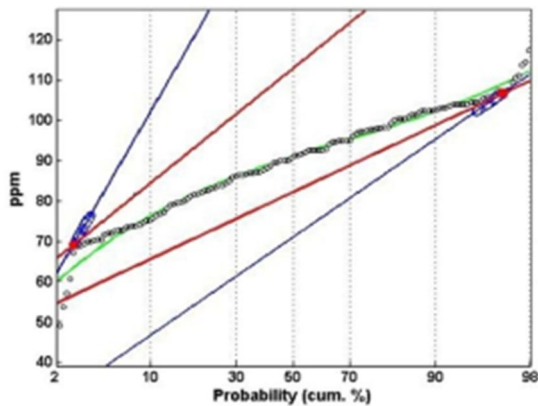
شکل ۸: تشکیل جامعه مختلط از جوامع شده (عملیات برگشت، به منظور تعیین خطای نرم‌افزار)



شکل ۱۱: رسم مماس‌ها با استفاده از شیب خط (جوامع جدا شده).



شکل ۹: نمودار نهایی ارائه شده توسط نرم‌افزار، به عنوان خروجی [۲۲].



شکل ۱۲: جوامع جدا شده به روش پیشنهادی سینکسر و روش رسم مماس‌ها.

در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نیز فرآیند جداسازی به کمک روش پیشنهادی قابل مشاهده است. شکل ۱۰ اولین نقطه جدا شده و شکل ۱۱ جوامع جدا شده به روش پیشنهادی را نمایش می‌دهند.

در شکل ۱۲ نیز، جوامع جدا شده به روش سینکسر و روش مماس نمایش داده شده است.

همان طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، روش جداسازی ارائه شده در این مقاله فرآیند جداسازی را با اندک

به جداسازی جوامع آماری با کم‌ترین خطای محاسباتی اقدام نماید. داده‌های استفاده شده در این تحقیق بر مبنای یک نمونه‌برداری واقعی در جنوب رشته کوه ایران کوه صورت گرفته و نتایج حاصله نمایانگر عملکرد بسیار مناسب نرم‌افزار همراه با دقت بالا در زمان بسیار کوتاه می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که روش پیشنهادی جداسازی که بر مبنای رسم مماس‌ها استوار است با وجود اینکه با روش پیشنهادی سینکدر اندک تفاوتی را داشته ولی به دلیل جداسازی تنها یک نقطه بجای چند نقطه (به خصوص در مواقعی که با حجم زیادی از داده‌ها مواجه هستیم)، از سرعت بیشتری بهره‌مند است.

۸- مراجع

- [1] Govett, G.J.S.; 1983; *Handbook of Exploration Geochemistry*, Vol. 2 (Statistical Data Analysis in Geochemical Prospecting), Amsterdam, Elsevier.
- [2] Fletcher, W.K.; 1981; *Analytical Methods in Geochemical Prospecting*, Handbook of Exploration Geochemistry, Vol. 1, Elsevier, Amsterdam.
- [3] Graybill, F.A. and Krumbain, W.C.; 1965; *An Introduction to Statistical Models in Geology*, McGraw – Hill, New York, P.473.
- [4] Dixon, W.J. and Massey, F.j.Jr.; 1957; *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill, New York, P.370.
- [5] Clark, I.; 1999; *A Case Study in the Application of Geochemical to Lognormal and Quasi-Lognormal Problems*, AAMP, Colorado School of Mines, Colorado.
- [6] Finney, D.J.; 1941; *On the Distribution of a Variate Whose Logarithm is Normally Distributed*, J.R. Stat. Soc. Suppl., Vol. 8, No. 2, pp.155-161.
- [7] مدنی، حسن؛ (۱۳۹۰)؛ *مبانی اکتشاف مواد معدنی (جلد اول)*؛ انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیرکبیر؛ تهران؛ ویرایش اول.
- [8] David, M.; 1987; *Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Elsevier Scientific Publishing Co.
- [9] نیکوکار، مسعود؛ عربزاده، بهمن؛ (۱۳۸۷)؛ *آمار و احتمالات کاربردی*؛ انتشارات آزاده؛ تهران.
- [10] Ghannadpour, S.S., Hezarkhani, A. and Eshqi H.; 2012; *Average and variance estimation programming in normal logarithmic distribution*, Global Journal of Computer sciences, Vol. 02, No. 01, pp. 07-13.

اختلافی از روش سینکدر انجام می‌دهد. ولی با توجه به انتخاب یک نقطه برای فرآیند جداسازی این عملیات را با سرعتی بیشتر نسبت به روش سینکدر به پایان می‌رساند. علاوه بر نمودارهای بالا که توسط نرم‌افزار برای عیارهای عنصر کروم رسم گردیده، تصویری مانند آنچه در شکل ۱۳ نیز دیده می‌شود؛ توسط برنامه مذکور چاپ و در اختیار کاربر قرار می‌گیرد.

