

بهینه‌سازی توالی استخراج کارگاه‌های معادن زیرزمینی با استفاده از مدلسازی ریاضی و برنامه‌ریزی عدد صحیح

فرزاد ستوده^۱، محمد عطایی^{۲*}، رضا خالوکاکی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت: شهریور ۱۳۹۶، پذیرش: دی ۱۳۹۷)

چکیده

برنامه‌ریزی تولید، مهم‌ترین و تأثیرگذارترین موضوع در طراحی و ارزیابی اقتصادی معادن روباز و زیرزمینی است. هدف از برنامه‌ریزی تولید معدن، زمان‌بندی و تعیین توالی فعالیت‌های معدنکاری با در نظر گرفتن محدودیت‌های فنی و استخراجی به منظور دستیابی به یکی از اهداف بیشینه‌سازی سود یا ارزش خالص فعلی (NPV)، میزان استخراج کانسنگ از ذخیره و عمر معدن است. بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید معدن زیرزمینی که برای تعیین توالی کارگاه‌های استخراج به کار می‌رود، به دلیل پیچیده بودن تصمیم‌گیری‌ها و تعامل بین محدودیت‌های موجود، کاری دشوار است. از آنجا که تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی قادر به حل مسائل پیچیده و چند محدودیتی هستند، می‌تواند برای اهداف بهینه‌سازی به کار گرفته شوند. در این پژوهش، پس از پرداختن به مطالعات پیشین در رابطه با طراحی محدوده و برنامه‌ریزی تولید معدن زیرزمینی، به توضیح گام به گام مدل ارائه شده مبتنی بر برنامه‌ریزی عدد صحیح برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید، پرداخته شده است. برای اعتبار سنجی مدل ساخته شده، مثالی در نظر گرفته شده است. بدین صورت که، ابتدا، توالی استخراج کارگاه‌ها با استفاده از رویکرد دستی / معمولی و سپس، با استفاده از مدل ریاضی بسط داده شده در نرم‌افزار GAMS/CPLEX، انجام شده است. ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از برنامه‌ریزی تولید دستی برابر ۸/۲۱۱ میلیون دلار و با استفاده از مدل ریاضی برابر ۸/۳۳۱ است. به بیان دیگر ارزش خالص فعلی در رویکرد مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی ۱/۴۶ درصد بیشتر از رویکرد دستی و معمولی بوده است که حاکی از قدرت برنامه‌ریزی ریاضی در حل مسائل چند محدودیتی است.

کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی تولید، بهینه‌سازی، معدنکاری زیرزمینی، برنامه‌ریزی عدد صحیح، ارزش خالص فعلی

* عهده‌دار مکاتبات: ataei@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه

ویژه‌ای برخوردار هستند. با این حال، توسعه روش‌های ویژه برای تعیین محدوده بهینه معدنکاری زیرزمینی و برنامه‌ریزی تولید به دلیل بسیاری از محدودیت‌های معدنکاری و ارزش اقتصادی بلوک‌های کانسار که خود تابع جانمایی آن بلوک در کارگاه مشخصی است، کاری پیچیده است [۲].

در این پژوهش، ابتدا نحوه طراحی و فازهای مختلف استخراج معادن زیرزمینی به روش نگهداری مصنوعی به صورت کلی بررسی شده است. سپس، مدلی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی به منظور برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی و تعیین توالی استخراج کارگاه‌های طراحی شده، با تابع هدف به بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی^۱ (NPV) و با در نظر گرفتن محدودیت‌های زمانی، استخراجی و فنی ارائه شده است. برای دستیابی به این هدف، پس از مرور پژوهش‌های پیشین در رابطه با طراحی و برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی، به ارائه مدل پرداخته شده است. سپس، برای اعتبارسنجی مدل، از یک مثال استفاده شده است. بدین صورت که برنامه‌ریزی تولید دستی و برنامه‌ریزی تولید با استفاده از مدل ریاضی در نرم‌افزار بهینه‌سازی GAMS/CPLEX [۳] به صورت جداگانه انجام شده است و نتایج دو رویکرد مورد مقایسه و اعتبارسنجی قرار گرفته‌اند.

۲- تاریخچه علمی موضوع

الگوریتم‌های مختلفی توسط محققین با هدف بهینه‌سازی محدوده معدنکاری زیرزمینی ارائه شده‌اند که این الگوریتم‌ها بر روی مدل بلوکی اقتصادی کار کرده و محدوده بهینه معادن زیرزمینی را تعیین می‌کنند. الگوریتم‌های ارائه شده را می‌توان به دو دسته جزء‌گرا^۲ و کل‌گرا^۳ طبقه‌بندی کرد [۴]. الگوریتم‌های جزء‌گرا بر روی طبقه یا پهنه‌های از قبل طراحی شده در محدوده کانسار اجرا می‌شوند. الگوریتم‌های برنامه‌ریزی پویا توسط ریدل [۵]، شاخه و حد [۶]، الیپس [۷، ۸]، برنامه‌ریزی عددصحيح مختلط [۹]، حریرسانه [۱۰]، از این دسته از الگوریتم‌ها هستند. بر خلاف این گونه الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های کل‌گرا بدون در نظر گرفتن مختصات بلوک و جانمایی آن در طبقه یا پهنه مورد نظر اجرا می‌شوند. از این دسته از الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم کارگاه شناور [۱۱]،

طراحی استخراج کانسارهای فلزی و غیرفلزی با توجه به عمق کانسارها و شرایط مؤثر برای روش‌های مختلف به صورت روباز و زیرزمینی انجام می‌گیرد. در طراحی استخراج کانسارها به روش استخراج زیرزمینی، با مطالعه نوع، شکل، سنگ دربرگیرنده و تمام فاکتورهایی که در استخراج معادن تأثیرگذار هستند، روش‌های مطلوب برگزیده شده و پس از بررسی اقتصادی روش‌های قابل اجرا، تنها یک روش زیرزمینی که اقتصادی‌تر بوده انتخاب می‌شود. یکی از معیارهای معمول تقسیم‌بندی روش‌های استخراج زیرزمینی، نوع سیستم نگهداری استفاده شده در روش استخراج است [۱]:

- ۱) روش‌هایی که در آنها سقف و یا دیواره‌های کارگاه استخراج به صورت طبیعی (خودنگهدار) نگهداری می‌شوند.
- ۲) روش‌هایی که در آنها سقف و یا دیواره‌های کارگاه استخراج را به صورت مصنوعی نگهداری می‌کنند.
- ۳) روش‌های تخریبی که در آنها برای استخراج ماده معدنی از تخریب شونده‌گی خود کانسار استفاده می‌شود.

