

## مطالعات آزمایشگاهی و عددی در تعیین اثر عرض ترک بر چقرمگی شکست حالت اول نمونه‌های استوانه‌ای جدار ضخیم

هوتن سدیفی<sup>1</sup>، مهدی حسینی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی معدن، گروه مهندسی معدن، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

2- استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

(دریافت: آذر 1393، پذیرش: اسفند 1393)

### چکیده

سه حالت جابجایی ترک وجود دارد. حالت اول یا حالت بازشدگی که سطوح ترک در جهت عمود بر سطح ترک جدا می‌شوند. حالت دوم یا حالت برشی که در این حالت جابجایی وجوه ترک در صفحه ترک ولی عمود بر جبهه ترک است و حالت سوم یا حالت لغزش و پاره‌شدگی است که در این حالت جابجایی وجوه ترک در صفحه ترک و موازی با جبهه ترک است. برخی از کاربردهای مکانیک شکست سنگ در شکست هیدرولیکی، برش و انفجار در سنگ، حفاری مکانیزه، پایداری شیروانی سنگی و خردایش مواد معدنی است. هدف اصلی این تحقیق بررسی اثر عرض ترک بر روی چقرمگی شکست حالت اول استوانه توخالی جدار ضخیم نمونه‌های مارنی است که به شکل یک چاه نفت در آزمایشگاه شبیه‌سازی می‌شود. نمونه‌های مارنی از سازند بنگستان واقع در قسمت جنوب و جنوب غربی ایران تهیه شده است. برای انجام آزمایش در نمونه‌هایی به قطر خارجی 73 میلی‌متر و قطر داخلی 25 میلی‌متر و ارتفاع 150 میلی‌متر دو ترک مصنوعی با ابعاد مشخص به صورت متقارن ایجاد شد. پس از اعمال تنش سه محوری بر روی نمونه‌ها فشار لازم برای گسیختگی بر روی نمونه‌های دارای ترک‌های مصنوعی اندازه‌گیری شد. سه آزمایش سه محوری برای بررسی اثر عرض ترک بر روی چقرمگی شکست حالت اول انجام شد. دو نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS و ANSYS برای تعیین چقرمگی شکست حالت اول و دو نرم‌افزار Excel و SPSS برای بررسی تغییرات چقرمگی شکست در اثر تغییر عرض ترک استفاده شد. در نهایت با انجام سه آزمایش این نتیجه حاصل شد که با افزایش 50 درصدی عرض ترک چقرمگی شکست 20 درصد کاهش می‌یابد. در ضمن با افزایش خطی عرض ترک چقرمگی شکست به صورت خطی کاهش می‌یابد.

### کلمات کلیدی

چقرمگی شکست، حالت اول، استوانه توخالی، سنگ مارن، عرض ترک

\* عهده دار مکاتبات: Meh\_hosseini18@yahoo.com

## 1- مقدمه

ضریب شدت تنش ( $K$ )، مقدار تنش موضعی را در اطراف نوک ترک تعیین می‌کند. این ضریب به میزان بارگذاری، اندازه ترک، شکل ترک و مرزهای هندسی وابسته است. ضریب شدت تنش یک مقدار پایه برای تنش بوده و به وسیله رابطه زیر (رابطه 1) محاسبه می‌شود [2].

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \times f(a/w) \quad (1)$$

که در آن:

$\sigma$ : تنش جزئی وارده بر جز،  $a$ : طول ترک و  $f(a/w)$ :

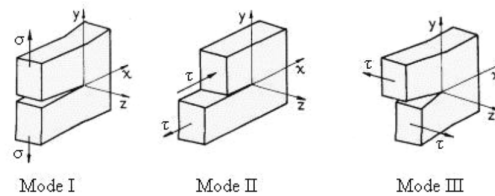
ضریب تصحیح که وابسته به هندسه نمونه و ترک است.

سه شیوه متداول برای تعیین ضرایب شدت تنش وجود دارد که شامل روش روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی می‌شود. آزمون‌های آزمایشگاهی برای مطالعه فرآیند شکست در نمونه‌های سنگی و شبه سنگی حاوی ترک‌های از پیش تعیین شده است. روش‌های تحلیلی عددی مانند روش اجزاء محدود و اجزاء مرزی به‌طور گسترده‌ای برای حل مسائل مربوط به مکانیک شکست بر اساس تئوری‌های مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده شده است [6]. راه حل‌های تحلیلی برای حل مسائل ساده مکانیک شکست ارائه شده است و برای صحت سنجی نتایج حاصل از تحلیل عددی به کار می‌رود [7].

انجمن بین‌المللی مکانیک سنگ آزمایش‌هایی را برای تعیین چقرمگی شکست حالت اول سنگ پیشنهاد کرده است که می‌توان به آزمایش بارگذاری خمش سه نقطه‌ای بر نمونه استوانه‌ای دارای ترک چورون<sup>6</sup>، آزمایش بارگذاری کششی بر نمونه استوانه کوتاه و آزمایش بارگذاری بر روی دیسک برزیلی دارای ترک چورون اشاره کرد [8]. یکی از مناسب‌ترین آزمایش‌ها برای مطالعه مکانیک شکست مواد شکننده آزمایش روی دیسک برزیلی است [9]. هر چند در سال 2014 آزمایش بارگذاری خمش سه نقطه‌ای بر روی نمونه‌های نیم دایره هم از سوی انجمن بین‌المللی مکانیک سنگ به‌عنوان یک روش استاندارد پذیرفته شده است [10]. در زمینه چقرمگی شکست حالت اول سنگ تحقیقات گوناگونی صورت گرفته است. الیها<sup>7</sup> و همکارانش در سال 2012 دو سری آزمایش روی نمونه‌های سنگ آهک انجام دادند که شامل آزمایش خمش سه نقطه‌ای بر روی نمونه‌های نیم دایره‌ای و آزمایش روی دیسک برزیلی دارای ترک می‌شود.

