

تفسیر بی‌هنجاری‌های مغناطیسی و گرانی با استفاده از روش واهمامیخت اویلر تعمیم‌یافته

جمال‌الدین بنی‌عامریان^۱، محمد رداد^{۲*}، مهدی محمدی ویژه^۳

۱- استادیار، دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته

۲- استادیار، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- کارشناس ژئوفیزیک، معاونت اکتشاف، سازمان زمین‌شناسی و اکتشاف مواد معدنی کشور، تهران

(دریافت: آذر ۱۳۹۸، پذیرش: مرداد ۱۳۹۹)

چکیده

در این مقاله روش واهمامیخت اویلر تعمیم‌یافته برای تفسیر بی‌هنجاری‌های مغناطیسی و گرانی مطالعه و بررسی می‌شود. این روش با رفع برخی محدودیت‌های روش متداول واهمامیخت اویلر برای تخمین هم‌زمان و خودکار عمق، شاخص ساختاری و موقعیت افقی چشمه‌های میدان پتانسیل به کار می‌رود. مهم‌ترین محدودیت روش واهمامیخت اویلر، وابستگی غیرخطی شاخص ساختاری و میدان زمینه است که در نتیجه برآورد هم‌زمان این دو مؤلفه را غیرممکن می‌سازد. به همین دلیل برای حل این معادله ابتدا یک مقدار پیش فرض برای شاخص ساختاری در نظر گرفته شده و نتایج به دست آمده با توجه به معیارهای مختلف ارزیابی می‌شوند. شاخص ساختاری اشتباه، نتایج نهایی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در معادلات تعمیم‌یافته، معادله دیفرانسیل اویلر برای تبدیل هیلبرت میدان و مشتق‌های آن حل می‌شود. از آنجایی که تبدیل هیلبرت مقادیر ثابت صفر است، وابستگی خطی شاخص ساختاری و میدان زمینه حذف و در نتیجه محاسبه خودکار شاخص ساختاری ممکن می‌شود. از طرفی چون تبدیل هیلبرت دارای دو مؤلفه x و y است، تعداد معادلات در هر نقطه و در نتیجه اعتبار جواب آنها افزایش می‌یابد. در این مقاله ابتدا تئوری روش واهمامیخت اویلر تعمیم‌یافته به طور مفصل شرح داده می‌شود، سپس بی‌هنجاری مغناطیسی تولید شده توسط ۱۸ کره مغناطیسی (دوقطبی مغناطیسی) با ویژگی‌های متفاوت با استفاده از این روش مطالعه می‌شود. در نهایت از این روش برای تفسیر بی‌هنجاری بوگر گرانی منطقه‌ای در استان کبک کشور کانادا و بی‌هنجاری مغناطیسی تولید شده توسط سنگ‌های آذرین در محدوده شهرستان انار واقع در استان کرمان استفاده خواهد شد.

کلمات کلیدی

بی‌هنجاری گرانی، بی‌هنجاری مغناطیسی، تخمین عمق، شاخص ساختاری، واهمامیخت اویلر تعمیم‌یافته

*عهده‌دار مکاتبات: mraddad@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه

بهره‌گیری از تبدیل هیلبرت این روش را برای حالت سه‌بعدی تعمیم دادند. دیویس و همکاران [۱۵]، با حذف شاخص ساختاری از معادلات دیفرانسیلی مرتبط و اعمال روش اویلر روی میدان مغناطیسی و مشتق‌های آن، روش جدید و خلاقانه‌ای را برای اکتشاف و شناسایی مهمات منفجر نشده به‌کار بردند. در این مقاله به مطالعه این الگوریتم اخیر و کاربرد آن روی داده‌های مغناطیسی و گرانی به منظور تخمین مشخصه‌های چشمه، شامل عمق، موقعیت افقی و شاخص ساختاری، پرداخته می‌شود. الگوریتم انجام این روش به صورت مرحله‌ای با بیان ساده در بخش تئوری آورده می‌شود. ایده میانگین‌گیری از نتایج پیرامون نقطه‌ای که جواب‌ها تجمع زیادی دارند مطرح می‌شود که می‌تواند به بهبود در دقت تخمین محل چشمه کمک کند. همچنین نحوه محاسبه مشتق‌های جهتی و عدد موج با جزئیات بیشتری مورد بحث قرار می‌گیرد و توضیحاتی در مورد تغییرات شاخص ساختاری برای میدان‌هایی که همگن نیستند داده می‌شود. در نهایت الگوریتم واهمامیخت اویلر تعمیم یافته برای بی‌هنجاری مغناطیسی تولید شده با مدل مصنوعی و در حالت واقعی برای تخمین مشخصات چشمه بی‌هنجاری نوراندا (Noranda) در استان کبک (Quebec) کشور کانادا، و بی‌هنجاری مغناطیسی ناشی از واحدهای سنگی آذرین بیرونی در محدوده‌ای از شهرستان انار واقع در استان کرمان استفاده خواهد شد.

۲- روش، بحث و بررسی

۲-۱- روش واهمامیخت اویلر تعمیم یافته

روش واهمامیخت اویلر بر این اصل استوار است که میدان پتانسیل (مغناطیس و گرانی) ناشی از چشمه‌هایی با شکل هندسی ساده مانند استوانه و کره در معادله همگن دیفرانسیلی اویلر صدق می‌کند. به این ترتیب اگر مؤلفه‌ای دلخواه از میدان، F ، (مغناطیسی یا گرانی) همگن از درجه n باشد، یعنی اگر رابطه (۱) را برآورده کند:

$$F(tx, ty, tz) = t^n F(x, y, z) \quad (1)$$

که در این صورت میدان F در معادله دیفرانسیل اویلر،

رابطه (۲)، صدق خواهد کرد:

$$x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} = nF(x, y, z) \quad (2)$$

روش واهمامیخت اویلر به عنوان یک روش بنیادی و مهم در تفسیر کمی داده‌های میدان مغناطیسی و گرانی در حوزه ژئوفیزیک اکتشافی طی چندین دهه به شیوه‌های مختلفی به کار گرفته شده است. این روش بر مبنای استفاده از معادله دیفرانسیل همگن اویلر است که در قرن هجدهم معرفی شد. هود [۱] برای اولین بار این معادله را وارد روش‌های مغناطیسی نمود و شاخص ساختاری را برای دوقطبی مغناطیسی استخراج کرد. تامپسون [۲] این روش را توسعه داد و با معرفی معیاری برای حذف جواب‌های غیرواقعی، از آن برای تفسیر داده‌های دو بُعدی (داده‌ها در امتداد پروفیل) مغناطیسی استفاده کرد. رید و همکاران [۳] روش واهمامیخت اویلر را برای حالت سه‌بعدی از طریق اعمال آن روی داده‌های شبکه‌بندی شده مغناطیسی توسعه و پیشنهاد کاربرد آن روی داده‌های گرانی را ارائه دادند. این روش به دلیل توانایی‌هایی که داشت به سرعت مقبولیت و کاربرد فراوانی در حوزه اکتشاف گرانی و مغناطیسی پیدا کرد و الگوریتم‌های متنوعی برای بهبود کاربرد آن روی داده‌های مغناطیسی، گرانی، مشتق‌ها و مؤلفه‌های تانسوری توسعه پیدا کرد [۴-۱۹]. در بسیاری از تحقیقات اخیر موضوع حذف حل‌های غیرواقعی، کاهش پراکندگی نتایج و کاهش تعداد معادلات اویلر در هر نقطه، از طریق کاهش تعداد مجهولات یا اعمال قیدهای بیشتر، مورد توجه ویژه بوده است (به عنوان مثال رجوع شود به [۲۰]). در واقع می‌توان گفت که روش اویلر به شکل اولیه و کلاسیک خود نقاط ضعفی دارد که به‌کارگیری آن را برای ساختارهای پیچیده به امری زمان‌بر و دشوار تبدیل می‌کند. در واقع به دلیل وابستگی غیرخطی میدان زمینه و شاخص ساختاری، که توصیف کننده شکل هندسی چشمه است، لازم است که شاخص ساختاری به صورت پیش فرض و یا با داشتن اطلاعات اولیه از چشمه وارد مسأله شود. در حالی که نتایج نهایی مسأله به شدت نسبت به این کمیت ناپایدار است و انتخاب اشتباه آن به نتایج نادرستی می‌انجامد. موشایاندبو و همکاران [۲۱] با اعمال محدودیت چرخشی (rotational constraint)، روش واهمامیخت اویلر تعمیم یافته را برای حالت دو بُعدی توصیف کردند که برخی از محدودیت‌های روش‌های پیشین را ندارد. نبیقیان و هسن [۷] با