JAVAB	
X_atf = 61.04	y_atf = 95.00
B_s_1 = 61.83	B_s_2 = 30.51
A_s_1 = 2.03	A_s_2 = 0.81
B_s_1 = 65.21	B_s_2 = 54.59
A_s_1 = 0.94	A_s_2 = 0.55
m_m_1 = 112.5	m_m_2 = 71.15
s_m_1 = 35.43	s_m_2 = 53.98
m_s_1 = 163.08	m_s_2 = 70.86
s_s_1 = 72.9	s_s_2 = 29.05
zvie_1=21.43	zavie_2=8.01
error_1 = 0.08267	

شکل ۱۳: تصویری از خروجی برنامه (برای عیار عنصر کروم).

۷- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر با استفاده از مفهوم توسعه یافته تکنیک پیشنهادی سینکدر، به طراحی یک نرم‌افزار موثر و کاربردی پرداخته شد که در آن با استفاده از نمودارهای احتمال داده‌های آماری منطقه مورد مطالعه، به تحلیل و جداسازی جوامع آماری پرداخته می‌شود. به استناد نتایج حاصل شده مشاهده گردید که این نرم‌افزار دقت و سرعت بالایی را برای انجام تحلیل‌ها روی نمونه‌های مورد بررسی دارد؛ در حالی که انجام این فرآیند به صورت دستی به دلیل تکرار زیاد (روش سعی و خطا) معمولاً کاری زمان‌بر و کم‌دقت است. همچنین این نرم‌افزار دارای انعطاف‌پذیری بالایی در محاسبه خطای فرآیند بوده و می‌تواند با تحلیل سناریوهای متفاوت،

[۱۱] قنادپور، سید سعید؛ هزارخانی، اردشیر؛ فرح بخش، احسان؛ عشقی حمید؛ (۱۳۹۱)؛ تهیه نرم‌افزاری برای تخمین میانگین و واریانس در توزیع لاگ نرمال و استفاده از آن برای عنصر مولیبدن در کانسار مس پورفیری پرکام کرمان؛ دومین همایش صنایع معدنی؛ پژوهشگاه صنایع معدنی؛ کرمان.

[12] Size, W.B.; 1986 *Use and Abuse of Statistical Methods in the Earth Sciences*, New York, Oxford.

[13] Koch, G.S. and Link, R.F.; 1970; *Statistical Analysis of Geological Data*, John Wiley & Sons, Inc.

[14] Nichol, I., Garrett, R.G., and Webb, J.S.; 1969; *The Role of Some Statistical and Mathematical Methods in the Interpretation of Regional Geochemical Data*, Economic Geology, No. 64, pp. 204 – 224.

[15] Ghannadpour, S.S. and Hezarkhani, A.; 2012; *A developed software to calculate the additive constant number of average in three-variable normal logarithm*, Global Journal of Computer sciences, Vol. 02, No. 01, pp. 01-06.

[۱۶] قنادپور، سید سعید؛ هزارخانی، اردشیر؛ فرح بخش، احسان؛ (۱۳۹۱)؛ نحوه محاسبه میانگین در توزیع لگاریتمی سه متغیره به کمک نرم افزار جدید معرفی شده جهت تخمین مقدار ثابت افزودنی؛ اولین کنفرانس فناوری‌های معدنکاری ایران؛ یزد.

[17] Wenger, G.C., Daviers, R. and Shahtahmasebi, S.; 1996; *Social Isolation and Loneliness in Old Age: Review and Model Refinement*, Ageing and Society, p.p. 333-358.

[18] Sinclair, A.J.; 1989; *Application of Probability Graphs in Mineral Exploration, the association of exploration geochemists*, 4th Edition, the association of exploration geochemists.

[۱۹] حسنی پاک، علی اصغر؛ شرف‌الدین، محمد؛ (۱۳۸۷)؛ تحلیل داده‌های اکتشافی؛ انتشارات دانشگاه تهران؛ تهران؛ چاپ سوم.

[20] Rodionov, D.A.; 1961; *on the lognormal distribution of the elements in igneous rocks*, Geokhimiya, 4th Edition, pp. 324-327.

[۲۱] قنادپور، سید سعید؛ هزارخانی، اردشیر؛ مختاری، احمدرضا؛ فتحیان پور، نادر؛ (۱۳۹۰)؛ تهیه نرم‌افزار جداسازی جوامع آماری مختلط بر اساس نمودارهای احتمال؛ پروژه کارشناسی؛ دانشکده مهندسی معدن؛ دانشگاه صنعتی اصفهان.