فرآیند طراحی و برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی متفاوت از معادن روباز بوده و با توجه به عمق قرارگیری کانسار، عیار متوسط و حد، نحوه توزیع و پراکندگی مواد معدنی با ارزش، ضخامت، نوع کانسار، شرایط توپوگرافی، روش استخراج و سایر موارد مشابه در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، اهمیت ارزش ماده معدنی در روش‌های زیرزمینی به دلیل فراوانی کمتر نسبت به معادن روباز، بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد. در طی سال‌های اخیر، طراحی و برنامه‌ریزی معادن زیرزمینی در سه حوزه عمده پیشرفت چشمگیری داشته است که عبارت‌اند از:

- ۱) تعیین محدوده و مرز کارگاه‌های استخراج
- ۲) توسعه و جانمایی زیرساخت‌ها
- ۳) برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی

از این سه حوزه، تعیین محدوده بهینه معادن زیرزمینی و جانمایی کارگاه‌های استخراج به دلیل میزان تولید بهینه کانسنگ و برنامه‌ریزی تولید و تعیین توالی استخراج کارگاه‌های طراحی شده، در طول عمر معدنکاری از اهمیت

با ارزش‌ترین همسایگی [۱۲، ۱۳]، شناورسازی کارگاه‌های متعدد [۱۴]، الگوریتم‌های ابتکاری [۱۵-۱۷]، شبکه جریان [۱۸] و تقسیم هشتگانه [۱۹] اشاره کرد. در جدول

جدول ۱: خلاصه الگوریتم‌های موجود برای تعیین محدوده نهایی معادن زیرزمینی

محقق	سال	الگوریتم مورد استفاده	روش استخراج	منطق ریاضی	بعد
ریدل [۵]	۱۹۹۷	برنامه‌ریزی پویا	تخریب بلوکی	بلی	دوبعدی
دیرایسم و همکاران [۲۰]	۱۹۸۴	روش‌های زمین‌آماری	استخراج از طبقات فرعی کند و آکند	خیر	دوبعدی
چیمانوف و همکاران [۱۹]	۱۹۸۹	تقسیم هشت‌گانه	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی
آلفرد [۱۱]	۱۹۹۵	کارگاه شناور	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی
اووانیک و یانگ [۶]	۱۹۹۹	شاخه و حد	همه روش‌ها	بلی	یک‌بعدی
عطایی‌پور [۱۳]	۲۰۰۰	با ارزش‌ترین همسایگی	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی
کاورس [۱۴]	۲۰۰۱	شناورسازی کارگاه‌های متعدد	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی
جلالی [۴]	۲۰۰۴	OLIPS	همه روش‌ها	بلی	دوبعدی
گریکو و دیمیتوکاپولوس [۹]	۲۰۰۷	برنامه‌ریزی عددصیح مختلط	استخراج از طبقات فرعی	بلی	دوبعدی
مانجوک و داچ [۲۱]	۲۰۰۸	شبیه‌سازی تبرید	کند و آکند	خیر	سه‌بعدی
جلالی و حسینی [۱۰]	۲۰۰۹	حریصانه	همه روش‌ها	بلی	دوبعدی
توپال و سنس [۱۵]	۲۰۱۰	ابتکاری	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی
بای و همکاران [۱۸]	۲۰۱۳	شبکه جریان	استخراج از طبقات فرعی	بلی	سه‌بعدی
سانداناپیک و همکاران [۱۶، ۱۷]	۲۰۱۵	ابتکاری	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی
جلالی و همکاران [۲۲]	۲۰۱۶	GOUMA	همه روش‌ها	بلی	دوبعدی
ستوده و همکاران [۲۳]	۲۰۱۷	ابتکاری (SLO3D)	همه روش‌ها	خیر	سه‌بعدی

که در شکل ۱ آورده شده است. بدین صورت که با فرض مدت زمان یکسان برای هر فاز استخراجی، اگر آماده‌سازی هر کارگاه در $t=1$ شروع شود، عملیات چالزنی و آتشباری در $t=2$ ، استخراج و خالی کردن مواد معدنی آن در $t=3$ و پر کردن کارگاه استخراج شده در $t=4$ انجام خواهد شد.

۳- برنامه‌ریزی تولید معادن با نگهداری مصنوعی

برنامه‌ریزی تولید هر کارگاه استخراج زیرزمینی، از ۴ فاز متوالی آماده‌سازی، چالزنی و آتشباری، استخراج ماده معدنی و پر کردن کارگاه استخراج شده تشکیل شده است



شکل ۱: فازهای معدنکاری کارگاه استخراج زیرزمینی [۲۴]

جریان [۲۶، ۲۷]، شبیه‌سازی [۲۸] و برنامه‌ریزی پویا [۲۹] انجام گرفته است. با اینکه، این روش‌ها مزیت بسیار قوی‌ای در پرداختن به روابط بازگشتی را دارند، اما حل مسائل پیچیده با متغیرها و محدودیت‌های زیاد و تصمیم‌گیری بصورت مرحله‌ای کاری دشوار است. بنابراین، این روش‌ها جواب بهینه واقعی را در مسائل پیچیده و بزرگ بدست نمی‌دهند. فرآیند بهینه‌سازی برای برنامه‌ریزی تولید نیاز به یک تکنیک برنامه‌نویسی دارد که قادر باشد مسائل پیچیده

تمرکز بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی، توالی فعالیت‌های ۴ گانه کارگاه‌ها بر اساس محدودیت‌های فنی و استخراجی به شیوه ایمن و مقرون به صرفه است [۲۵]. برخلاف بسیاری از حوزه‌هایی که قابلیت بهینه‌سازی را دارند، برنامه‌ریزی تولید به دلیل داشتن مؤلفه زمان و ماهیت پویا بودن آن از پیچیدگی بسیاری برخوردار است. در مبحث برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی مطالعاتی با استفاده از تکنیک‌های شبکه

نهرینگ و همکاران [۳۷] و مدلسازی ریاضی مبتنی بر برنامه‌ریزی عددصحيح و پیاده‌سازی آن بر روی یک رگه طلا در یکی از معادن استرالیا به کمک نرم‌افزار CPLEX به منظور بهینه‌سازی همزمان هندسه کارگاه‌های زیرزمینی و برنامه‌ریزی تولید معدن به روش استخراج از طبقات فرعی اشاره کرد.