[۳؛۲]. برای حل این معادله معمولاً پنجره‌های متحرکی با ابعاد مشخص در نظر گرفته می‌شود و با تشکیل دستگاهی از معادلات برای همه نقاط درون پنجره، مجهولات تخمین زده می‌شوند. در انتخاب بهینه ابعاد پنجره گسترش بی‌هنجاری‌ها، میزان تداخل بی‌هنجاری چشمه‌های مجاور، سطح نوفه و عمق چشمه‌های مورد هدف اکتشاف باید مدنظر قرار بگیرد. برای هر پنجره چون تعداد معادلات بیشتر از تعداد مجهولات است نیاز به حل یک مسأله بیش‌تعیین شده (overdetermined) با استفاده از روش کمترین مربعات وجود دارد. حل این معادله نسبت به مقدار شاخص ساختاری انتخابی بسیار ناپایدار است و تخمین یا فرض نادرست آن می‌تواند دیگر جواب‌ها را با خطای زیادی مواجه کند. بنابراین روش‌های مختلفی برای رفع این مشکل از طریق کم کردن تعداد مجهولات توسعه یافته است. در این راستا نبیقیان و هسنس [۷] و دیویس و همکاران [۱۵] با تعمیم و کلیت بخشیدن به روش موشایاندبو و همکاران (۱۹۹۹، ۲۰۰۱) روش تعمیم یافته اولرر را بر مبنای تبدیل هیلبرت میدان، برای تخمین عمق، موقعیت افقی و شاخص ساختاری چشمه‌های پتانسیل ارائه دادند. توجیه تئوری این روش بر این اصل است: چنانچه میدان پتانسیل همگنی در معادله اولرر صدق کند، تبدیل هیلبرت آن میدان نیز معادله اولرر را برآورده خواهد کرد. در این روش، میدان زمینه که در هر پنجره ثابت فرض می‌شود، با استفاده از تبدیل هیلبرت حذف خواهد شد و معادله برای چهار مجهول (x_0, y_0, z_0, N) حل می‌شود. به این ترتیب رابطه‌های (۳) و (۴) برای تبدیل هیلبرت میدان نیز برقرارند؛ با این مزیت مهم که چون تبدیل هیلبرت کمیت ثابت صفر است میدان زمینه حذف خواهد شد [۷]:

$$(x - x_0) \frac{\partial H(F)}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial H(F)}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial H(F)}{\partial z} = -NH(F) \quad (5)$$

که H نشان‌دهنده تبدیل هیلبرت است که دو مؤلفه x و y دارد:

$$H = Hx\hat{i} + Hy\hat{j} \quad (6)$$

که Hx و Hy به ترتیب تبدیل هیلبرت در جهت x و y هستند. بنابراین رابطه (۵) به دو معادله مجزا تبدیل می‌شود:

$$(x - x_0) \frac{\partial Hx(F)}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial Hx(F)}{\partial y} \quad (7)$$

که t یک ضریب حقیقی و x, y, z مختصات میدان است. درجه همگنی به شکل هندسی چشمه بستگی دارد و توصیف کننده تغییرات میدان تولید شده توسط چشمه با تغییر فاصله از چشمه است. به عنوان مثال میدان ناشی از یک دوقطبی مغناطیسی با توان سوم (درجه همگنی ۳-) و میدان یک جرم نقطه‌ای با توان دوم (درجه همگنی ۲-) فاصله نسبت عکس دارد (به عنوان مثال [۱۸]). برای مشتق‌های میدان، درجه همگنی برابر با درجه همگنی خود میدان منهای مرتبه مشتق است. یعنی درجه همگنی مشتق افقی یا قائم میدان دوقطبی مغناطیسی از درجه ۴- است. رابطه (۲) توسط تامپسون [۲] و رید و همکاران [۳] با عنوان روش واهمامیخت اولرر برای تخمین مشخصه چشمه‌های دو و سه بعدی در اکتشافات مغناطیسی و گرانی به کار گرفته شد.

در اکتشاف چشمه‌های میدان پتانسیل مقدار مطلق درجه همگنی به عنوان شاخص ساختاری تعریف می‌شود که با توجه به مفهوم درجه همگنی، توصیفی کلی از شکل هندسی چشمه ارائه می‌دهد. به این ترتیب معادله اصلی روش واهمامیخت اولرر در اکتشافات با رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$(x - x_0) \frac{\partial F}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial F}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial F}{\partial z} = -NF + NB \quad (3)$$

که (x_0, y_0, z_0) محل چشمه، (x, y, z) مختصات نقاط اندازه‌گیری، N شاخص ساختاری و B میدان زمینه است. رابطه (۳) را می‌توان به شکل بسته و کلی رابطه (۴) نوشت:

$$\sum_{x_i}^{x,y,z} (x_i - x_{0i}) \frac{\partial F}{\partial x} = -NF + NB \quad (4)$$

در معادله دیفرانسیلی رابطه (۴) پنج کمیت مجهول (x_0, y_0, z_0, N, B) وجود دارد. با توجه به سمت راست رابطه (۴) شاخص ساختاری و میدان زمینه وابستگی غیرخطی دارند و تعیین هم‌زمان آنها امکان‌پذیر نیست. به این دلیل برای حل این معادله ابتدا یک مقدار پیش فرض برای شاخص ساختاری در نظر گرفته می‌شود و با توجه به معیارهای مختلفی مانند میزان تجمع جواب‌ها، اطلاعات زمین‌شناسی موجود (به ویژه در مورد شکل ساختار) و انحراف معیار عمق برآورد شده نتایج صحت‌سنجی می‌شوند

(۱) محاسبه مشتق‌های جهتی میدان و تبدیل هیلبرت آنها و تشکیل معادلات ماتریسی رابطه‌های (۹) و (۱۰) (۲) انتخاب پنجره با ابعاد مناسب برای حل رابطه‌های (۹) و (۱۰). طول پنجره‌ها با توجه به گسترش بی‌هنجاری‌ها و میزان تداخل آنها انتخاب می‌شود. لازم است که پنجره‌هایی با ابعاد مختلف استفاده شود تا جواب‌های بهینه به دست آیند.

(۳) حذف جواب‌های غیر واقعی در هر پنجره با اعمال قید (۴) تقریب محل افقی چشمه با توجه به میزان تجمع جواب‌ها و تناظر آنها با بی‌هنجاری (۵) میانگین‌گیری از جواب‌ها (عمق، موقعیت افقی و شاخص ساختاری) در یک محدوده (به تشخیص کاربر) به مرکزیت محل افقی چشمه (۶) تکرار مراحل ۲ تا ۵ برای همه مؤلفه‌های میدان و مقایسه نتایج.