اولین کارهای انجام شده بر روی مکانیک شکست متعلق به گریفیث<sup>1</sup> است. او مطالعاتش را از حدود سال 1920 آغاز نمود. بعد از آن ایروین<sup>2</sup> در سال‌های 1952 تا 1954 ضریبی به نام ضریب شدت تنش را تعریف کرد که مقدار تنش محلی را در اطراف نوک ترک نشان می‌دهد. تحقیقات اولیه در زمینه سنگ‌ها به کارهای هوک<sup>3</sup> و بینیاوسکی<sup>4</sup> در سال 1965 در آفریقای جنوبی بر می‌گردد. در زمینه چقرمگی شکست حالت اول که موضوع این تحقیق است کارهای مختلفی انجام شده است از جمله کار اوچترونی<sup>5</sup> که در سال 1981 یک قطعه استوانه‌ای ترک دار را تحت بارگذاری خمش سه نقطه‌ای قرار داد و روشی را برای تعیین چقرمگی شکست حالت اول ارائه داد [1].

دسته بندی شکست بر اساس حالت شکست از اصطلاحات قدیم مکانیک شکست است. سه حالت شکست در مکانیک شکست امکان پذیر است که حالت اول (کششی)، حالت دوم (برشی) و حالت سوم (ترکیبی) (شکل 1) نامیده می‌شوند [2].



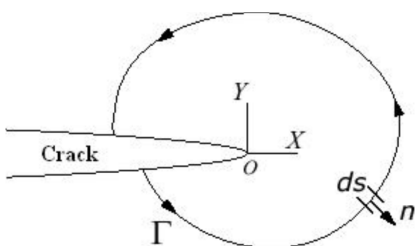
شکل 1: حالت‌های شکست [3]

چقرمگی شکست، مقاومت در مقابل شکست است و همچنین مقدار بحرانی ضریب شدت تنش نیز نامیده می‌شود. به‌طور کلی، چقرمگی شکست به عواملی چون: دما، محیط، نرخ بارگذاری، ترکیب ماده و ساختار میکروسکوپی به همراه اثرات هندسی بستگی دارد. چقرمگی شکست برای حالات مختلف با علامت  $K_{Ic}$ ،  $K_{IIc}$  و  $K_{IIIc}$  نشان داده می‌شود [4، 5].

چقرمگی شکست می‌تواند با استفاده از یکی از موارد ضریب شدت تنش ( $K$ )، جابجایی بازشدگی نوک ترک (CTOD) و یا انتگرال  $J$  به دست آید. این پارامترها، پارامترهای معمول و رایج شکست هستند [5].

بازشدگی قرار می‌گیرند و به همین دلیل فقط چقرمگی شکست حالت اول بررسی می‌گردد.

در این تحقیق برای محاسبه چقرمگی شکست حالت اول از انتگرال  $J$  استفاده شده است. انتگرال  $J$  به‌عنوان یک انتگرال خطی مستقل از مسیر تعریف شده است (شکل 2) که میزان شدت تنش‌ها و کرنش‌های سینگولار<sup>9</sup> را در نزدیکی نوک ترک اندازه‌گیری می‌کند. این انتگرال توسط رایس<sup>10</sup> در سال 1968 معرفی شد [15]. انتگرال  $J$  برای مواد الاستیک غیرخطی حاوی ترک محاسبه شده است. در حل مسائل مکانیک شکست با رویکرد الاستیک خطی میدان جابجایی اطراف نوک ترک به‌صورت تابعی از  $\sqrt{r}$  بیان می‌گردد که در آن  $r$  معرف فاصله از نوک ترک است. به همین ترتیب تنش و کرنش در نوک ترک نیز سینگولار شده و تابعی از  $1/\sqrt{r}$  خواهد بود [16].



شکل 2: مسیر کانطور در اطراف نوک ترک [16]

مقدار  $J$  از رابطه 2 به دست می‌آید [2]:

$$J = \int_{\Gamma} w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \quad (2)$$

که در آن داریم:  $w$ ، چگالی انرژی کرنش، به‌عنوان مثال انرژی کرنش بر واحد حجم.

$$w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (3)$$

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (4)$$

که در آن:

$T_i$ : بردار کششی،  $\Gamma$ : یک مسیر دلخواه در اطراف نوک ترک،  $n$ : بردار واحد به سمت خارج و عمود بر مسیر  $\Gamma$ ،  $\sigma$ : جز (مؤلفه) تنش،  $\varepsilon$ : کرنش،  $u$ : بردار جابجایی،  $s$ : فاصله در طول مسیر  $\Gamma$ ، اما انتگرال  $J$  در اطراف نوک ترک غالباً در یک شکل کلی تر مانند رابطه (5) بیان می‌گردد [16]:

بررسی‌های محقق نشان داد در نتایج اختلاف قابل توجهی وجود دارد که به علت وابستگی چقرمگی شکست به ژئومتری و شرایط بارگذاری روی نمونه است [11]. قزوینیان و همکارانش در سال 2013 با مطالعات آزمایشگاهی و عددی بر روی نمونه‌های دیسک برزیلی دارای ترک مستقیم به بررسی اثر زاویه شیب ترک و طول ترک بر روی چقرمگی شکست پرداختند [12]. فوناتسو و همکارانش در سال 2014 به بررسی اثر دما و فشار جانبی بر روی چقرمگی شکست حالت اول و دوم ماسه‌سنگ پرداختند آزمایش خمش سه‌نقطه‌ای بر روی نمونه‌های نیم دایره‌ای انجام شد و فشار محصورکننده تا 5 مگاپاسکال افزایش یافت. نتایج نشان داد چقرمگی شکست با افزایش فشار جانبی افزایش می‌یابد [13]. حائری و همکارانش در سال 2014 با استفاده از روش ناپیوستگی - جابجایی مکانیزم انتشار ترک‌ها در مواد شبه سنگی را مورد تحلیل قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که ترک‌های باله‌ای از ابتدا شروع به انتشار می‌کنند و نقش اصلی در شکست نمونه‌های شبه سنگی دارند [9]. بهنیا و همکاران در سال 91 به بررسی اثر پارامتر الاستیک لایه‌ها بر نحوه گسترش شکست هیدرولیکی با استفاده از روش ناپیوستگی - جابجایی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که خصوصیات الاستیک لایه‌ها می‌تواند میزان بازشدگی شکست هیدرولیکی و هندسه شکستگی را تغییر دهد [7].