۴- مدلسازی ریاضی برنامه‌ریزی تولید

برنامه‌ریزی برای معدن یک روند چند زمینه‌ای است که نیاز به جمع‌آوری داده از مرحله‌های مختلف دارد. برنامه‌ریزی برای معدن جهت دسترسی به یک یا ترکیبی از اهداف زیر تهیه می‌شود [۳۸]:

- ۱) بیشینه کردن میزان سود یا ارزش خالص فعلی (NPV)
 - ۲) بیشینه کردن میزان استخراج کانسنگ از ذخیره
 - ۳) بیشینه کردن ارزش هر تن محصول نهایی معدن (محصول قابل فروش)
 - ۴) بیشینه کردن عمر معدن
- هدف اصلی در برنامه‌ریزی تولید بلندمدت، بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی (NPV) با در نظر گرفتن محدودیت‌های مربوطه است. برای دستیابی به این هدف، در ابتدا علائم اختصاری و متغیر تصمیم در جدول ۲ و پارامترهای مدلسازی ریاضی در جدول ۳ تشریح می‌شوند.

و چند محدودیتی را حل کند. از جمله تحقیقات صورت گرفته در رابطه با برنامه‌ریزی تولید معدن زیرزمینی با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی می‌توان به برنامه‌ریزی تولید معدن استیل‌واتر^۴ واقع در ایالت مونتانا آمریکا با هدف به حداکثر رساندن ارزش خالص فعلی طی بازه دو و نیم ماهه به کمک مدل برنامه‌ریزی عددصحيح توسط کارلایل و همکاران [۳۰]، برنامه‌ریزی بلندمدت با استفاده از برنامه‌ریزی عددصحيح مختلط برای یک رگه معدنی فلزی با هدف بیشینه‌سازی جریان نقدینگی توسط مایساک [۳۱]، برنامه‌ریزی عددصحيح مختلط برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید معدن کایرونا سوئد، بزرگ‌ترین معدن زیرزمینی سنگ آهن جهان به روش تخریب از طبقات فرعی توسط توپال و همکاران [۳۲، ۳۳]، برنامه‌ریزی تولید بلندمدت معدن تخریب بلوکی با هدف بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی با استفاده از برنامه‌ریزی به روش عدد صحيح مختلط خطی توسط پوررحیمیان و همکاران [۳۴]، برنامه‌ریزی تولید معدن به روش استخراج از طبقات فرعی با استفاده از برنامه‌ریزی عددصحيح مختلط و زبان برنامه‌نویسی C++ و پیاده‌سازی آن در یکی از معادن مس کوئینزلند استرالیا شامل ۵۵ کارگاه استخراجی توسط تروت [۳۵]، بهبود مدل ارائه شده توسط تروت و اضافه کردن چند محدودیت دیگر و همچنین کاهش زمان حل مسئله توسط [۳۶]، برنامه‌ریزی تولید کوتاه‌مدت معدن به روش استخراج از طبقات فرعی با هدف کمینه‌سازی انحراف فلز تولید شده از قبل تعیین شده و جانمایی تجهیزاتی از قبیل کامیون و LHD توسط

جدول ۲: نشانه‌ها و متغیر تصمیم مدل ریاضی

نشانه‌ها	
s	مشخصه کارگاه استخراج که بازه‌های بین $s, 1, 2, 3, \dots$ را در برمی‌گیرد. (S تعداد کل کارگاه‌های استخراج است).
r	مشخصه نوع ذخیره که بازه‌های بین $R, 1, 2, 3, \dots$ را در برمی‌گیرد. (R تعداد کل ذخیره‌های موجود است).
m	مشخصه نوع کانی که بازه‌های بین $M, 1, 2, 3, \dots$ را در برمی‌گیرد. (M تعداد کل کانی‌های موجود است).
t	بازه زمانی که برنامه‌ریزی در آن انجام می‌شود و بازه‌های بین $T, 1, 2, 3, \dots$ را در بر می‌گیرد. (T تعداد کل بازه‌های زمانی است).
Z	مشخصه نوع ترکیب پرکننده کارگاه استخراج که بازه‌های بین $Z, 1, 2, 3, \dots$ را در برمی‌گیرد. (Z تعداد کل پرکننده‌ها است).
$P(s, w)$	مجموعه ویژه‌ای از کارگاه‌های مجاور و نزدیک به هم که به دلیل شرایط ناپایداری نمی‌توانند بصورت همزمان استخراج شوند
متغیر تصمیم	
a_{st}	متغیر تصمیم (0,1) که اگر کارگاه s در زمان t شروع به استخراج شود، مقدار آن یک و در غیر این صورت برابر صفر است.

هدف از مدلسازی مساله برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید و توالی استخراج کارگاه‌های استخراجی، بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی (NPV) به منظور دستیابی به بیشترین

با توجه به تعاریف نشانه، متغیر تصمیم و پارامترهای مورد نیاز مدل، مدلسازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

۴-۱- تابع هدف

تجزیه شده استخراج کارگاه s و پر کردن کارگاه استخراج شده s به دست می‌آید.

۴-۲- محدودیت‌ها

به طور کلی، محدودیت‌های مدل برنامه‌ریزی ریاضی را می‌توان به ۲ دسته محدودیت‌های استخراجی و زمانی تقسیم کرد.