۲-۲- شاخص ساختاری و محل عمق تخمینی

در تمامی روش‌هایی که مبنای آنها استفاده از معادله اویلر است محل عمق تخمینی به شکل هندسی چشمه بستگی دارد. در واقع محل عمق تخمین زده شده مربوط به نقاط تکین چشمه است. به عنوان مثال نقطه تکین چشمه‌هایی با شکل هندسی ساده مانند کره و استوانه افقی در مرکز و نقطه تکین چشمه‌هایی مانند دایک، سطح تماس و استوانه قائم در بالای آنها قرار دارد [۲۲؛ ۲۳؛ ۲۴؛ ۲۵؛ ۲۶]. برای اجسامی که شکل منظم یا کاملی ندارند (مانند منشور)، محل عمق تخمینی به فاصله از چشمه بستگی دارد چرا که میدان این گونه چشمه‌ها همگن نیست. به عبارت دیگر چنانچه اندازه‌گیری روی منشور در فواصل دور انجام پذیرد عمق می‌تواند عمق مرکز باشد و اگر فاصله نزدیک باشد عمق مربوط به سطح یا لبه‌های چشمه است. میدان مغناطیسی و گرانی تولید شده توسط چشمه‌هایی با شکل هندسی ساده مانند کره، استوانه و دایک نازک کاملاً همگن است، بنابراین شاخص ساختاری ثابتی دارند که با تغییر فاصله از چشمه ثابت می‌ماند. اما برای چشمه‌هایی مانند منشور چون میدان کاملاً همگنی ندارند شاخص ساختاری نیز با تغییر فاصله از چشمه تغییر می‌کند. رفتار اندیس ساختاری و تغییر محل عمق تخمینی با تغییر فاصله از چشمه به طور دقیق و جامع توسط فلوریو و همکاران [۲۵] تحلیل شده است.

$$\begin{aligned} &+(z-z_0)\frac{\partial Hx(F)}{\partial z} = -NHx(F) \\ &(x-x_0)\frac{\partial Hy(F)}{\partial x} + (y-y_0)\frac{\partial Hy(F)}{\partial y} \\ &+(z-z_0)\frac{\partial Hy(F)}{\partial z} = -NHy(F) \end{aligned} \quad (۸)$$

این روابط را می‌توان به شکل بسته رابطه‌های (۹) و (۱۰) نوشت:

$$\begin{aligned} \sum_{x,y,z}^{x_i} (x_i - x_{0i}) \frac{\partial Hx(F)}{\partial x} &= -NHx(F) \quad (۹) \\ \sum_{x,y,z}^{x_i} (x_i - x_{0i}) \frac{\partial Hy(F)}{\partial x} &= -NHy(F) \quad (۱۰) \end{aligned}$$

در این روابط F می‌تواند میدان اندازه‌گیری شده یا مشتق‌های جهتی آن (قائم یا افقی) باشد. بنابراین در هر نقطه ۸ معادله جدا که مستقل از میدان زمینه هستند تشکیل می‌شود. لازم به ذکر است که برای ساختارهایی با شاخص ساختاری صفر (سطح تماس مغناطیسی و دایک گرانی) مقدار ثابتی به سمت راست اضافه می‌شود که باید تعیین شوند [۹]. چون در اینجا هدف تخمین چشمه‌های دو بُعدی یا سه بُعدی است به این موضوع پرداخته نمی‌شود. رابطه‌های (۹) و (۱۰) نیز با تعریف پنجره‌های متحرک با اندازه معین با استفاده از روش کمترین مربعات حل می‌شوند. در اینجا نیز همانند روش واهمامیخت کلاسیک با اعمال معیارها و در نظر گرفتن اطلاعات زمین‌شناسی جواب‌های غیر معتبر حذف می‌شوند. به عنوان مثال یک معیار می‌تواند حذف جواب‌هایی با اندیس ساختاری کوچک‌تر از صفر و بزرگ‌تر از ۳ باشد. همچنین اطلاع از موقعیت تقریبی افقی چشمه (که معمولاً به طور مستقیم و با توجه به نقشه میدان قابل تخمین است) نیز می‌تواند معیار خوبی برای گزینش جواب‌ها باشد. هرچه تجمع جواب‌ها بیشتر باشد نتایج از اعتبار بالاتری برخوردارند. به علاوه تنها حل‌هایی باید به عنوان جواب مسأله در نظر گرفته شوند که با بی‌هنجاری مشخصی در تناظر باشند.

در مسائل مدلسازی با روش‌های وارون می‌توان نتایج به دست آمده از روش واهمامیخت اویلر تعمیم‌یافته را به عنوان اطلاعات اولیه وارد مسأله کرد تا یکتایی مدل بازسازی شده افزایش یابد و بتوان مدلی با جزئیات دقیق‌تر تولید کرد. به طور خلاصه مراحل کاربرد این روش را می‌توان به شکل زیر خلاصه کرد:

۳-۲- تبدیل هیلبرت

تبدیل هیلبرت سه‌بعدی تابع F در حوزه مکان با روابط انتگرالی (۱۱) و (۱۲) به دست می‌آید [۲۶]:

$$Hx[F] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x-\xi}{r^3} F(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (11)$$

$$Hy[F] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y-\eta}{r^3} F(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (12)$$

که

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \quad (13)$$

محاسبه تبدیل هیلبرت سه‌بعدی F با استفاده مستقیم از این روابط، پیچیده است. اما در حوزه فرکانس این محاسبات به سادگی امکان‌پذیر است. در حوزه فوریه عملگر تبدیل هیلبرت با رابطه (۱۴) تعریف می‌شود [۲۶]:

$$H = Hx\hat{i} + Hy\hat{j} = -\frac{ik_x}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}\hat{i} - \frac{ik_y}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}\hat{j} \quad (14)$$

که k_x و k_y عددهای موج در جهت x و y و $i = \sqrt{-1}$ هستند. با این تعاریف تبدیل فوریه مؤلفه‌های x و y ، تبدیل هیلبرت F این گونه به دست می‌آید:

$$f[Hx(F)] = -\frac{ik_x}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}f(F) \quad (15)$$

$$f[Hy(F)] = -\frac{ik_y}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}f(F) \quad (16)$$

بنابراین با تبدیل فوریه معکوس رابطه‌های (۱۵) و (۱۶)، تبدیل هیلبرت F به دست می‌آید. عددهای موج با استفاده از فاصله بین نقاط اندازه‌گیری و تعداد نقاط در هر جهت محاسبه می‌شوند:

$$(k_x)_s = \frac{2\pi}{n_x \Delta x} (s-1), \quad (17)$$

$$s = 1, 2, \dots, n_x \quad (18)$$

$$(k_y)_h = \frac{2\pi}{n_y \Delta y} (h-1), \quad (18)$$

که Δx و Δy فاصله و n_x و n_y تعداد نقاط اندازه‌گیری در هر جهت است.

۳-۲-۴- محاسبه مشتق‌های جهتی میدان

عمل مشتق‌گیری مانند فیلتر بالاگذر منجر به تقویت شدید نوفه‌های بسامد بالای موجود در داده می‌شود.

بنابراین همانند سایر روش‌های تخمین مشخصه‌های چشمه، که بر مبنای مشتق‌های میدان هستند، محاسبه هرچه پایدارتر مشتق‌های میدان در دقت نتایج نهایی بسیار مهم است. مشتق‌های افقی میدان را می‌توان به سادگی با استفاده از روش تفاضل محدود در حوزه مکان محاسبه کرد. این روش محاسبه مشتق افقی نسبت به فرآیند مشابه در حوزه فرکانس پایدارتر است [۲۷-۲۹]. به عنوان مثال برای میدان پتانسیل، F ، که در نقاط گسسته اندازه‌گیری شده است، مشتق افقی را در دو جهت می‌توان به صورت تقریبی با رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) محاسبه کرد (به عنوان مثال: [۳۰]):

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{ij} \approx \frac{F_{i+1,j} - F_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (19)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_{ij} \approx \frac{F_{i,j+1} - F_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (20)$$

محاسبه مشتق قائم میدان در حوزه مکان دشوار و از نظر محاسباتی زمان‌بر است [۳۱]. بنابراین این فرآیند به طور متداول در حوزه فوریه با ضرب اندازه عدد موج در تبدیل فوریه میدان و سپس تبدیل فوریه معکوس نتیجه حاصل از مرحله قبل به دست می‌آید. در این روش حساسیت تبدیل فوریه نسبت به نوفه‌های بسامد بالای موجود در داده منجر به ناپایداری شدید مشتق‌گیری قائم نسبت به نوفه خواهد شد. برای رفع این مشکل الگوریتم‌های مختلفی مانند تبدیلات هیلبرت [۲۶]، روش ISVD [۲۹] و روش منظم‌سازی [۳۲] پیشنهاد شده است. در این مقاله برای محاسبه مشتق قائم در رابطه‌های (۹) و (۱۰) از روش منظم‌سازی استفاده می‌شود.