بسیاری از مخازن نفت و گاز با نفوذپذیری بالا در نقاط مختلف جهان از جمله در ایران، در حال تمام شدن است از این رو تأمین مواد خام اولیه مورد نیاز برای مصارف گوناگون صنعتی از مخازن با نفوذپذیری پایین صورت می‌گیرد. برای بهره‌برداری بهینه از این مخازن، لازم است که عملیات اضافی روی این مخازن صورت گیرد. روش‌های گوناگونی برای افزایش بازده چاه نفت و گاز با نفوذپذیری پایین وجود دارد که یکی از این روش‌ها شکست هیدرولیکی است. در زمینه بررسی چقرمگی شکست در عملیات شکست هیدرولیکی در ایران مطالعات آزمایشگاهی انجام نشده ولی در زمینه مدلسازی عددی پژوهش‌هایی توسط آیت‌اللهی انجام شده است [3]. در جهان مطالعات آزمایشگاهی توسط چن<sup>8</sup> بر روی نمونه‌های استوانه‌ای توخالی انجام شده است [14]. با توجه به اینکه ترک اولیه موازی محور چاه است. لذا وجوه ترک تنها در معرض

در این تحقیق آزمایش‌های تراکم تک‌محوری، برزیلی، سه محوری و آزمایش صوت به ترتیب، برای تعیین مقاومت تراکم تک‌محوری، مقاومت کششی، خصوصیات مقاومتی سنگ (چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی) و تعیین سرعت امواج طولی در سنگ، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون و همچنین آزمایش‌هایی برای تعیین تخلخل و جرم مخصوص انجام شده است. نتایج این آزمایش‌ها در جدول 1 آورده شده است.

جدول 1: خصوصیات ژئومکانیکی سنگ مارن

ردیف	نوع پارامتر (واحد)	مقدار
1	چگالی اشباع $kg/m^3$	2416
2	چگالی خشک $kg/m^3$	2386
3	تخلخل (%)	3/29
4	مقاومت کششی (MPa)	7/32
5	مقاومت تراکم تک‌محوری (MPa)	39/9
6	مدول الاستیسیته (MPa)	5381
7	ضریب پواسون	0/265
8	چسبندگی (MPa)	4/362
9	زاویه اصطکاک داخلی (درجه)	49/98
10	سرعت صوت (m/s)	5036/66

نمونه مطلوب برای این آزمایش نمونه استوانه توخالی است که دارای قطر 73 میلی‌متر و ارتفاع 150 میلی‌متر است که در مرکز آن گمانه‌ای به قطر 25 میلی‌متر حفاری شده است. با در نظر گرفتن هندسه نامناسب بلوک در ابتدا مکان‌هایی بر هر بلوک تعریف می‌شود تا بتوان از آن‌ها نمونه‌های مطلوب استخراج شود. در مرحله بعد بایستی گمانه‌ای به قطر 25 میلی‌متر زده شود. در مرحله بعد بدون جابجایی نمونه، به جای مته 25 میلی‌متری، مته 73 میلی‌متری نصب شده و مغزه گیری انجام می‌شود. مغزه به دست آمده استوانه‌ای با طول بیش از 150 میلی‌متر و به قطر 73 میلی‌متر که در مرکز آن گمانه‌ای به قطر 25 میلی‌متر وجود دارد، است. در این مرحله بایستی این استوانه در ابعاد مناسب برش داده شود تا نمونه‌ای مطلوب حاصل گردد، (شکل 3).

در مرحله بعد، در نمونه دو ترک مصنوعی با طول و عرض مشخص به منظور بررسی اثر عرض ترک بر چقرمگی شکست ایجاد می‌شود. برای ایجاد این ترک‌ها، نمونه بر

$$J_i = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( wn_i - n_j \sigma_{jk} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) d\Gamma \quad (5)$$

در نهایت ضریب شدت تنش در حالت اول به وسیله رابطه 6 محاسبه می‌شود [5]:

$$K_I = 0.5 \sqrt{\frac{8\mu}{k+1}} \left( \sqrt{J_1 - J_2} + \sqrt{J_1 + J_2} \right) \quad (6)$$

که در آن:  $J_i$  کامپوننت انتگرال  $J$  برای بازشدگی ترک در راستای  $x_i$ ،  $\mu$ ، مدول برشی.

$$k = \begin{cases} \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{تنش صفحه‌ای} \\ \frac{3-4\nu}{3-4\nu} & \text{کرنش صفحه‌ای} \end{cases} \quad (7)$$

سه پارامتر طول و عرض ترک و فشار جانبی در چقرمگی شکست مؤثرند. در این تحقیق، به دست آوردن اثر عرض ترک بر چقرمگی شکست حالت اول و به دست آوردن رابطه آن با میزان فشار لازم جهت گسترش ترک‌ها در فرایند شکست هیدرولیکی در چاه‌های نفتی مورد بررسی قرار گرفت تا بتوان بهترین عملکرد را از این گونه چاه‌ها به دست آورد. این تحقیق بر پایه روش‌های آزمایشگاهی و عددی استوار است. این مطالعات آزمایشگاهی بر روی نمونه‌های استوانه‌ای توخالی سنگ مارن (که مخازن نفتی جنوب را تشکیل می‌دهد) انجام می‌شود. دو ترک متقارن در دو طرف طول نمونه به صورت مصنوعی ایجاد می‌شود و اثر عرض ترک بر چقرمگی شکست حالت اول بررسی می‌گردد. در هندسه و بارگذاری پیچیده، تکنیک المان محدود روش بسیار قابل اعتماد و مناسبی برای تعیین ضرایب شدت تنش است در نتیجه از این روش عددی در این مطالعه استفاده شد.

## 2- مطالعات آزمایشگاهی اثر عرض ترک بر چقرمگی

### حالت اول

#### 1-2- نمونه مورد آزمایش

آزمایش‌ها بر روی دو بلوک مارن تهیه شده از سازند بنگستان انجام و بلوک‌ها با شماره‌های یک و دو نام‌گذاری گردید. به طور مثال شماره نمونه 1-2: یعنی مغزه شماره دو از بلوک یک.

جدول 2: ابعاد نمونه‌های آماده شده

شماره نمونه	1-1	2-1	1-2
عرض ترک (mm)	3/09	2/03	3/755
طول ترک (mm)	8/32	8/21	8/395
قطر بیرونی (mm)	73/09	73/40	73/43
قطر درونی (mm)	24/98	24/87	24/65
ارتفاع (mm)	149/91	150/13	151/72

### 2-2- دستگاه آزمایش

دستگاه مورد استفاده برای مطالعه چقرمگی شکست در این تحقیق از چهار بخش مجزا، شامل: سلول آزمایش، جک اعمال کننده بار محوری، پمپ اعمال کننده فشار جانبی و پمپ اعمال کننده فشار داخل گمانه تشکیل می‌شود که در ادامه به توضیح هر بخش به صورت جداگانه پرداخته می‌شود.