جریان نقدینگی تنزیل شده (DCF) است. بنابراین تابع هدف این مدل به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$\text{Maximize } \sum_{s,t} a_{st} \times N_t \times CF_s \quad (1)$$

که در این تابع هدف، بیشترین ارزش خالص فعلی (NPV) پروژه از تفریق درآمد تنزیل شده حاصل از استخراج ماده معدنی m از کارگاه s با در نظر گرفتن پارامترهای مورد نظر در زمان t و هزینه‌های متغیر و ثابت

جدول ۳: پارامترهای مورد نیاز مدل‌سازی ریاضی

پارامترها	پارامترها
ρ_z	چگالی ماده پرکننده کارگاه استخراجی (تن بر مترمکعب)
v_s	حجم کارگاه استخراج s (متر مکعب)
g_{sm}	عیار ماده معدنی m در کارگاه s
MR_{mt}	بازیابی (%) ماده معدنی m در زمان t
ES_s	زودترین زمان شروع استخراج کارگاه s
LS_s	دیرترین زمان شروع استخراج کارگاه s
P_{mt}	قیمت ماده معدنی m در زمان t (دلار بر تن)
N_t	فاکتور ارزش فعلی تنزیل شده که از رابطه $\frac{1}{(1+i)^t}$ محاسبه می‌شود (نرخ بهره موثر (%)) است.
T_{st}^{ext}	تناژ ماده معدنی استخراج شده از کارگاه s در زمان t
T_{zst}^{fill}	تناژ ماده پرکننده Z کارگاه استخراج شده s در زمان t
T_t^{hdl}	ظرفیت بارگیری ماده معدنی (تن)
T_{mt}^{met}	تناژ فلز مورد انتظار از ماده معدنی m در زمان t
MT_{zt}^{fill}	حداکثر تناژ ماده پرکننده Z در دسترس در زمان t
FC_s^{ext}	هزینه ثابت استخراج کارگاه s (دلار)
FC_s^{fill}	هزینه ثابت پر کردن کارگاه استخراج شده s (دلار)
VC_s^{ext}	هزینه متغیر استخراج کارگاه s (دلار)
VC_s^{fill}	هزینه متغیر پر کردن کارگاه استخراج شده s (دلار)
CF_s	جریان نقدینگی تنزیل شده (دلار)

الف) محدودیت‌های استخراجی

زودترین و دیرترین زمان شروع استخراج هر کارگاه s می‌تواند بخشی از روند بهینه‌سازی در مدل ریاضی اعمال شود. از آنجایی که استخراج و پر کردن تمامی کارگاه‌ها در زمان مقرر انجام می‌شود، باید توالی فازهای بیان شده در فعالیت‌های چهار گانه استخراج کارگاه رعایت شود. به طور مثال، در یک بازه زمانی ۸ ماهه، زودترین زمان شروع پر کردن یک کارگاه استخراج شده ماه چهارم و دیرترین زمان پر کردن آن آخر ماه هفتم است. رابطه‌های (۲) و (۳)، بیانگر این موضوع هستند.

$$\sum_{t=1}^T a_{st} \times t \leq LS_s \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T a_{st} \times t \geq ES_s \quad (3)$$

ب) محدودیت‌های منابع

برای اطمینان از اینکه هر کارگاه فقط یک بار می‌تواند شروع به استخراج شود باید مجموع تمامی متغیر تصمیم‌ها a_{st} برابر یک باشد (رابطه ۴).

$$\sum_{t=1}^T a_{st} = 1 \quad (4)$$

مقدار ماده معدنی استخراج شده در هر بازه زمانی توسط ظرفیت سیستم حمل‌ونقل معدن محدود می‌شود (رابطه ۵).

$$\sum_{s=1}^S a_{st} \times T_{st}^{ext} \leq T_t^{hdl} \quad (5)$$

مقدار مواد پرکننده هر کارگاه، البته با در نظر گرفتن میزان تورم آن، باید برابر با حجم آن کارگاه باشد. همچنین

$$\begin{aligned} \text{Maximize } & \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M a_{st} \times N_t \times P_{mt} \times g_{sm} \times MR_{mt} \\ & \times T_{st}^{ext} \\ & - \left\{ \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T a_{st} \times N_t \times VC_s^{ext} \times T_{st}^{ext} \right. \\ & + \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T a_{st} \times N_t \times FC_s^{ext} \\ & + \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \sum_{z=1}^Z a_{st} \times N_{t+3} \times VC_s^{fill} \\ & \times T_{stz}^{fill} \\ & \left. + \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \sum_{z=1}^Z a_{st} \times N_{t+3} \times FC_s^{fill} \right\} \end{aligned}$$

Subject to:

$$\sum_{t=1}^T a_{st} = 1 \quad \forall s \in \{1,2,3, \dots, S\}$$

$$\sum_{t=1}^T a_{st} \times t \leq LS_s \quad \forall s \in \{1,2,3, \dots, S\}$$

$$\sum_{t=1}^T a_{st} \times t \geq ES_s \quad \forall s \in \{1,2,3, \dots, S\}$$

$$\sum_{s=1}^S a_{st} \times T_{st}^{ext} \leq T_t^{hd} \quad \forall t \in \{1,2,3, \dots, T\}$$

$$\sum_{s=1}^S a_{st} \times T_{st}^{fill} \leq MT_{zst}^{fill} \quad \forall t \in \{1,2,3, \dots, T\}$$

$$\quad \quad \quad \forall z \in \{1,2,3, \dots, Z\}$$

$$\sum_{s=1}^S a_{st} \times g_s \times MR_{mt} \times T_{st}^{ext} \leq T_{mt}^{met} \quad \forall t \in \{1,2,3, \dots, T\}$$

$$\quad \quad \quad \forall m \in \{1,2,3, \dots, M\}$$

$$a_{st} + a_{wt} \leq 1 \quad \forall (s, w) \in set P$$

شکل ۲: مدل ریاضی برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی با هدف

بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی (NPV)

Stope 7	Stope 8	Stope 9
Stope 4	Stope 5	Stope 6
Stope 1	Stope 2	Stope 3

شکل ۳: دید از بالای کارگاه‌های استخراج (کارگاه‌های ۱ تا ۳ در پایین‌ترین تراز قرار دارند)

تمامی این کارگاه‌ها در ۱۴ واحد بازه زمانی با نرخ تنزیل ۱۰ درصد برنامه‌ریزی شده‌اند. برای دستیابی به این هدف، آماده‌سازی و استخراج همه کارگاه‌ها، انجام خواهد شد. بنابراین، هر کارگاه مستعد شروع استخراج از زمان ۱ را داراست. آماده‌سازی و چالزنی هر کارگاه استخراج در ۱ واحد زمانی، استخراج ماده معدنی آن طی ۱ واحد زمانی و

توالی استخراج کارگاه‌ها باید به گونه‌ای باشد که مقدار مواد مورد نیاز برای پر کردن کارگاه‌ها در زمان t از مواد در دسترس بیشتر نباشد. رابطه (۶) بیانگر این محدودیت استخراجی است.

$$\sum_{s=1}^S a_{st} \times T_{st}^{fill} \leq MT_{zst}^{fill} \quad (6)$$

رابطه (۷)، محدودیت فلز استحصالی از پیش تعیین شده از کارگاه s در زمان t را بیان می‌کند.