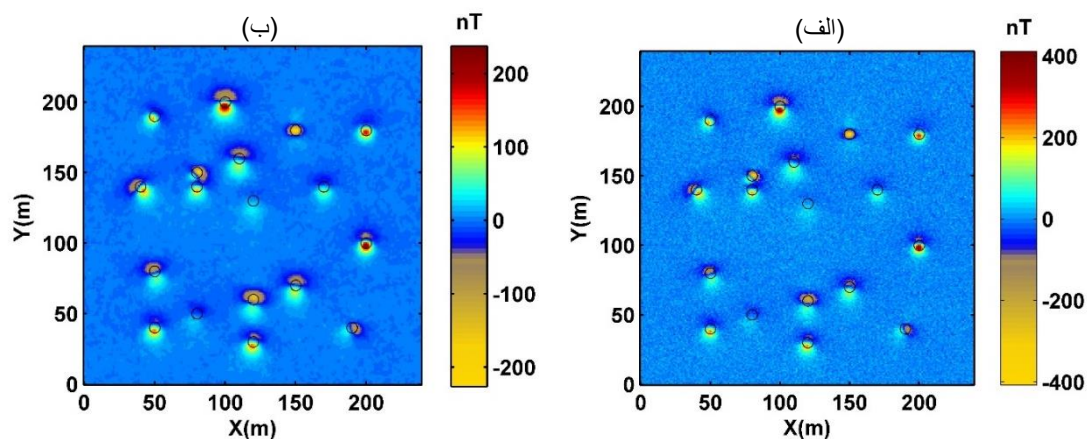
۳- پیاده‌سازی

۳-۱- کاربرد روش روی داده‌های مصنوعی

به منظور ارزیابی روش واهمامیخت اویلر تعمیم یافته، این روش روی بی‌هنجاری مغناطیسی تولید شده توسط ۱۸ چشمه مغناطیسی سه بعدی (دوقطبی) که مشخصات فیزیکی و هندسی متفاوتی دارند و در نقاط مختلفی پراکنده شده‌اند اعمال می‌شود. فاصله بین نقاط اندازه‌گیری در هر دو راستا یک متر است. مغناطیس‌شوندگی (magnetization) چشمه‌ها القایی و باقیمانده است. زوایای میل و انحراف میدان زمینه به ترتیب ۴۵ و ۴ درجه است. چون همه چشمه‌ها دارای مغناطیس‌شوندگی

مجاور شدید و هر چشمه دارای مغناطیس باقیمانده است. در واقع چشمه‌های معدنی فشرده (compact) می‌توانند به عنوان یک دوقطبی در نظر گرفته شوند. برای کاهش اثر نوفه قبل از کاربرد روش، داده‌ها با استفاده از ادامه فراسو به ارتفاع یک متری از سطح اندازه‌گیری منتقل می‌شوند. شکل ۱ بی‌هنجاری مغناطیسی آلوده به نوفه را در سطح اندازه‌گیری و در ارتفاع یک متری از آن (پس از ادامه فراسو) نشان می‌دهد.

باقیمانده هستند، بنابراین زوایای میل و انحراف مغناطیس‌شوندگی چشمه‌ها یکسان نیست. ارتفاع سطح اندازه‌گیری یک متر است. در جدول ۱ مشخصات هر چشمه ذکر شده است. برای شبیه‌سازی شرایط واقعی‌تر نوفه گاوسی با میانگین صفر و انحراف معیار ۱۰ نانوتسلا به داده‌ها افزوده شده است. این مدل مصنوعی شامل مجموعه‌ای از دوقطبی‌ها با عمق و مغناطیس‌شوندگی متفاوت است و هدف از نمایش این مدل بررسی توانمندی روش مذکور برای حالتی است که اثرات تداخلی چشمه‌های



شکل ۱: (الف) بی‌هنجاری مغناطیسی آلوده به نوفه گاوسی. (ب) بی‌هنجاری مغناطیسی آلوده به نوفه گاوسی پس از ادامه فراسو به ارتفاع یک متری از سطح اندازه‌گیری. دایره‌ها محل دقیق چشمه‌ها را نشان می‌دهند.

جدول ۱: مشخصات چشمه‌های دوقطبی

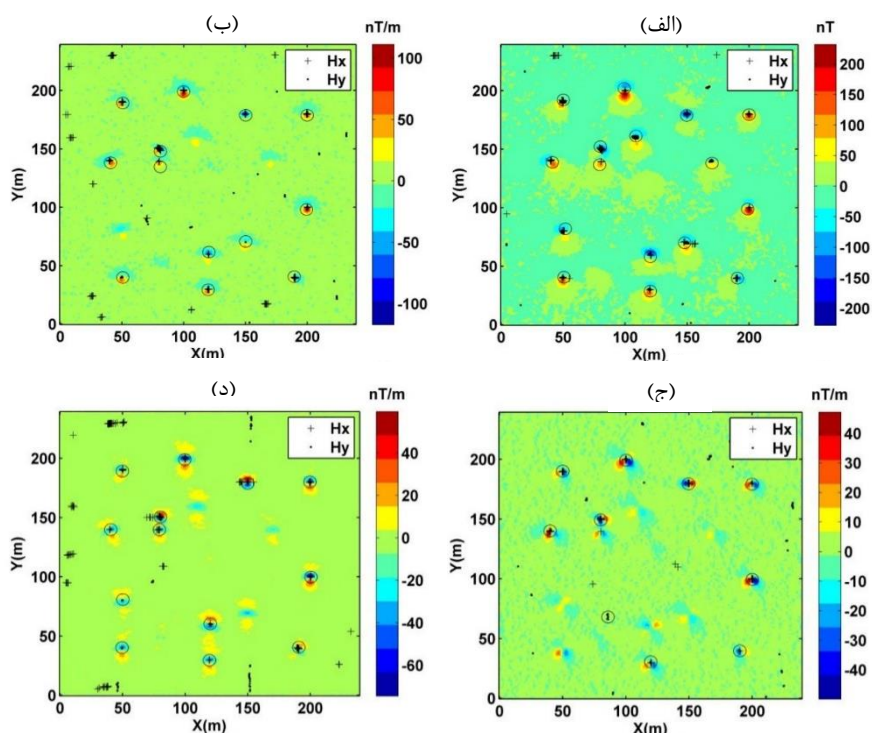
شماره چشمه	عمق (متر)	مغناطیدگی (A/m)	زاویه میل (درجه)	زاویه انحراف (درجه)	شماره چشمه	عمق (متر)	مغناطیدگی (A/m)	زاویه میل (درجه)	زاویه انحراف (درجه)
۱	۱۰	۰/۱	۴۰	۱۰	۱۰	۷/۵	۰/۱۸	۲۵	۱۰
۲	۸	۰/۰۸	۱۰	۲۵	۱۱	۴/۵	۰/۰۷	۹۰	۱۰
۳	۳	۰/۰۵	-۱۰	۴۳	۱۲	۴	۰/۰۵	-۱۵	۷۰
۴	۴	۰/۰۸	۷۰	۵	۱۳	۵	۰/۰۹	۴۵	۲۰
۵	۵	۰/۱۵	۴۵	۴	۱۴	۴/۵	۰/۱	۲۰	-۶۰
۶	۳/۵	۰/۰۶	-۴۵	-۶	۱۵	۵	۰/۰۸	۶۰	۱۰
۷	۵/۵	۰/۱	۵	-۲۰	۱۶	۶	۰/۰۷	۴۰	-۵
۸	۴	۰/۰۵	۴۵	۷۰	۱۷	۴	۰/۰۵	۴۰	-۵
۹	۶	۰/۱۲	۲۵	۱۰	۱۸	۵/۵	۰/۱۴	-۱۰	۱۰

می‌دهد. در هر مورد مجموع جواب‌های به دست آمده از تبدیل هیلبرت میدان مربوطه در دو جهت در نظر گرفته می‌شوند. برای تخمین موقعیت افقی و عمق چشمه، با توجه به تمرکز و تجمع جواب‌ها و مطابقت آن با بی‌هنجاری روی نقشه، دایره‌ای با شعاع ۵ متر انتخاب شده و مقدار تخمینی عمق و محل افقی چشمه مقدار میانگین