#### 2-2-1- سلول آزمایش

سلول آزمایش مورد استفاده در این تحقیق، سلول تغییر یافته هوک است که در شکل 6 به تصویر کشیده شده است. این سلول دارای دو درپوش فولادی، یک غشای انعطاف پذیر برای در بر گرفتن نمونه سنگ و اعمال بار جانبی است. این سلول برای نمونه‌هایی با قطر 73 میلی‌متر طراحی شده است که دارای گمانه‌ای به قطر 25 میلی‌متر در وسط خود هستند. ارتفاع مناسب نمونه‌هایی که در داخل این سلول قرار می‌گیرند 150 میلی‌متر است.



شکل 6: سلول تغییر یافته هوک

دستگاهی قرار می‌گیرد که به وسیله تیغه‌ای با عرض مشخص برای ایجاد ترک با عرض تعیین شده در نمونه، به صورت رفت و برگشتی، ترک‌ها را ایجاد می‌کند (شکل 4). این دو ترک به صورت موازی و قرینه نسبت به یکدیگر ایجاد می‌شوند.



شکل 3: نمونه پس از برش کامل

آخرین مرحله برای آماده‌سازی نمونه استوانه توخالی جدار ضخیم دارای ترک مصنوعی، ساب و صیقل است. نمونه مطلوب آماده‌شده در شکل 5 نشان داده شده است.



شکل 4: ایجاد ترک‌های مصنوعی بر نمونه



شکل 5: نمونه مطلوب آماده شده

نمونه مطلوب در شکل 5 و ابعاد نمونه‌های آماده شده در جدول 2 آورده شده است.



شکل 8: غشا انعطاف‌پذیر در داخل نمونه و متصل به صفحه بارگذاری

پس از قرار گیری سلول به همراه صفحه بارگذاری در بین صفحات بارگذاری محوری و اتصال شلنگ‌های فشار جانبی و فشار داخل گمانه به سلول، صفحه بارگذاری قسمت بالایی نمونه بر روی سر دیگر غشای انعطاف‌پذیر قرار گرفته و تنش محوری برابر  $7 \text{ MPa}$  (مقدار بار 25861 نیوتون بر سطح مقطعی به مساحت  $3694/5$  میلی‌متر مربع) به مجموعه وارد می‌شود. بار محوری قابلیت برنامه‌ریزی و مرحله‌بندی را دارد.

پس از ثابت شدن سلول در زیر دستگاه بارگذاری محوری، فشار جانبی بر طبق برنامه آزمایش به نمونه وارد می‌شود که در تمامی آزمایش‌ها برابر  $1 \text{ MPa}$  است. شکل 9 نمایی از سلول سه محوری بعد از متصل کردن پمپ‌ها به ورودی‌های سلول در حین انجام آزمایش در زمانی که بار محوری و جانبی اعمال شده است را نشان می‌دهد.

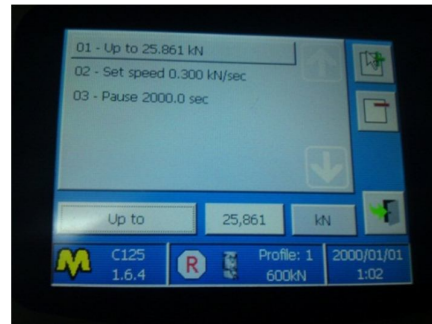


شکل 9: سلول سه محوری بعد از متصل کردن پمپ‌ها به ورودی‌های سلول

پس از اعمال و ثابت شدن بار محوری و جانبی، فشار منفذی به صورت صعودی اعمال می‌شود تا زمانی که فشار منفذی افت کند که نشان از آن دارد که نمونه در داخل سلول شکسته است (شکل 10 الی شکل 11).

## 2-2-2- جک اعمال کننده بار محوری

جک فشاری برقی و دیجیتال تمام خودکار با ظرفیت 2000 KN با قابلیت محاسبه، نمایش، پردازش و ثبت نتایج آزمایش به صورت خودکار و قابلیت اتصال به رایانه و چاپگر جهت نمایش نتایج است که نمای دستگاه در شکل 7 نشان داده شده است.



شکل 7: نمایی از دستگاه کنترل کننده و ثبت داده‌ها مربوط به جک محوری

## 2-2-3- پمپ اعمال کننده فشار جانبی

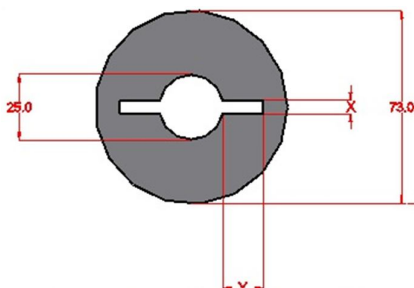
دستگاه اعمال و کنترل فشار جانبی ساخت شرکت Matest ایتالیا بوده و دارای ظرفیت 60 مگاپاسکال است. این دستگاه به سلول تغییر یافته هوک وصل شده و با پمپ کردن روغن به سلول، فشار به غشای انعطاف‌پذیر که دربرگیرنده نمونه است، اعمال می‌گردد.

## 2-2-4- پمپ اعمال کننده فشار داخل گمانه

این پمپ به یکی از دو صفحه بارگذاری طراحی شده وصل می‌شود. این دو صفحه بارگذاری بر روی دو طرف نمونه که در داخل سلول است، قرار می‌گیرد، همان‌طور که در شکل 8 مشاهده می‌شود یکی از صفحات بارگذاری به غشای انعطاف‌پذیر متصل است، سپس با اعمال فشار و پمپ شدن روغن به داخل غشا و باز شدن آن، ترک رشد کرده و در نهایت سنگ دچار شکست می‌شود.

## 2-3- نحوه انجام آزمایش

نمونه در داخل سلول تغییر یافته هوک قرار می‌گیرد. پس از آن غشای انعطاف‌پذیر که در صفحه بارگذاری قرار گرفته و محکم شده است، در داخل گمانه رفته و به همراه سلول بین صفحات قرار می‌گیرد.