$$\sum_{s=1}^S a_{st} \times g_s \times MR_{mt} \times T_{st}^{ext} \leq T_{mt}^{met} \quad (7)$$

پس از خالی کردن ماده معدنی از کارگاه استخراج، باید عملیات پر کردن بدون هیچ وقفه‌ای صورت بگیرد. این امر از خرابی کارگاه‌های مجاور به دلیل وجود تنش‌های بالا جلوگیری می‌کند. همچنین، تولید و استخراج هم‌زمان کارگاه مجاور به دلیل شرایط و محدودیت‌های ژئوتکنیکی نباید صورت بگیرد. بنابراین، از آنجا که موادی که کارگاه استخراج‌شده را پر کرده‌اند، ضعیف‌تر از خود سنگ میزبان هستند، نباید دو کارگاه مجاور شروع به استخراج شوند. رابطه (۸) بیانگر این محدودیت است. بنابراین مدل ریاضی ارائه شده به صورت شکل ۲ جمع‌بندی می‌شود:

$$a_{st} + a_{wt} \leq 1 \quad (8)$$

۵- پیاده‌سازی مدل

برای نشان دادن مزایای بالقوه و کارایی مدل برنامه‌ریزی تولید ارائه شده، یک مثال، شامل ۹ کارگاه استخراج حاوی سنگ معدن مس در نظر گرفته شده است. پلان افقی کارگاه‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است. دو رویکرد برنامه‌ریزی دستی (معمولی) و برنامه‌ریزی ریاضی (مدل ساخته شده) با توجه به ویژگی‌ها و محدودیت‌های مورد بحث، بر روی این ۹ کارگاه اعمال شده است و نتایج آن مورد بررسی قرار داده شده است. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، ۹ کارگاه با هندسه و حجم یکسان سه به سه در کنار یکدیگر قرار دارند. هزینه‌های تولید و ویژگی‌های هر یک از این کارگاه‌ها در جدول ۴ آورده شده است.

(NPV) حاصل از برنامه‌ریزی دستی برابر ۸/۲۱۱ میلیون دلار بود. در جدول ۶، جدول جریان نقدینگی و ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از طراحی دستی برای هر کارگاه به صورت جداگانه نشان داده شده است. در شکل ۲ نیز نمودار گانت مربوط به توالی استخراج کارگاه‌ها نشان داده شده است.

جدول ۵: جریان نقدینگی و اولویت استخراجی هر کارگاه

رتبه	کارگاه	جریان نقدینگی (دلار)
۱	۱	۴۰۹۰۶۴۰
۲	۲	۱۳۴۷۴۴۰
۳	۳	۱۵۱۸۸۹۰
۴	۴	۱۶۸۹۸۹۰
۵	۵	۱۰۳۲۶۶۵
۶	۶	۹۱۸۳۶۵
۷	۷	۷۷۵۰۴۰
۸	۸	۱۲۰۳۶۶۵
۹	۹	۱۰۶۰۷۹۰

۵-۲- برنامه‌ریزی ریاضی

نرم‌افزارهای زیادی برای حل مسائل بهینه‌سازی و مدل‌های ریاضی مبتنی بر تحقیق در عملیات وجود دارد که از میان آنها نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده CPLEX به دلیل سادگی و کاربردوست بودن آن از مقبولیت بیشتری برخوردار است. در این پژوهش نیز از این نرم‌افزار برای برنامه‌نویسی مدل ارائه شده استفاده شده است. در این نرم‌افزار، ابتدا دسته‌ها، پارامترها و متغیر تصمیم به عنوان اجزای سازنده مدل ساخته شده معرفی شدند. پس از معرفی این اجزا، رابطه‌های (۱) تا (۸) که بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید را انجام می‌دهند، به نرم‌افزار اعمال شدند. در نهایت، با اجرای برنامه و با در نظر گرفتن اجزای مربوط به مثال ارائه شده در بخش قبل، نرم‌افزار گزارشی از نتایج و زمان حل مسئله ارائه می‌دهد. با اجرای مدل در محیط این نرم‌افزار، ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از حل مدل ریاضی ۸/۳۳۱ میلیون دلار به دست آمد. در جدول ۷، جدول جریان نقدینگی و ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از برنامه‌ریزی ریاضی برای هر کارگاه به صورت جداگانه نشان داده شده است. در شکل ۳ نیز نمودار گانت مربوط به توالی استخراج کارگاه‌ها نشان داده شده است.

پس از استخراج کارگاه‌ها، ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از حل مدل ریاضی ۸/۳۳۱ میلیون دلار به دست آمد. در جدول ۷، جدول جریان نقدینگی و ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از برنامه‌ریزی ریاضی برای هر کارگاه به صورت جداگانه نشان داده شده است. در شکل ۳ نیز نمودار گانت مربوط به توالی استخراج کارگاه‌ها نشان داده شده است.