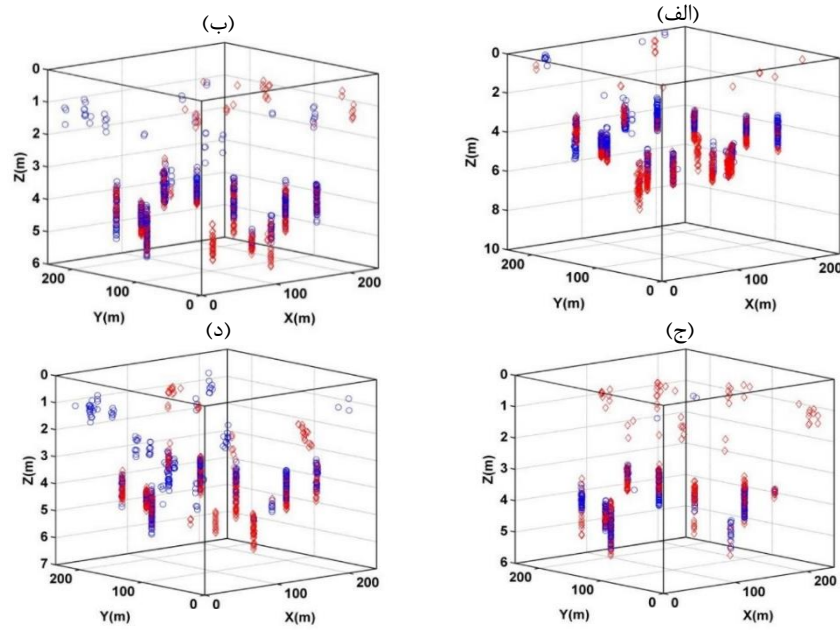
برای تخمین عمق، موقعیت افقی و شاخص ساختاری چشمه‌ها، رابطه‌های (۷) و (۸) برای بی‌هنجاری مغناطیسی و مشتق‌های جهتی آن به کار برده می‌شود. جواب‌های مربوط به هر مورد پس از حذف جواب‌های غیرواقعی با استفاده از معیارهای مناسب به دست می‌آیند. شکل ۲ مجموع کل جواب‌ها را برای میدان و مشتق‌های آن نشان

خواهد بود. جواب‌های نهایی از ترکیب نتایج این چهار حالت که هر حالت خود شامل تحلیل تبدیل هیلبرت در دو جهت است به دست می‌آید. به عبارتی دیگر نتایج نهایی بر مبنای ترکیب هشت معادله حل شده برآورد می‌شوند. شکل ۴-الف و ۴-ب به ترتیب موقعیت افقی و عمق تخمینی چشمه‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل روش واهمامیخت اوپلر تعمیم یافته موقعیت افقی چشمه‌ها را با دقت بسیار خوبی تخمین زده و تعیین عمق چشمه‌ها نیز از خطای کمی برخوردار است. در شکل ۵-الف مقادیر عمق واقعی و تخمینی همه چشمه‌ها و اختلاف آنها ترسیم شده است. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، در این روش نیاز به پیش‌فرض شاخص ساختاری نیست و این کمیت به صورت خودکار برآورد می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که توانایی این روش در تعیین خودکار این کمیت نیز قابل توجه است. شکل ۵-ب توزیع آماری مقادیر به دست آمده شاخص ساختاری چشمه‌ها را نشان می‌دهد که مطابق انتظار برای همه چشمه‌ها نزدیک به ۳ است.

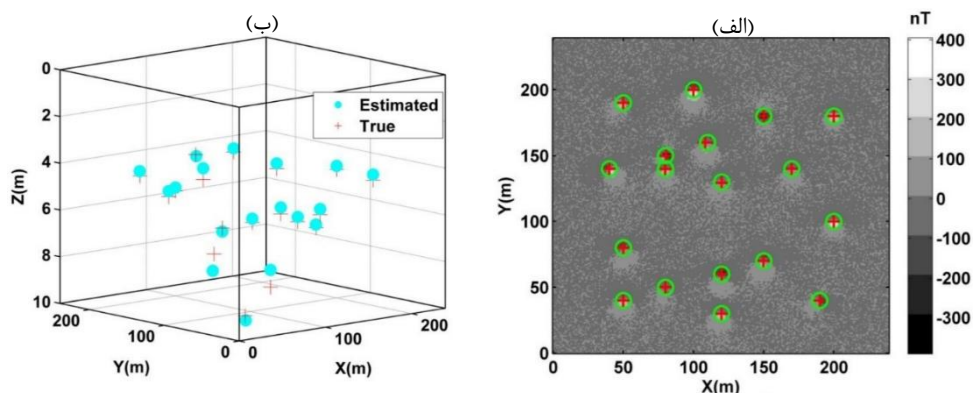
همه جواب‌ها در این دایره‌ها در نظر گرفته می‌شود. دایره‌ها در نقشه‌ها محدوده میانگین‌گیری برای هر چشمه را نشان می‌دهند. با دقت در شکل ۲ مشاهده می‌شود که همه چشمه‌ها به طور هم‌زمان در نتایج به دست آمده از حل تنها یکی از معادلات هشت‌گانه اوپلر وجود ندارند. به عنوان مثال چشمه واقع در مختصات (۷۰، ۸۰) متری تنها توسط تبدیل H_y مشتق افقی در جهت x شناسایی شده است. عوامل متعددی مانند اندازه پنجره، نوفه، اثر تداخلی بی‌هنجاری‌ها نسبت به هم، گسترش یا جهت‌گیری بی‌هنجاری در یک جهت و دامنه بی‌هنجاری می‌تواند در این مورد مؤثر باشد. مجموع جواب‌ها برای عمق که از کاربرد روش واهمامیخت تعمیم یافته اوپلر روی میدان و مشتق‌های آن به دست آمده به صورت نمایش سه‌بعدی در شکل ۳ نشان داده شده است. جواب‌های غیرواقعی با استفاده از معیارهای مناسبی فیلتر شده‌اند. همانند تخمین موقعیت افقی، عمق نهایی برابر میانگین همه عمق‌های تخمینی در محدوده تعریف شده (دایره‌ها در شکل ۲)



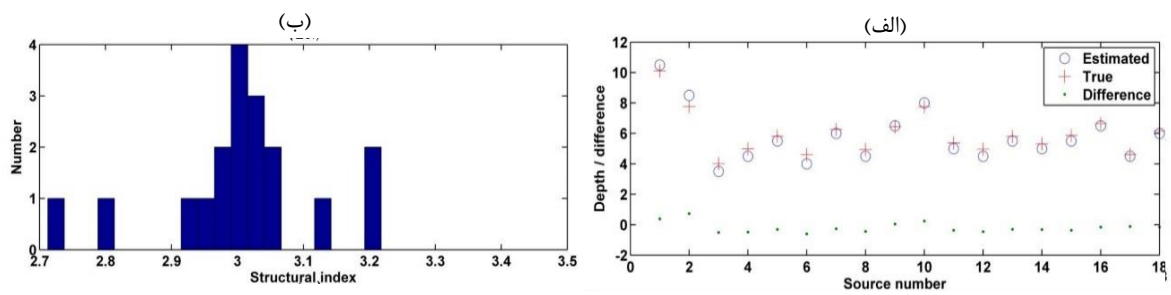
شکل ۲: تمرکز و تجمع جواب‌ها در سطح افقی. نتایج به دست آمده از کاربرد روش روی: (الف) میدان، (ب) مشتق قائم میدان، (ج) مشتق افقی میدان در جهت x (د) مشتق افقی میدان در جهت y . علامت‌های (+ و -) نتایج تبدیل هیلبرت در جهت x و y هستند. دایره‌ها محدوده میانگین‌گیری از نتایج را نشان می‌دهد.