شکل 12: طول و عرض ترک در نمونه در حالت دید از بالا



شکل 10: نمونه شکسته شده

### 3- تحلیل عددی اثر عرض ترک بر چقرمگی حالت اول

روش المان محدود، یک روش عددی است که می‌توان آن را برای حل مسائل متعدد و متنوع مهندسی در حالت‌های مختلف پایدار، گذرا، خطی یا غیرخطی مانند تحلیل تنش، انتقال حرارت و جریان سیال به کار گرفت.

بدون شک روش المان محدود، انقلابی در صنعت جهان و نحوه نگرش به تحلیل و طراحی به وجود آورد. حل مسائلی که توسط روش معمول تحلیلی غیرممکن می‌نمود، باعث گردید تا این روش به‌عنوان جز جدایی‌ناپذیر پیشرفت صنعتی درآید. نرم‌افزارهای ABAQUS و ANSYS از جمله نرم‌افزارهای عددی در علم مکانیک است از قابلیت‌های ویژه این نرم‌افزار مدلسازی ترک است این نرم‌افزارها برای محاسبه ضریب شدت تنش از انتگرال J استفاده می‌کنند.

#### 3-1- نرم‌افزار ABAQUS

نرم‌افزار ABAQUS بر اساس روش المان محدود ساخته شده است که برای تنش، انتقال حرارت و دیگر تحلیل‌ها در حوزه سازه‌ای، مکانیکی، عمران، پزشکی و دیگر برنامه‌های مهندسی مرتبط مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سال 1978، هیبیت به همراه دو شریک خود کارلسون و سورنسن شرکتی را با نام HKS تأسیس کردند که اولین ویرایش ABAQUS را منتشر کرد. برای مدلسازی در این تحقیق از ABAQUS ویرایش 6/12 استفاده شده است. تحلیل‌های شکست دوبعدی و سه‌بعدی به وسیله این نرم‌افزار می‌تواند انجام شود. این نرم‌افزار برای محاسبه ضریب شدت تنش از انتگرال J استفاده می‌کند [17].



شکل 11: نمونه شکسته شده به‌صورت باز شده خارج از سلول

#### 2-4- برنامه آزمایش

برای بررسی اثر عرض ترک بر چقرمگی شکست حالت اول در استوانه توخالی 3 آزمایش مطابق جدول 3 برنامه‌ریزی شد. منظور از عرض ترک میزان بازشدگی ترک مصنوعی که به‌صورت مستطیلی برش داده شده است، است (X در شکل 16). فاکتور Y در شکل 12 معرف طول ترک است که در تمامی آزمایش‌ها برابر حدود 8 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در این تحقیق 3 نمونه استوانه‌ای توخالی مورد آزمایش قرار می‌گیرد (جدول 3).

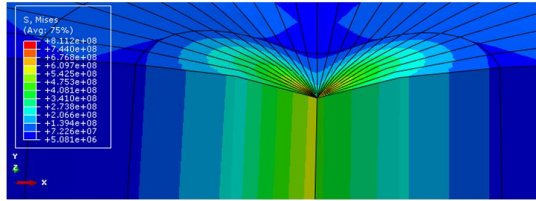
جدول 3: برنامه کلی آزمایش‌ها

نوع پارامتر متغیر	مقدار حداقل	مقدار میانه	مقدار حداکثر
عرض ترک (میلی‌متر)	2	3	4

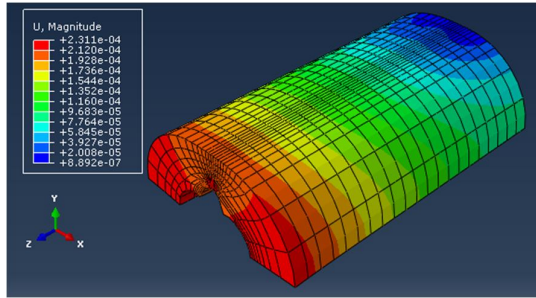
پس از انجام آزمایش‌ها و به دست آوردن فشار شکست مربوط به هر آزمایش، مقدار ضریب شدت تنش حالت اول که در فشار شکست برابر چقرمگی شکست است، با استفاده از مدلسازی عددی در دو نرم‌افزار ABAQUS و ANSYS تعیین می‌گردد.

### 2-3- نرم‌افزار ANSYS

نرم‌افزار ANSYS بر اساس روش المان محدود است که برای مدل‌سازی در زمینه‌های سازه‌ای، جریان حرارتی، جریان سیال و الکترومغناطیس مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نرم‌افزار توسط کمپانی ANSYS توسعه داده شده است. برای مدل‌سازی در این تحقیق از ANSYS ویرایش 14 استفاده شده است. اگرچه مدل‌سازی شکست دوبعدی و سه‌بعدی به وسیله این نرم‌افزار قابلیت اجرا را دارد، مدل‌سازی سه‌بعدی با توجه به برنامه‌نویسی ANSYS بسیار مشکل است. برای محاسبه ضریب شدت تنش، روش انتگرال  $J$  و روش همبستگی جابجایی در این نرم‌افزار فراهم شده است [18].



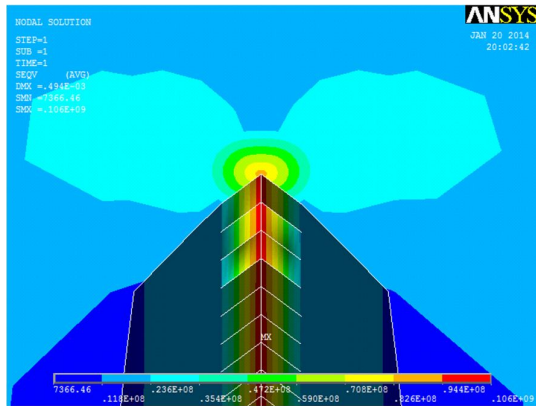
شکل 13: تغییرات تنش میانگین در اطراف نوک ترک در نرم‌افزار ABAQUS



شکل 14: تغییرات جابجایی میانگین در نمونه در نرم‌افزار ABAQUS

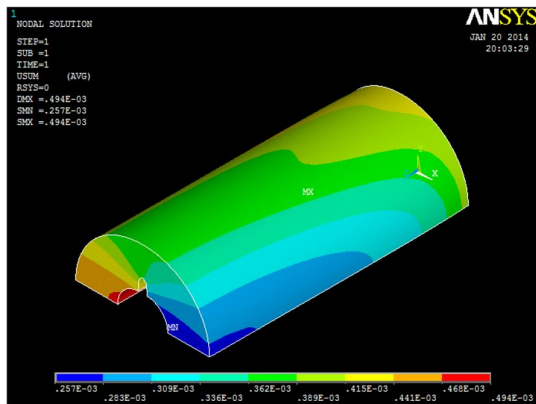
### 3-3- یک نمونه از مدل‌سازی‌های انجام شده به کمک نرم‌افزار ANSYS و ABAQUS

در این مثال، طول ترک برابر 8 میلی‌متر، عرض ترک برابر 3 میلی‌متر، فشار جانبی و تنش محوری به ترتیب برابر 1 و 7 مگاپاسکال و فشار داخل گمانه که باعث شکست نمونه می‌شود برابر 15 مگاپاسکال می‌شود. مقادیر تنش در اطراف نوک ترک و مقادیر کل جابجایی‌ها در شکل‌های 13 تا 16 قابل مشاهده است.