جدول ۴: پارامترهای مورد نیاز هر کارگاه برای برنامه‌ریزی تولید

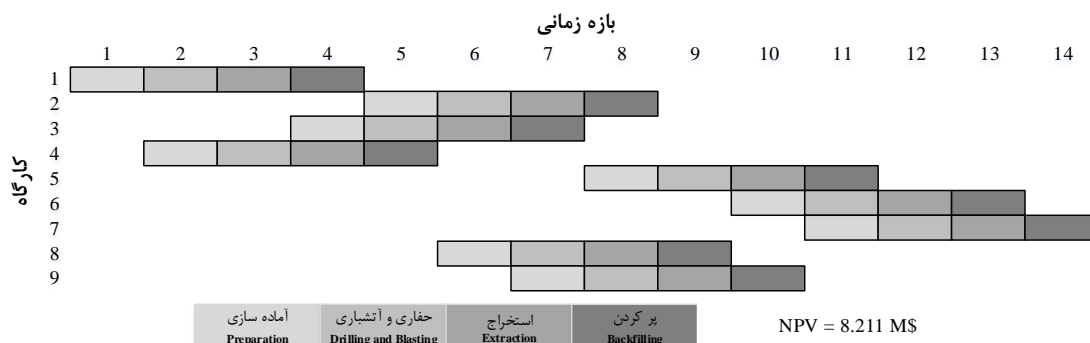
پارامتر مورد نیاز هر کارگاه		ارزش	
حجم کارگاه (m ³)		۲۵۰۰۰	
چگالی ماده معدنی (m ³ /ton)		۲/۵۴	
چگالی ماده پرکننده (m ³ /ton)		۲/۰۵	
ذخیره ماده معدنی (ton)		۶۳۵۰۰	
ماده پرکننده (ton)		۵۱۲۵۰	
بازده (%)		۹۰	
قیمت مس (\$/ton)		۵۰۰۰	
کارگاه	عیار (%)	هزینه معدنکاری (ثابت + متغیر)، (\$)	
		استخراج	پر کردن
۱	۰/۹۸	۷۶۲۱۰	۲۰۵۰۱۵
۲	۰/۸۱	۷۶۲۱۰	۲۰۵۰۱۵
۳	۰/۸۷	۷۶۲۱۰	۲۰۵۰۱۵
۴	۰/۹۷	۸۲۵۶۲۰	۲۵۶۲۶۵
۵	۰/۷۴	۸۲۵۶۲۰	۲۵۶۲۶۵
۶	۰/۷۰	۸۲۵۶۲۰	۲۵۶۲۶۵
۷	۰/۶۹	۸۸۹۱۲۰	۳۰۷۵۱۵
۸	۰/۸۴	۸۸۹۱۲۰	۳۰۷۵۱۵
۹	۰/۷۹	۸۸۹۱۲۰	۳۰۷۵۱۵

۵-۱- برنامه‌ریزی دستی

برنامه‌ریزی دستی، بر اساس ورودی‌ها و پارامترهای اولیه، با هدف بهینه‌سازی ارزش خالص فعلی (NPV) صورت گرفت. بدین صورت که، جریان نقدینگی و بدون در نظر گرفتن نرخ تنزیل برای هر کارگاه با توجه به جدول ۴ به صورت جداگانه محاسبه شد و از بیشترین ارزش به کمترین ارزش رتبه‌بندی شد که در جدول ۵ نشان داده شده است. همان طور که از این جدول قابل مشاهده است، کارگاه ۱ بیشترین ارزش و کارگاه‌های ۴، ۳، ۲، ۸، ۹، ۵، ۶، ۷ به ترتیب کمترین مقدار را به خود اختصاص داده‌اند. بنابراین در طراحی دستی کارگاه شماره ۱ به عنوان اولین کارگاه استخراج می‌شود. دومین کارگاه، کارگاه شماره ۴ است که باید شروع به استخراج شود. اما از آنجا که این کارگاه در بالای کارگاه شماره ۱ قرار گرفته است نمی‌تواند همزمان با کارگاه شماره ۱ استخراج شود. به همین ترتیب با توجه به محدودیت‌های زمانی و استخراجی، اولویت استخراج هر کارگاه با در نظر گرفتن اجتناب از استخراج همزمان دو کارگاه مجاور مشخص شد. در نهایت، ارزش خالص فعلی

جدول ۶: جدول جریان نقدینگی تنزیل شده کارگاه‌های استخراجی و ارزش خالص فعلی (NPV) حاصل از برنامه‌ریزی دستی

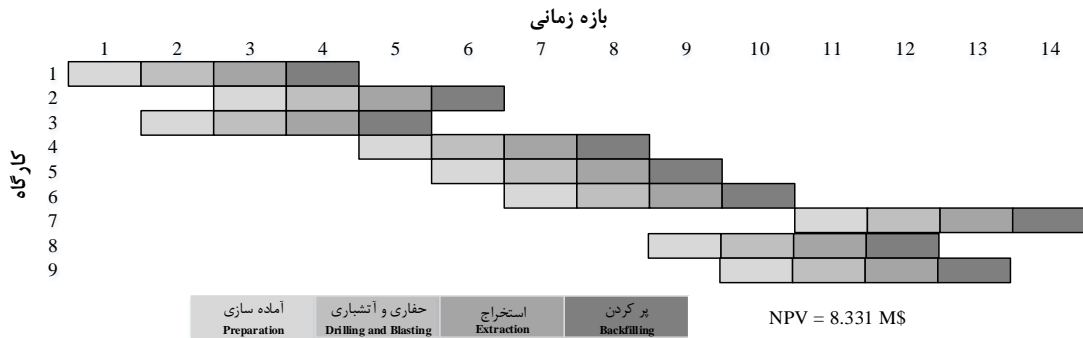
کارگاه	هزینه آماده سازی و چالزنی	درآمد حاصل از کارگاه	هزینه پرکردن کارگاه	جریان نقدینگی تنزیل شده
۱	-۷۶۲۱۲۰	۲۸۰۰۳۵۰	-۱۵۳۹۶۶/۲۶	۱۸۸۴۲۶۳/۷۴
۲	-۵۲۰۵۲۷/۹۶	۱۵۸۰۸۵۴/۷۲	-۱۰۵۱۷۲/۶۹	۹۵۵۱۵۳/۳۵
۳	-۶۹۲۷۶۷/۰۸	۲۲۵۹۷۹۶/۷۲	-۱۴۰۰۲۵/۲	۱۴۲۷۰۰۴/۴۴
۴	-۶۲۰۰۴۰/۶۲	۲۰۸۱۶۰۳/۰۲	-۱۴۴۵۳۳/۴۶	۱۳۱۷۰۲۸/۹۴
۵	-۴۲۳۵۴۳/۰۶	۱۰۸۴۷۶۴/۱۵	-۹۸۸۰۱/۲۵	۵۶۲۴۱۹/۸۴
۶	-۳۱۸۳۱۲/۲۶	۷۷۱۱۸۲/۹	-۷۴۲۳۰/۸۴	۳۷۸۶۳۹/۸۶
۷	-۳۷۶۹۸۶/۸	۸۳۵۹۹۰/۲	-۹۷۹۸۳/۷۵	۳۶۱۰۱۹/۶۵
۸	-۵۵۲۱۴۳/۵۲	۱۴۹۰۵۸۶/۳	-۱۴۳۶۰۹/۵	۷۹۴۸۳۳/۲۸
۹	-۴۱۵۲۱۹/۰۴	۱۰۵۴۲۱۷/۴	-۱۰۷۷۸۲	۵۳۱۲۱۶/۳۶



شکل ۲: توالی استخراج کارگاه‌های استخراجی در ۱۴ بازه زمانی (برنامه‌ریزی دستی)