شکل ۳: تمرکز و تجمع جواب‌ها در عمق. نتایج به دست آمده از کاربرد روش روی: (الف) میدان، (ب) مشتق قائم میدان، (ج) مشتق افقی میدان در جهت x (د) مشتق افقی میدان در جهت y : دایره‌های آبی و لوزی‌های قرمز نتایج تبدیل هیلبرت در جهت x و y هستند



شکل ۴: (الف) تخمین موقعیت افقی چشمه‌ها (علامت + قرمز رنگ محل تخمین زده شده و دایره سبز رنگ محل واقعی دوقطبی‌ها). (ب) عمق تخمینی چشمه‌ها پس از میانگین‌گیری



شکل ۵: (الف) عمق واقعی و تخمینی چشمه‌های مصنوعی و اختلاف آنها. (ب) توزیع آماری مقادیر به دست آمده برای شاخص ساختاری

۳-۲- تحلیل داده‌های واقعی

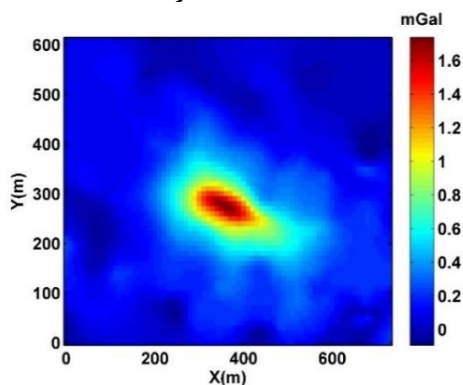
در این بخش روش اوپلر تعمیم یافته برای تخمین مشخصه‌های چشمه تولیدکننده بی‌هنجاری گرانی و مغناطیسی بر روی داده‌های واقعی به کار برده می‌شود.

۳-۲-۱- بی‌هنجاری گرانی نوراندا، کانادا

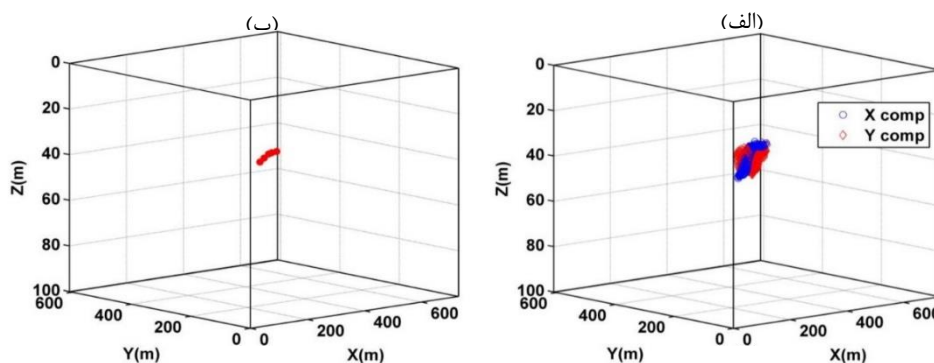
بی‌هنجاری گرانی نوراندا (Noranda) استان کبک (Quebec) کشور کانادا، (شکل ۶) ناشی از یک توده بزرگ سولفید فلز پایه (base metal sulfide)، عمدتاً پیریت است [۳۳]. فاصله بین نقاط شبکه منظم داده‌ها ۱۰ متر و ابعاد محدوده اندازه‌گیری 620×740 مترمربع است. مطابق تحلیل انجام شده توسط گرنٹ و وست [۳۳] با روش نیم پهنای (half-width)، عمق تا مرکز توده حدوداً ۵۰ متر برآورد شده است. یالونگو و همکاران [۳۴] با وارون‌سازی داده‌ها عمق تا مرکز را تقریباً ۴۰ تا ۵۰ متر تخمین زده و با استفاده از تابع مقیاس‌دهی و روش چندمقیاسی شاخص ساختاری این چشمه را $1/4$ برآورد کرده‌اند و تابع وزنی

عمق در فرایند وارون‌سازی بر مبنای این مقدار شاخص ساختاری به کار گرفته شده است.

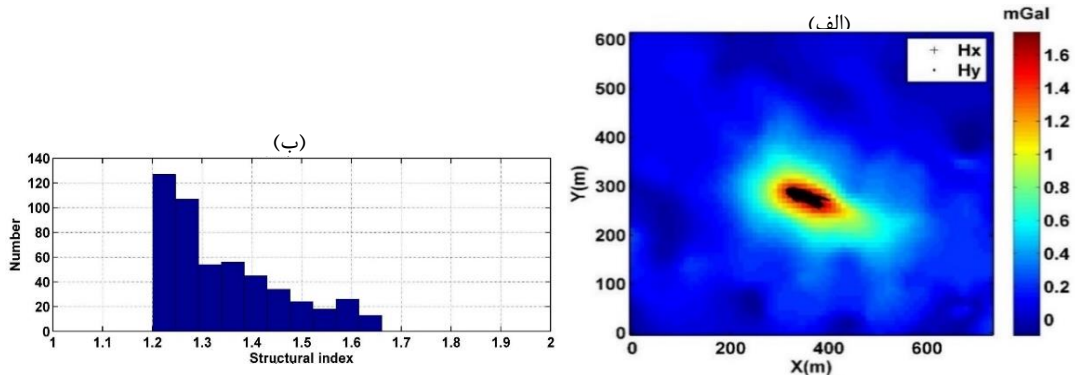
روش واهمامیخت اوپلر تعمیم یافته با انتخاب پنجره‌ای با ابعاد ۳۹ نقطه‌ای روی داده‌های میدان گرانی اعمال شده است. برای حل معادلات از تبدیل هیلبرت در هر دو جهت استفاده شده است. تعداد کل جواب‌ها پس از اعمال فیلترها و معیارهای مناسب حدود ۵۴۰ عدد است. در شکل ۷-الف و ۷-ب مجموعه کل جواب‌ها و میانگین جواب‌ها را در محدوده بی‌هنجاری نمایش می‌دهد. توزیع نتایج به دست آمده برای محل رومرکز چشمه و توزیع آماری شاخص ساختاری در شکل ۸-الف و ۸-ب نمایش داده شده است. این نتایج در عین سازگاری با مطالعات پیشین به خوبی محل افقی توده را تعیین می‌کند. نتایج به دست آمده انطباق و همخوانی خوبی با مطالعات پیشین دارد. بیشترین توزیع شاخص ساختاری در بازه $1/2$ تا $1/4$ است که با شکل هندسی و همچنین مقدار به دست آمده برای شاخص ساختاری، توسط یالونگو و همکاران [۳۴]، مطابقت خوبی دارد.



شکل ۶: بی‌هنجاری بوگر معدن واقع در نوراندا



شکل ۷: تخمین عمق چشمه واقعی. (الف) پراکندگی و تمرکز همه جواب‌ها (دایره‌های آبی رنگ و لوزی‌های قرمز رنگ نتایج حاصل از تبدیل هیلبرت در جهت x و y است). (ب) میانگین نتایج در چند محدوده

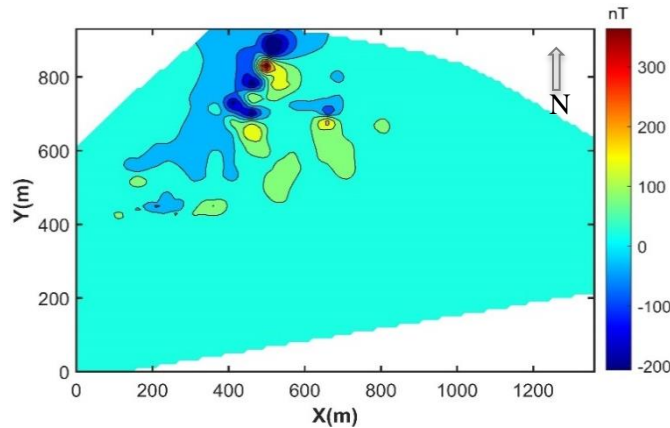


شکل ۸: (الف) پراکندگی جواب‌ها برای موقعیت افقی چشمه (علامت + و .) نتایج حاصل از تبدیل هیلبرت در جهت x و y را نشان می‌دهد. (ب) توزیع آماری مقادیر به دست آمده برای شاخص ساختاری

۳-۲-۲- بی‌هنجاری مغناطیسی، انار، استان کرمان

داده واقعی دیگری که مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است، بی‌هنجاری مغناطیسی مربوط به منطقه‌ای در شمال غربی زرنند و در محدوده‌ای از شهرستان انار و در قسمتی از نوار مرزی استان کرمان با استان یزد است. این محدوده بر روی واحدهای رسوبی شامل سنگ آهک، شیل، ماسه سنگ کوارتزینی و همچنین آبرفت‌های کواترنری قرار دارد. تنها در وسعت کوچکی در شمال محدوده مورد مطالعه، سنگ‌های آذرین بیرونی رخمون یافته‌اند. داده‌های مغناطیسی در امتداد پروفیل‌های شمالی- جنوبی با فواصل ۵۰ متر از یکدیگر و فواصل ایستگاهی حدود ۱۰ تا ۲۵ متر

برداشت شده‌اند. شکل ۹ نقشه بی‌هنجاری مغناطیسی را پس انجام کلیه تصحیحات شامل IGRF و تغییرات روزانه میدان، با شبکه‌بندی (gridding) ۱۰ متر نمایش می‌دهد. همانطور که از نقشه مغناطیسی پیداست، بی‌هنجاری‌های برجسته‌ای در شمال منطقه به شکل دوقطبی وجود دارند. بر اساس شواهد سطحی و اطلاعات زمین‌شناسی و همچنین اندازه‌گیری خودپذیری مغناطیسی از رخمون واحدهای مختلف سنگی در این ناحیه، این بی‌هنجاری‌ها توسط سنگ‌های آذرین بیرونی تولید شده و ارتباطی با کانه‌زایی آهن ندارند.



