دوره ۱۳، شماره ۳۶، پاییز ۱۴۰۲، صفحه ۷۹-۹۰

نشریه روش های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن

تارنمای نشریه: http://anm.yazd.ac.ir/

مقاله پژوهشی

تصمیم‌گیری راهبردی ذخیره‌سازی محصول نهایی معادن با استفاده از تئوری اختیارات حقیقی (مطالعه موردی: معدن طلا)

یوسف میرزائیان لرد کیوان [۱*]

۱- دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد ، ایران

(دریافت: خرداد ۱۴۰۱، پذیرش: بهمن ۱۴۰۱)

چکیده

معدن‌کاری همواره یکی از فعالیت‌های پر ریسک و دارای عدم قطعیت فراوان است. این عدم قطعیت در برآوردهای اقتصادی معمول، مانند روش سنتی ارزش خالص فعلی (NPV)، به‌واسطه ریسک ناشی از خطای پیش‌بینی دارای هزینه زیادی در نظر گرفته می‌شود. بااین‌وجود، تئوری اختیارات حقیقی با در نظرگیری ارزش اختیارات مدیریتی در برخورد با این عدم قطعیت‌ها ارزش مثبتی برای آن‌ها در نظر می‌گیرد. یکی از اختیارات مدیریتی معادن، که در این تحقیق موردبررسی قرار گرفته و برای استفاده از آن یک استراتژی عملی ارائه شده است، اختیار ذخیره کردن محصول نهایی معدن و عدم فروش آن به بازار است. ذخیره‌سازی محصول نهایی، یک اختیار مدیریتی است که استفاده مناسب از آن می‌تواند ارزش انتظاری پروژه معدنی را افزایش دهد. بنابراین لازم است تا ابزاری برای تصمیم‌گیری در مورد این اختیار تهیه شده و در دسترس مدیران قرار گیرد. در این تحقیق، با ایجاد یک تناظر یک‌به‌یک مابین پارامترهای فیزیکی مؤثر بر اقتصاد معدن و پارامترهای متناظر با آن‌ها در بازار سهام، نوع و خصوصیات اختیار ذخیره‌سازی تعیین شد. بر این اساس، ذخیره‌سازی محصول نهایی معدن یک اختیار خرید آمریکایی با عمری برابر با مدت‌زمان کفایت سرمایه در گردش معدن‌کاری، هزینه تملکِ برابر با قیمت روز محصول و قیمت اعمال اختیار معادل با هزینه انبارداری است. سپس، با فرض تبعیت قیمت طلای معدن از فرآیند بازگشت به میانگین (MRP) از روش درخت دوجمله‌ای اصلاح‌شده برای ارزش‌گذاری این اختیار استفاده شد. درنهایت بهترین قیمت بازار برای انجام ذخیره‌سازی محصول نهایی معدن و همچنین حدود مورد انتظار برای سودآوری ذخیره‌سازی تعیین شد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که هم‌اکنون برای یک معدن طلا با سرمایه در گردش ۶ ماهه و هزینه انبارداریِ ۵ دلار بر اونس، ذخیره‌سازی محصول نهایی طلا در قیمت کمتر از ۱۳۷۱ دلار بر اونس دارای ارزش انتظاری مثبت (سود ده) است. ضمناً بالاترین میزان ارزش ذخیره‌سازی در قیمت جهانی ۶۷۰ دلار بوده که ارزش این اختیار برابر با ۱۳۰ دلار بر اونس است. همچنین میزان اثربخشی نسبی ذخیره‌سازی تا حداکثر ۲۱ درصد است.