جدول ۷: جدول جریان نقدینگی تنزیل شده کارگاه‌های استخراجی و ارزش خالص فعلی (NPV) حاصل از برنامه‌ریزی ریاضی

کارگاه	هزینه آماده سازی و چالزنی	درآمد حاصل از کارگاه	هزینه پرکردن کارگاه	جریان نقدینگی تنزیل شده
۱	-۷۶۲۱۲۰	۲۸۰۰۳۵۰	-۱۵۳۹۶۶/۲۶	۱۸۸۴۲۶۳/۷۴
۲	-۶۲۹۵۱۱/۱۲	۱۹۱۱۸۳۸/۹	-۱۲۷۳۱۴/۳۱	۱۱۵۵۰۱۲/۵۷
۳	-۶۹۲۷۶۷/۰۸	۲۲۵۹۷۹۶/۷۲	-۱۴۰۰۲۵/۲	۱۴۲۷۰۰۴/۴۴
۴	-۵۶۳۸۹۸/۴۶	۱۸۹۳۱۲۲/۳۳	-۱۳۱۴۶۳/۹۴	۱۱۹۷۷۵۹/۹۳
۵	-۵۱۲۷۱۰/۰۲	۱۳۱۳۱۳۵/۵۵	-۱۱۹۶۷۵/۷۵	۶۸۰۷۴۹/۷۸
۶	-۴۶۵۶۴۹/۶۸	۱۱۲۸۱۴۱	-۱۰۸۶۵۶/۳۶	۵۵۳۸۳۴/۹۶
۷	-۳۱۸۳۱۲/۲۶	۷۶۰۱۶۶/۰۶	-۸۹۰۷۶/۱۴	۳۵۲۷۷۷/۶۶
۸	-۴۱۵۲۱۹/۰۴	۱۱۲۰۹۴۰/۱	-۱۰۷۷۸۲	۵۹۷۹۳۹/۰۶
۹	-۳۷۶۹۸۶/۸۸	۹۵۷۱۴۸/۲	-۹۷۹۸۳/۷	۴۸۲۱۷۷/۶۲



شکل ۳: توالی استخراج کارگاه‌های استخراج در ۱۴ بازه زمانی (برنامه‌ریزی ریاضی)

۵-۳- مقایسه رویکرد ریاضی و دستی

ارزش خالص فعلی به دست آمده از برنامه‌ریزی دستی برابر ۸/۲۱۱ میلیون دلار است. در حالی که این مقدار در استفاده از مدل مبتنی بر تحقیق در عملیات برابر ۸/۳۳۱ است. به بیان دیگر ارزش خالص فعلی در رویکرد مبتنی بر ریاضی ۱/۴۶ درصد بیشتر از رویکرد دستی که بر اساس توالی بیشترین سود حاصل از هر کارگاه برنامه‌ریزی شده است. با مقایسه دو رویکرد دستی و برنامه‌ریزی ریاضی می‌توان پی برد که در برنامه‌ریزی ریاضی تمام حالات ممکن برای شروع استخراج کارگاه‌های استخراج در نظر گرفته می‌شود. این بدان معنی است که با بزرگ‌تر شدن مسئله و افزایش کارگاه‌های استخراج در یک مدل واقعی، امکان بررسی تمام حالات ممکن وجود نخواهد داشت. همان طور که از مقایسه شکل‌های ۲ و ۳ مشهود است، شباهت‌هایی بین این دو رویکرد وجود دارد. به طور مثال، زمان شروع کارگاه ۱ و ۳ در هر دو رویکرد به ترتیب در زمان ۱ و ۲ انجام می‌شود، اما در نهایت، این ارزش خالص فعلی پروژه است که تفاوت‌ها را رقم می‌زند که در برنامه‌ریزی تولید به روش ریاضی بیشتر از برنامه‌ریزی تولید به روش دستی و معمولی است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

طراحی و برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی به دلیل محدودیت‌های چندانگانه و پیچیدگی روش متفاوت از طراحی معادن روباز است. برنامه‌ریزی تولید به روش دستی و معمولی نمی‌تواند یک برنامه عملیاتی برای تعیین توالی کارگاه‌های استخراج زیرزمینی ارائه دهد. در مقابل، روش‌های مبتنی بر تحقیق در عملیات به دلیل پشتوانه قوی از منطق ریاضیات قادر به حل چنین مسائل پیچیده

است. در این تحقیق، با استفاده از برنامه ریاضی مبتنی بر برنامه‌ریزی عدد صحیح، مدلی با تابع هدف بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی (NPV) و محدودیت‌های فنی و استخراجی برای برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی ارائه شد. مدل ساخته شده در نرم‌افزار GAMS/CPLEX به زبان این نرم‌افزار نوشته شد و بر روی مثالی متشکل از ۹ کارگاه اجرا شد. ارزش خالص فعلی (NPV) به دست آمده از این مدل با مقدار حاصل از برنامه‌ریزی به روش دستی مورد مقایسه قرار گرفت که ۱/۱۶ درصد بیشتر از رویکرد دستی بود. بنابراین، با توجه به نتایج و مقایسه ارزش خالص فعلی می‌توان به این نتیجه رسید که با افزایش تعداد کارگاه‌ها در مقیاس واقعی و بزرگ، مهندسين معدن قادر به تعیین توالی کارگاه‌های زیرزمینی نخواهند بود. این در حالیست که مدل ارائه شده به دلیل پشتوانه منطق ریاضی، قادر به تعیین توالی با در نظر گرفتن تمام محدودیت‌های استخراجی و زمانی و بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی است.

مراجع

- [1] Mohammad, Ataei. (2005). Underground Mining Vol. (1), Shahrood University of Technology Publications.
- [2] Sens, J., & Topal, E. (2009). A new algorithm for stope boundary optimisation. Proceedings of New Leaders 2009. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 25-28.
- [3] GAMS Development Corporation, (2017). Washington DC, USA, available at www.gams.com
- [4] Jalali, S.E, (2006). Optimization of Underground Mines Limits in Vein Type deposits, PhD Thesis, Amirkabir University of Technology, Iran.