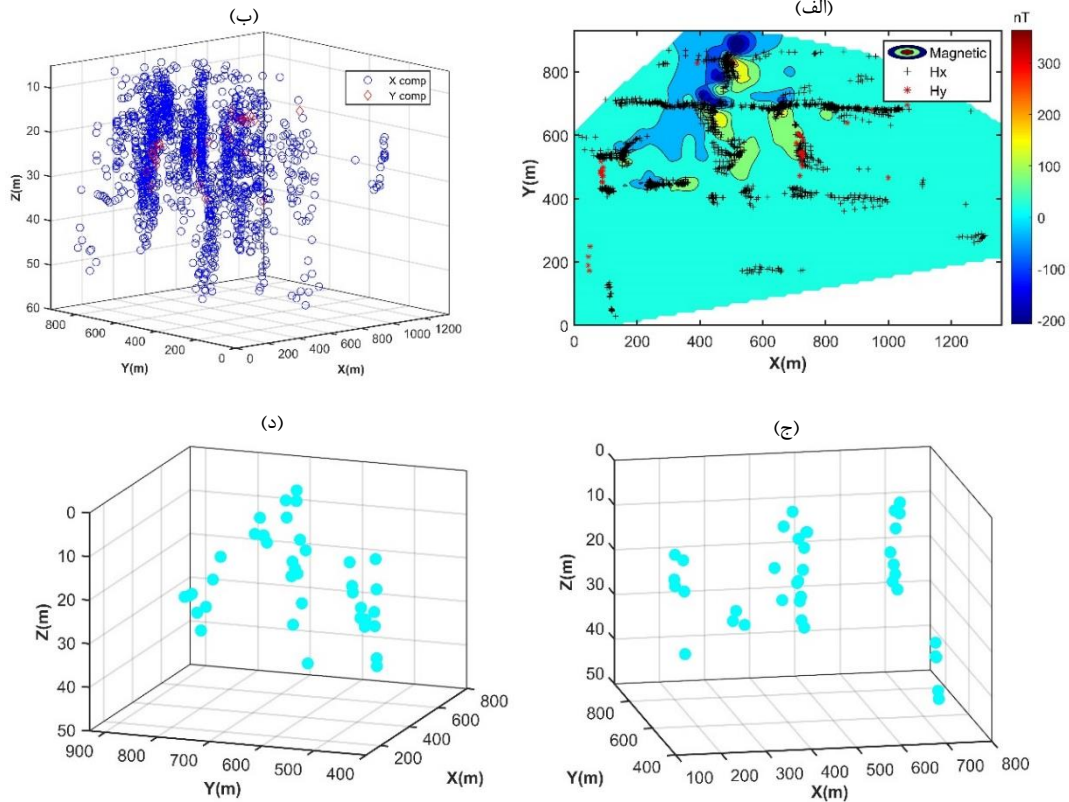
شکل ۹: بی‌هنجاری مغناطیسی توده‌های آذرین انار کرمان

شکل ۱۰ نمایش داده شده‌اند. در این مورد نیز مجموع جواب‌های به دست آمده از تبدیل هیلبرت میدان در دو جهت، هم‌زمان در نظر گرفته می‌شوند. برای تخمین بهتر موقعیت افقی و عمق چشمه‌ها، با توجه به تمرکز و تجمع جواب‌ها و مطابقت آن با بی‌هنجاری روی نقشه (شکل ۹)، دایره‌ای با شعاع ۳ متر انتخاب شده و مقدار تخمینی عمق

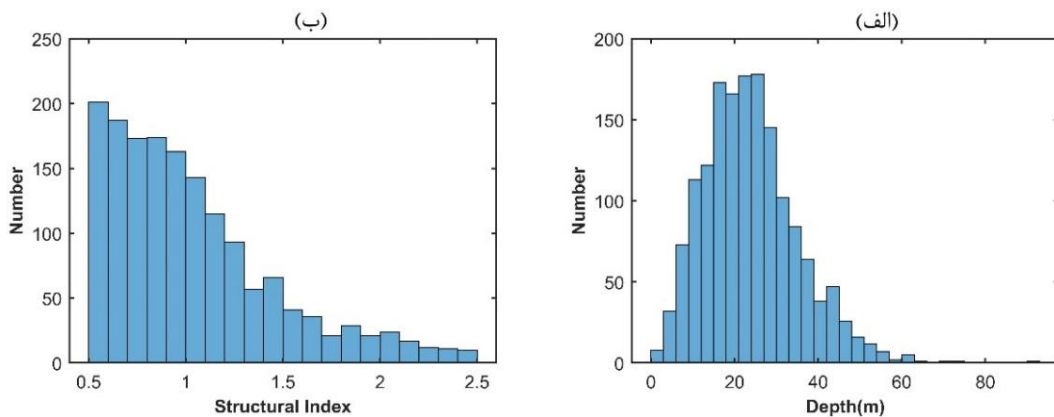
روش واهمامیخت اوپلر تعمیم یافته با انتخاب پنجره‌ای با ابعاد ۵ نقطه (۵۰ متر) و حل معادلات برای میدان مغناطیسی با استفاده از تبدیل هیلبرت در هر دو جهت x و y برای تخمین مشخصه‌های چشمه بی‌هنجاری به کار برده شد. نتایج به دست آمده پس از حذف جواب‌های غیرواقعی از طریق اعمال معیارهای مناسب در

تخمینی می‌توانند مربوط به قسمت‌های مختلف چشمه‌ها از جمله نقاط داخلی، سطح و یا نقاط تکین چشمه‌ها [۲۵] باشند. بنابراین شاید بتوان نتیجه‌گیری کرد که چشمه‌ها از ۵ تا ۴۵ متری از سطح زمین گسترش دارند. تخمین عمق صورت گرفته انطباق خوبی با نتایج گزارش شده دارند.

و محل افقی چشمه، مقدار میانگین همه جواب‌ها در این دایره فرض می‌شود (شکل ۱۰-الف و ب). شکل ۱۱ توزیع آماری مقادیر شاخص ساختاری و عمق چشمه‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به پراکندگی شاخص ساختاری و در نظر گرفتن این واقعیت که در شرایط واقعی چشمه‌ها شکل هندسی منظم همانند کره، استوانه یا ورقه ندارند نقاط



شکل ۱۰: جواب‌های روش واهمامیخت اویلر برای داده‌های مغناطیسی. (الف) و (ب) پراکندگی و تمرکز همه جواب‌ها (دایره‌های آبی رنگ و لوزی‌های قرمز رنگ نتایج حاصل از تبدیل هیلبرت در جهت x و y است)، (ج) و (د) پراکندگی محل افقی و عمق چشمه‌ها پس از میانگین‌گیری از نتایج قابل قبول (نمایش‌های سه‌بعدی یکسان اما از زوایای متفاوت هستند).