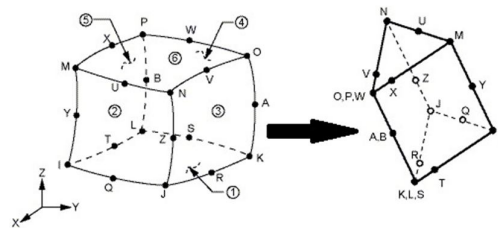


شکل 15: تنش میانگین در اطراف نوک ترک در نرم‌افزار ANSYS

برای مدل‌سازی در هر دو نرم‌افزار از المان‌های سینگولار 15 گره‌ای 5 وجهی که در ابتدا المان‌های 20 گره‌ای 6 وجهی بوده‌اند، استفاده شده است که گره میانی المان به فاصله 0/25 نوک ترک منتقل شده است تا مقادیر به دست آمده نزدیک به مقدار تجربی باشد (مطابق شکل 12).



شکل 16: جابجایی میانگین در کل مدل در نرم‌افزار ANSYS



شکل 12: نحوه تبدیل المان برای محاسبات نوک ترک [6]

مقدار چقرمگی شکست به دست آمده در این مثال در نرم‌افزار ABAQUS برابر  $2/1499 MPa\sqrt{m}$  است.



می‌دهد با افزایش عرض ترک، مقدار چقرمگی شکست حالت اول به صورت خطی کاهش می‌یابد (شکل 18). برای به دست آوردن رابطه‌ها از طریق رگرسیون تک متغیره از نرم‌افزار Excel و از طریق رگرسیون چند متغیره از نرم‌افزار SPSS استفاده شده است. روابط 8 و 9 از نرم‌افزار Excel و رابطه 10 از رگرسیون خطی در نرم‌افزار SPSS به دست آمده است. این روابط به دست آمده است تا بتوان برای این نوع سنگ مارن اثر عرض ترک‌ها بر روی فشار شکست و چقرمگی شکست حالت اول را بررسی کرد و در حالتی که شرایط بارگذاری و ژئومتری ترک به غیر از عرض ترک مشابه شرایط مدلسازی شده باشد بتوان بدون انجام آزمایش و مدلسازی عددی فشار شکست و چقرمگی را به دست آورد. رابطه 10 که از طریق رگرسیون خطی چند متغیره به دست آمده است، ضریب همبستگی بالاتری نسبت به رابطه 9 دارد.

$$P = -3.5933x + 27.039 \quad (R^2 = 0.986) \quad (8)$$

$$K_{Ic} = -0.7162x + 4.581 \quad (R^2 = 0.9747) \quad (9)$$

$$K_{Ic} = -2.724 + 0.255x + 0.27P \quad (R^2 = 1) \quad (10)$$

پارامترهای ارائه شده در روابط (8) تا (10) عبارت‌اند از:

x: عرض ترک (mm)

P: فشار شکست (MPa)

$K_{Ic}$ : چقرمگی شکست ( $MPa\sqrt{m}$ )

مقدار چقرمگی شکست به دست آمده در این مثال در نرم‌افزار ANSYS برابر  $2/2575 MPa\sqrt{m}$  است.

#### 4- تحلیل نتایج

سه آزمایش روی نمونه‌های استوانه‌ای توخالی جدار ضخیم سنگ مارن انجام شد. که طول ترک‌های از پیش ایجاد شده در تمام نمونه‌ها یکسان ولی عرض این ترک‌ها متفاوت است. مقدار تنش جانبی برابر 1 مگاپاسکال و تنش محوری 7 مگاپاسکال در تمامی آزمایش‌ها بوده است. در هر آزمایش در نهایت فشار شکست نمونه‌های ترک‌دار به دست می‌آید. ژئومتری ترک‌های از پیش ایجاد شده و نتایج این آزمایش‌ها در جدول 4 مشاهده می‌شود. همان‌طور که در جدول 4 آمده است، با افزایش عرض ترک به صورت خطی، فشار لازم برای شکست به صورت خطی کاهش می‌یابد (شکل 17). پس از انجام آزمایش‌ها، سه مدلسازی‌های عددی به وسیله نرم‌افزارهای ABAQUS و سه مدل‌سازی عددی به وسیله نرم‌افزار ANSYS برای تعیین چقرمگی شکست حالت اول نمونه‌ها انجام شد. عرض ترک‌های از پیش ایجاد شده در سه مدل عددی متفاوت است در نتیجه اثر عرض ترک بر روی چقرمگی شکست حالت اول در نمونه‌های استوانه توخالی جدار ضخیم سنگ مارن بررسی می‌شود. مقادیر چقرمگی شکست حالت اول به دست آمده از نرم‌افزارهای ABAQUS و ANSYS در جدول 4 قابل مشاهده است. نتایج مدلسازی عددی نشان

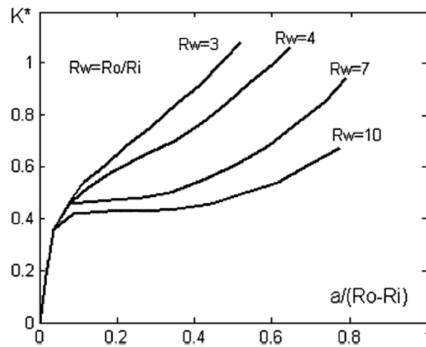
جدول 4: نتایج حاصل از بررسی اثر عرض ترک بر چقرمگی شکست