- design of an underground mine stope layout. *Applied Soft Computing*, 30, 595-603.
- [17] Topal, E. (2003). Advanced underground mine scheduling using mixed integer programming, Doctoral dissertation, PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden.
- [18] Bai, X, Marcotte, D, & Simon, R, (2013). Underground stope optimization with network flow method', *Computers & Geosciences*, 52, pp.361-371.
- [19] Cheimanoff, N. M., Deliac, E. P., & Mallet, J. L. (1989). GEOCAD: an alternative CAD and artificial intelligence tool that helps moving from geological resources to mineable reserves. In 21st International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (pp. 471-478).
- [20] Deraisme, J., De Fouquet, C., & Fraisse, H. (1984). Geostatistical ore-body model for computer optimization of profits from different underground mining methods. 18th APCOM IMM.
- [21] Manchuk, J., & Deutsch, C. (2008). Optimizing stope designs and sequences in underground mines. *SMETransactions*, 324, 67-75.
- [22] Jalali, S.E, Ataee-pour, M, Shahriar, K, Elahi-Zeyni, E, & Nikbin, V, (2016). Computer Based Optimization of Underground Mining Area', *Journal of Civil & Environmental Engineering and Science Technology*, 48(4), pp.475-489.
- [23] Sotoudeh, F., Kakaie, R., & Ataei, M. (2017). Development of a computer program for underground mine stope optimization using a heuristic algorithm. In *Proceedings of the First International Conference on Underground Mining Technology* (pp. 689-700). Australian Centre for Geomechanics.
- [24] Little, J., Knights, P., & Topal, E. (2013). Integrated optimization of underground mine design and scheduling. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 113(10), 775-785.
- [25] Haycocks, C & Aelick, RC (1992). Sublevel Stopping', in HL Hartman (ed.), *SME Mining Engineering Handbook*, Society for Mining, Metallurgy and Exploration Inc., Littleton, pp. 1717-24.
- [26] Brazil, M., Lee, D. H., Van Leuven, M., Rubinstein, J. H., Thomas, D. A., and Wormald, N. C. (2003). Optimizing declines in underground mines. *Mining Technology*, 112 (3), 164-170.
- [27] Russell, F., M. (1987). Application of a PC-based network analysis program to mine scheduling. in *Proceedings of 20 International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in*
- [5] Riddle, J. M. (1977). A dynamic programming solution of a block-caving mine layout. In *Proceeding of the 14th International Symposium on Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries*. Society for Mining, Metallurgy and Exploration (pp. 767-780).
- [6] Ovanic, J., & Young, D. S. (1999). Economic optimisation of open stope geometry .Paper presented at the 28th International APCOM Symposium, Colorado School of Mines, Golden.
- [7] Jalali, S.E, Ataee-pour, M, & Shahriar, K, (2007). Rigorous Algorithms to Optimise Stope Boundaries; Capabilities, Restrictions and Applications', *Modern Management of Mine Producing, Geology and Environmental Protection*, Albena, Bulgaria.
- [8] Jalali, S.E, Ataee-pour, M, Shahriyar, K, & Elahi-Zeyni, E, (2007). A Computer Program to Optimize Stope Boundaries Using Probable Stope Algorithm', *Iranian Journal of Mining Engineering (IRJME)*, 2(3), pp.7-14.
- [9] Grieco, N., & Dimitrakopoulos, R. (2007). Managing grade risk in stope design optimization: probabilistic mathematical programming model and application in sublevel stoping. *Mining technology*, 116(2), 49-57.
- [10] Jalali, S.E, & Hosseini, H, (2009). Optimization of Extraction Range in Underground Mining Using a Greedy Algorithm', *Journal of Science and Research in Mining Engineering*, 4(9), pp.1-11.
- [11] Alford, C, (1995). Optimization in underground mine design', *Proceedings of the 25th International APCOM Symposium*, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne.
- [12] Ataee-Pour, M, (2005) A critical survey of the existing stope layout optimization techniques', *Journal of Mining Science*, 41(5), pp.447-466.
- [13] Ataee-pour, M. (2000). A heuristic algorithm to optimize stope boundaries. Ph.D. Thesis, University of Wollongong, New South Wales, Australia.
- [14] Cawrse, I. (2001). Multiple Pass Floating Stope Process. Paper presented at the 4th Biennial Strategic Mine Planning Conference, Melbourne.
- [15] Sandanayake, D. S. S., Topal, E., & Asad, M. W. A. (2015). Designing an optimal stope layout for underground mining based on a heuristic algorithm. *International Journal of Mining Science and Technology*, 25(5), 767-772.
- [16] Sandanayake, D. S. S., Topal, E., & Asad, M. W. A. (2015). A heuristic approach to optimal

(Doctoral dissertation, PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden, CO).

[34] Yashar, P., & Hooman, A. N. (2013). A multi-step approach for block-cave production scheduling optimization. *International Journal of Mining Science and Technology*, 23(5), 739-750.

[35] Trout, L. P. (1995). Underground mine production scheduling using mixed integer programming. In *25th International APCOM Symposium Proceedings* (pp. 395-400).

[36] Little, J., Nehring, M., & Topal, E. (2008). A new mixed-integer programming model for mine production scheduling optimisation in sublevel stope mining. In *Proceedings-Australian Mining Technology Conference*. Twin Waters. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

[37] Nehring, M., Topal, E., Kizil, M., & Knights, P. (2012). Integrated short-and medium-term underground mine production scheduling. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 112(5), 365-378.

[38] Morteza, Osanloo. (2014). *Surface Mining Methods Vol. (1)*, Amirkabir University of Technology Publications.

the Mineral Industries, SAIMM, Johannesburg, South Africa, pp. 123-1312.

[28] Hanson, B. D., & Selim, A. A. (1975). Probabilistic simulation of underground production systems. *Trans. Soc. Min. Eng. AIME* ;(United States), 258(1).

[29] Muge, F. H., Santos, N., Vierira, J. L., and Cortez, L. (1992). Dynamic programming in mine planning and production scheduling. in *Proceedings of 23rd Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, Society of mining Engineering of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, Inc., Littleton, Colorado, USA.

[30] Carlyle, W. M., & Eaves, B. C. (2001). Underground planning at Stillwater mining company. *Interfaces*, 31(4), 50-60.

[31] McIssac, G. (2005). Long-term planning of an underground mine using mixed-integer linear programming. *CIM Bulletin*, 98(1089), 1-6.

[32] Kuchta, M, Newman, A and Topal, E, (2003). Implementing a production schedule at LKAB's Kiruna mine, *Interfaces*, 34 (2):124-134.

[33] Topal, E. (2003). Advanced underground mine scheduling using mixed integer programming

1 - Net Present Value
2 - Level-Oriented
3 - Field-Oriented
4 - Stillwater