شکل ۱۱: پراکندگی نتایج برای: (الف) عمق و (ب) شاخص ساختاری

- [3] Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millett, A. T., & Somerton, I. W. (1990). "Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution", *Geophysics*, 55(1), pp. 80-91.
- [4] Fairhead, J. D., Bennett, K. J., Gordon, D. R. H., & Huang, D. (1994). "Euler: beyond the "black box". In SEG Technical Program Expanded Abstracts, pp. 422-424.
- [5] Ravat, D. (1996). "Magnetic properties of unruled steel drums from laboratory and field-magnetic measurements", *Geophysics*, 61(5), pp. 1325-1335.
- [6] Barbosa, V. C., Silva, J. B., & Medeiros, W. E. (1999). "Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution", *Geophysics*, 64(1), pp. 48-60.
- [7] Nabighian, M. N., & Hansen, R. O. (2001). "Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via the generalized Hilbert transform", *Geophysics*, 66(6), pp. 1805-1810.
- [8] Hsu, S. K. (2002). "Imaging magnetic sources using Euler's equation", *Geophysical prospecting*, 50(1), pp. 15-25.
- [9] Mushayandebvu, M. F., Van Driel, P., Reid, A. B., & Fairhead, J. D. (2001). "Magnetic source parameters of two-dimensional structures using extended Euler deconvolution", *Geophysics*, 66(3), pp. 814-823.
- [10] Salem, A., & Ravat, D. (2003). "A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data", *Geophysics*, 68(6), pp. 1952-1961.
- [11] Silva, J. B., & Barbosa, V. C. (2003). "3D Euler deconvolution: Theoretical basis for automatically selecting good solutions", *Geophysics*, 68(6), pp. 1962-1968.
- [12] Mushayandebvu, M. F., Lesur, V., Reid, A. B., & Fairhead, J. D. (2004). "Grid Euler deconvolution with constraints for 2D structures", *Geophysics*, 69(2), pp. 489-496.
- [13] Stavrev, P., & Reid, A. (2006). "Degrees of homogeneity of potential fields and structural indices of Euler deconvolution", *Geophysics*, 72(1), pp. L1-L12.
- [14] Fedi, M., Florio, G., & Quarta, T. A. (2009). "Multiridge analysis of potential fields: Geometric method and reduced Euler deconvolution", *Geophysics*, 74(4), pp. L53-L65.
- [15] Davis, K., Li, Y., & Nabighian, M. (2010). "Automatic detection of UXO magnetic anomalies using extended Euler deconvolution", *Geophysics*, 75(3), pp. G13-G20.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله به مطالعه و کاربرد روش واهمامیخت اولی‌ر تعمیم‌یافته برای میدان‌های پتانسیل و همچنین به معرفی اجمالی روش‌های محاسبه مشتق‌های جهتی میدان پرداخته شد. توانایی روش واهمامیخت اولی‌ر تعمیم‌یافته با کاربرد آن روی داده‌های مصنوعی بی‌هنجاری مغناطیسی و داده‌های واقعی گرانی و مغناطیسی، از طریق تحلیل هر دو مؤلفه تبدیل هیلبرت مورد بررسی قرار گرفت. مهم‌ترین مزیت این روش تخمین خودکار شاخص ساختاری چشمه و حذف میدان زمینه (برای چشمه‌هایی با شاخص ساختاری غیرصفر) است. در تفسیر یک بی‌هنجاری لازم است که با توجه به گسترش و تداخل بی‌هنجاری‌ها ابعاد پنجره بهینه شود. همانند روش معمولی واهمامیخت اولی‌ر جواب‌های غیرواقعی در هر پنجره با در نظر گرفتن معیارهایی حذف می‌شوند و هرچه میزان تجمع جواب‌ها بیشتر باشد حل‌ها از اعتبار بالاتری برخوردارند. نتایج حاصل از این روش را می‌توان به عنوان اطلاعات اولیه در الگوریتم‌های پیچیده وارون‌سازی وارد کرد و به این ترتیب عدم یکتایی را کاهش داد و مدل‌های دقیق‌تری را بازسازی کرد. برای داده‌های مصنوعی، که چشمه مولد شامل چندین دوقطبی مغناطیسی بود، حتی با وجود نوفه نسبتاً قوی نتایج کمیت‌های تخمین‌زده شده، یعنی عمق، موقعیت افقی و شاخص ساختاری انطباق خوبی با مقادیر واقعی داشت. علاوه بر این، نتایج حاصل از کاربرد روش بحث شده روی داده‌های واقعی توافق خوبی با اطلاعات موجود دارد.

۵- تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از سردبیر و داوران به خاطر نظرات سازنده که به بهبود کیفیت مقاله منجر شد، کمال تشکر را دارند.

مراجع

- [1] Hood, P. (1965). "Gradient measurements in aeromagnetic surveying", *Geophysics*, 30(5), pp. 891-902.
- [2] Thompson, D. T. (1982). "EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data", *Geophysics*, 47(1), pp. 31-37.

- [28] Blakely, R. J. (1996). "Potential theory in gravity and magnetic applications", Cambridge university press.
- [29] Fedi, M., & Florio, G. (2001). "Detection of potential fields source boundaries by enhanced horizontal derivative method", *Geophysical prospecting*, 49(1), pp. 40-58.
- [30] Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (1989). "Applied numerical analysis. 4th ed.", Addison-Wesley Publ. Co., Boston, MA.
- [31] Baniamerian, J., Oskooi, B., & Fedi, M. (2017). "Source imaging of potential fields through a matrix space-domain algorithm", *Journal of Applied Geophysics*, 136, pp. 51-60.
- [32] Pašteka, R., Richter, F. P., Karcol, R., Brazda, K., & Hajach, M. (2009). "Regularized derivatives of potential fields and their role in semi-automated interpretation methods", *Geophysical Prospecting*, 57(4), pp. 507-516.
- [33] Grant, F. S., & West, G. F. (1965). "Interpretation theory in applied geophysics", McGraw Hill Inc.
- [34] Ialongo, S., Fedi, M., & Florio, G. (2014). "Invariant models in the inversion of gravity and magnetic fields and their derivatives", *Journal of Applied Geophysics*, 110, pp. 51-62.
- [16] Cooper, G. R. J. (2014). "Euler deconvolution in a radial coordinate system", *Geophysical Prospecting*, 62(5), pp. 1169-1179.
- [17] Florio, G., & Fedi, M. (2014). "Multiridge Euler deconvolution", *Geophysical prospecting*, 62(2), pp. 333-351.
- [18] Reid, A. B., & Thurston, J. B. (2014). "The structural index in gravity and magnetic interpretation: Errors, uses, and abuses", *Geophysics*, 79(4), pp. J61-J66.
- [19] Melo, F. F., & Barbosa, V. C. (2018). "Correct structural index in Euler deconvolution via base-level estimates", *Geophysics*, 83(6), pp. J87-J98.
- [20] FitzGerald, D., Reid, A., & McInerney, P. (2004). "New discrimination techniques for Euler deconvolution", *Computer and Geoscience*, 30(5), pp. 461-469.
- [21] Mushayandebvu, M. F., van Driel, P., Reid, A. B., & Fairhead, J. D. (1999). "Magnetic imaging using extended Euler deconvolution", In *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 400-402.
- [22] Fedi, M., Florio, G., & Paoletti, V. (2015). "MHODE: a local-homogeneity theory for improved source-parameter estimation of potential fields", *Geophysical Journal International*, 202(2), pp. 887-900.
- [23] Fedi, M., Florio, G., & Cascone, L. (2012). "Multiscale analysis of potential fields by a ridge consistency criterion: the reconstruction of the Bishop basement", *Geophysical Journal International*, 188(1), pp. 103-114.
- [24] Hinze, W. J., Von Frese, R. R., & Saad, A. H. (2013). "Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications", Cambridge University Press.
- [25] Florio, G., Fedi, M., & Pašteka, R. (2014). "On the estimation of the structural index from low-pass filtered magnetic data", *Geophysics*, 79(6), pp. J67-J80.
- [26] Nabighian, M. N. (1984). "Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations", *Geophysics*, 49(6), pp. 780-786.
- [27] Cordell, L., & Grauch, V. J. S. (1985). "Mapping basement magnetization zones from aeromagnetic data in the San Juan Basin, New Mexico", In *The utility of regional gravity and magnetic anomaly maps* (pp. 181-197). Society of Exploration Geophysicists.