شماره نمونه	عرض پیش فرض (mm)	طول پیش فرض (mm)	عرض واقعی (mm)	طول واقعی (mm)	فشار شکست در آزمایش (MPa)	$K_{Ic}$ حاصل از ABAQUS $MPa\sqrt{m}$	$K_{Ic}$ حاصل از ANSYS $MPa\sqrt{m}$	میانگین گیری $K_{Ic}$ حاصل از
2-1	2	8	2/03	8/21	19/580	3/1076	3/0580	3/0828
1-1	3	8	3/09	8/32	16/361	2/4262	2/5398	2/483
1-2	4	8	3/755	8/395	13/284	1/7299	1/9120	1/821

مطابق با آن چقرمگی شکست نیز کاهش می‌یابد. نمودارها نشان می‌دهند فشار و چقرمگی شکست با عرض ترک دارای رابطه معکوس هستند. در اکثر روابط تحلیلی موجود عرض ترک‌ها صفر در نظر گرفته شده است و در روابط عرض ترک وارد نشده است در حالی که در بعضی موارد

همان‌طور که در نمودارها دیده می‌شود، به علت افزایش عرض ترک، فشار داخل گمانه کمتری برای گسترش ترک مصنوعی نیاز است؛ زیرا غشا انعطاف‌پذیر با بیش‌تر شدن عرض ترک، قسمت بیش‌تری از سطوح ترک را پوشش می‌دهد و به همین دلیل، فشار شکست کاهش می‌یابد و

$R_o$ : قطر خارجی استوانه جدار ضخیم  
 $a$ : طول پیش ترک  
 $P$ : فشار داخلی بر سطح داخلی نمونه  
 $K^*$ : ضریبی که با استفاده از  $R_o/R_i$  و  $a/(R_o/R_i)$  از نمودار شکل 19 تعیین می‌گردد.



شکل 19: نمودار مورد نیاز برای محاسبه  $K^*$  [11]

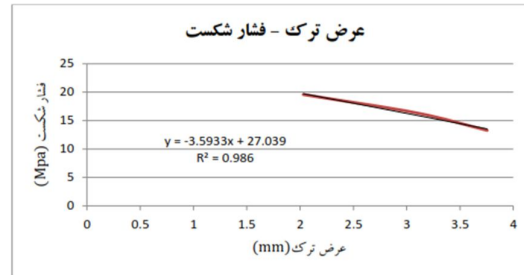
مقدار  $R_w$  با توجه به ژئومتری نمونه‌ها تقریباً 3 و  $K^*$  از نمودار حدود 0/7 به دست می‌آید. از این رابطه مقادیر چقرمگی شکست برای نمونه‌های 1-1، 2-1 و 1-2 به ترتیب 2/75، 2/3 و 1/88 مگاپاسکال در جذر متر به دست می‌آید. اختلافی که بین نتایج به دست آمده از رابطه 11 و مدلسازی وجود دارد به دلیل فرض فشار جانبی صفر در به دست آوردن رابطه همچنین رابطه 11 برای زمانی که عرض ترک صفر است ارائه شده در ضمن این فرمول با فرض کرنش صفحه‌ای به دست آمده است.

### 6- نتیجه‌گیری

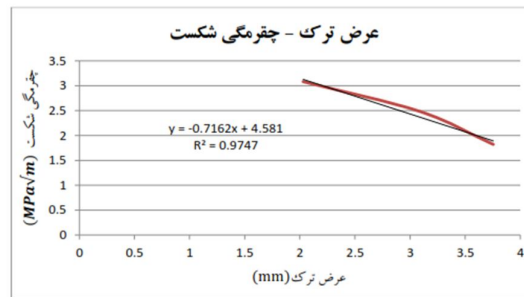
اثر عرض ترک بر چقرمگی حالت اول در نمونه سنگ‌های استوانه‌ای توخالی مارن با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج زیر به دست آمد:

- نمونه‌های استوانه‌ای توخالی جدار ضخیم سنگ مارن که دارای ترک مصنوعی با شعاع ترک صفر هستند، زمانی که تحت تنش سه محوری قرار می‌گرفتند با افزایش فشار داخل گمانه به صورت قطری می‌شکستند.
- افت فشار داخل گمانه نشان‌دهنده شکست نمونه است.
- عرض ترک رابطه معکوس و خطی با فشار و چقرمگی شکست حالت اول دارد.
- با افزایش 50 درصدی عرض ترک چقرمگی شکست

عرض ترک‌ها صفر نیست مانند ترک‌هایی اولیه‌ای که قبل از عملیات شکست هیدرولیکی در دیواره چاه ایجاد می‌شود. این عملیات برای ازدیاد برداشت نفت و گاز از مخازن با نفوذپذیری پایین انجام می‌شود.



شکل 17: نمودار عرض ترک - فشار شکست



شکل 18: نمودار عرض ترک - چقرمگی شکست

### 5- صحت سنجی نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی

نتایج مدلسازی عددی، با نتایج حاصله از رابطه‌ای که توسط شن ارائه شده است مطابقت دارد. این مقایسه صحت نتایج مدلسازی عددی را تأیید می‌کند. شن در سال 1996 برای حالتی که گمانه تحت فشار است و بر سطوح ترک، فشاری اعمال نمی‌شود (به عبارتی فشار جانبی صفر است) رابطه 11 را برای محاسبه چقرمگی شکست حالت اول ارائه کردند [14].

$$1 + \left(\frac{R_i}{R_o}\right)^2 \frac{P\sqrt{\pi.a.K^*}}{1 - \left(\frac{R_i}{R_o}\right)^2} \quad (11)$$

در این رابطه:

$K_i$ : ضریب شدت تنش

$R_i$ : قطر داخلی استوانه جدار ضخیم

Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. 51, pp. 149-161.

[9] Haeri H., Shahriar K., Marji, MF., Moaref Vand, P. (2014) "An experimental and numerical study of crack propagation and cracks coalescence in the pre-cracked rock-like disc specimens under compression", Int J Rock Mech Min Sci, Vol 67, pp.20-28.

[10] Kuruppu, M.D., Obara, Y., Ayatollahi, M. R., Chong, K. P., Funatsu, T. (2014) "ISRM-Suggested Method for Determining the Mode I Static Fracture Toughness Using Semi-Circular Bend Specimen", Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 47, pp. 267-274.

[11] Aliha, M., Sistaninia, M., Smith, D.J., Pavier, M.J., Ayatollahi, M.R. (2012) "Geometry Effects and Statistical Analysis of Mode I Fracture in Guiting Limestone", International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. 51, pp. 128-135.

[12] Ghazvinian, A., Nejati, HR., Sarfarazi, V., Hadei, MR. (2013) "Mixed Mode Crack Propagation in Low Brittle Rock-Like Materials", Arabian Journal of Geosciences, Vol 6, pp.4435-4444.

[13] Funatsu, T., Kuruppu, M., Matsui, M. (2014) "Effects of Temperature and Confining Pressure on Mixed-Mode(I-II) and Mode II Fracture Toughness of Kimachi Sandstone", International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. 67, pp. 1-8.

[14] Chen, M. and Zhang, G.-Q. (2004) "Laboratory Measurement and Interpretation of the Fracture Toughness of Formation Rocks At Great Depth", Journal of Petroleum Science and Engineering Vol. 41, pp. 221-231.

[15] Rice, J.R. (1968) "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks" J. App. Mech., Vol. 35, pp. 379-386.

[16] <http://www.en.wikipedia.org/>

[17] باقری، بهروز؛ عباسی، محمود و کتابچی، مصطفی؛ (1391) "مرجع کاربردی نرم‌افزار ABAQUS"، انتشارات کیان رایانه سبز.

[18] وهایی، حامد؛ (1391) "طراحی مکانیزم‌های صنعتی با استفاده از روش المان محدود در نرم‌افزار ANSYS"، انتشارات اندیشه سرا.

حالت اول حدود 20 درصد کاهش می‌یابد.

➤ نتایج آزمایشگاهی و عددی به دست آمده در این تحقیق با هم مطابقت بسیار خوبی دارند.

➤ مقایسه نتایج حاصل از مدلسازی عددی با نتایج به دست آمده از رابطه 11 صحت نتایج مدلسازی عددی را بیشتر تأیید می‌کند.

➤ این تحقیق نشان‌دهنده اهمیت ژئومتری ترک است که در مدلسازی‌ها باید به دقت لحاظ گردد (خصوصاً اثر عرض ترک).

## 7- مراجع

[1] Alpay, C. (2008) "Investigation of Geometrical Factors for Determining Fracture Toughness with the Modified Ring Test", Master Of Science Dissertation, Department of Mining Engineering, Middle East Technical University.

[2] Perez, N. (2004) Fracture Mechanics, Boston, Kluwer Academic Publisher, 2004.

[3] آیت الهی، مجیدرضا؛ و سید موسوی، محمد مهدی؛ (1387) "بررسی اثرات فشار جانبی در عمق زمین بر روی ضرایب شدت تنش حالت ترکیبی اول و دوم"، نشریه علمی - پژوهشی مهندسی معدن، دوره سوم، شماره پنجم، صفحه 21 تا 32.

[4] Alkılıçgil, Ç. (2010) "Development Of Specimen Geometries For Mode I Fracture Toughness Testing With Disc Type Rock Specimens", Doctoral Dissertation, Department of Mining Engineering, Middle East Technical University.

[5] Alkılıçgil, Ç. (2006) "Development Of A New Method For Mode I Fracture Toughness Test On Disc Type Rock Specimens", Master of Science Dissertation, Department of Mining Engineering, Middle East Technical University.

[6] حائری، هادی، شهریار، کوروش، فاتحی مرجی، محمد، معارف وند، پرویز؛ (1392) "استفاده از روش ناپیوستگی جابه جایی در تحلیل مکانیزم انتشار ترک در مواد شبه سنگی"، نشریه روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شماره 5، بهار و تابستان 1392، صفحه 38 تا 49.

[7] بهنیا، محمود، گشتاسبی، کامران، فاتحی مرجی، محمد؛ (1391) "تأثیر پارامترهای الاستیک لایه‌ها بر نحوه گسترش شکست هیدرولیکی با استفاده از روش ناپیوستگی - جابجایی"، نشریه روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شماره 3، بهار و تابستان 1391، صفحه 1 تا 13.

[8] Tutluoglu, L., Keles, C. (2012) "Effects of Geometric Factors on Mode I Fracture Toughness for Modified Ring Tests", International Journal of

- 1- Griffith
- 2- Irwin
- 3- Hoek
- 4- Bieniawski
- 5- Ouchterlony
- 6- Chevron
- 7- Aliha
- 8- Chen
- 9- Singular
- 10- Rice

## Experimental and Numerical Studies of Effect of Notch Width on Mode-I Fracture Toughness in Thick-walled Cylindrical Specimens

H. Sadifi<sup>1</sup>, M. Hosseini<sup>2\*</sup>

1- MSc. Student of Mining, Dept. of Mining Engineering, Imam Khomeini International University, Iran

2- Assistant Professor, Dept. of Mining Engineering, Imam Khomeini International University, Iran

\* Corresponding Author: [meh\\_hosseini18@yahoo.com](mailto:meh_hosseini18@yahoo.com)

(Received: December 2014, Accepted: March 2015)

### Abstract

There are three notch displacement modes including the Mode I or opening mode where the notch displacement is perpendicular to the notch front, Mode II or shear mode where notch dimensions are displaced in the notch plane and the Mode III or tear mode where the notch dimensions are displaced in the notch plane parallel to the notch front. Some application areas of rock fracture mechanics can be listed as hydraulic fracturing, rock blasting, rock cutting, mechanized drilling, rock slope stability and comminution in mineral processing. The aim of the present study was to examine the effect parameter of width on the mode I Critical Stress Intensity Factor (Critical SIF) using a thick-walled hollow cylindrical marly specimen and the oil well environment was simulated in the laboratory. The marly specimens were prepared from the Bangestan formation in southern and southwestern Iran. To perform the tests, two artificial symmetrical notches with certain dimensions were created in specimens with an outer diameter (OD) of 73 mm, an inner diameter (ID) of 25 mm and a height of 150 mm. A triaxial stress was applied on the specimen and the pressure required for the propagation of the artificial notches was measured. Three tests were conducted to investigate the effect of notch width on the mode I Critical SIF. Two finite element software including ABAQUS 6.12 and ANSYS 14 were used for calculating I Critical SIF. Excel and SPSS softwares were used for investigating the effect of notch width on the mode I Critical SIF. By conducting three tests, it was concluded that with an increase of 50 percent of the notch width, mode I Critical SIF decreases 20 percent. Meanwhile, it was found that the mode I Critical SIF linearly decreased with an increase in the notch width.

### Keywords

Fracture Toughness, Mode I, Hollow Cylinder, Marl Stone, Notch Width