کلمات کلیدی

اختیارات حقیقی، اختیار خرید آمریکایی، ذخیره‌سازی محصول نهایی، ارزش‌دهی به اختیار، درخت دوجمله‌ای، فرآیند بازگشت به میانگین

*عهده‌دار مکاتبات: y.mirzaeian@gmail.com

DOI: 10.22034/ANM.2023.18528.1556

۱- مقدمه

اختیارات حقیقی[۱] برگرفته از اختیارات مالی[۲] در بازار سهام با همان دیدگاه نسبت به دارایی‌های فیزیکی، تعریف می‌شود. اختیار فرصتی را برای انجام اقدامی خاص برای دارنده‌ی خود فراهم می‌آورد بدون این‌که او را مجبور به انجام آن کار کند یا برای او تعهدی ایجاد کند. اختیار نسبت به یک سهم، قراردادی است که برای دارنده‌ی اختیار، شرایطی را فراهم می‌کند که بتواند آن سهم را تا قبل از یک تاریخ خاص یا در سررسید آن تاریخ بخرد یا بفروشد. در قرارداد اختیار معامله، خریدار با پرداخت مبلغی مشخص (هزینه تملک اختیار)، حق اعمال اختیار آن قرارداد را خریداری می‌کند. انواع اختیارات در بازار سهام به دودسته اختیار خرید[۳] و اختیار فروش[۴] تقسیم می‌شود. در اختیار خریدوفروش، دارنده‌ی اختیار می‌تواند سهام مشخص را در آینده در زمانی معین به قیمتی که در قرارداد ذکر شده است، خریداری کند یا به فروش برساند. اختیارات از منظر تاریخ اعمال اختیار به دودسته‌ی آمریکایی و اروپایی تقسیم می‌شوند که در اختیار آمریکایی، دارنده‌ی آن می‌تواند در هر زمانی بعد از بستن قرارداد تا زمان سررسید، اختیار خود را اعمال کند؛ اما اختیار (خریدوفروش) اروپایی قراردادی است که دارنده‌ی آن فقط مجاز به اعمال اختیار در رأس سررسید اختیار است[۱].

در سال‌های اخیر استفاده از تئوری اختیارات حقیقی در معدنکاری گسترش زیادی یافته است. برای نمونه، کلی[۵] در سال ۱۹۹۸ از روش درخت دوجمله‌ای که یکی از روش‌های ارزش‌دهی به اختیارات حقیقی است، برای ارزیابی اقتصادی یک معدن طلا استفاده کرده. او از اختیار گسترش معدن در زمانی که قیمت طلا از حدی بالاتر باشد، استفاده کرد [۲]. اسلید[۶] در سال ۲۰۰۱ به ارزیابی اقتصادی معادن کانادا با روش اختیارات حقیقی پرداخته و از اختیار تعطیلی موقت و بازگشایی مجدد با فرض عدم قطعیت قیمت، هزینه و ذخایر استفاده کرده است. مدل‌سازی قیمت‌ها با مدل حرکت هندسی براونی (GBM[۷]) و مدل بازگشت به میانگین (MRP[۸]) انجام شده که ارزش به‌دست‌آمده پروژه به روش حرکت هندسی براونی بیشتر از روش بازگشت به میانگین بود [۳]. مول و توفانو[۹] در سال ۲۰۰۲ به ارزیابی اقتصادی ۲۸۵ معدن در آمریکای شمالی با استفاده از روش اختیارات حقیقی و با در نظرگیری اختیار بسته شدن موقت و بازگشایی مجدد پرداختند [۴]. دیمیتراکاپولوس[۱۰] و همکارانش در سال ۲۰۰۷ با در نظرگیری اختیار رها کردن و با استفاده از روش ارزش‌گذاری شبیه‌سازی مونت‌کارلو به ارزیابی طراحی معدن با در نظرگیری عدم قطعیت قیمت، نرخ ارز خارجی و زمین‌شناسی پرداختند. درنتیجه آنها دریافته‌اند که ارزش طراحی مبتنی بر ROV[۱۱] منجر به افزایش ۱۱-۱۸ درصدی بالاتر از ارزش طراحی مبتنی بر NPV[۱۲] می‌شود [۵]. اکبری و همکاران (۲۰۰۷-۲۰۰۹) به بررسی نقاط کلیدی به‌کارگیری اختیارات حقیقی در معدنکاری پرداختند. آنها با فرض عدم قطعیت قیمت محصول نهایی معدن در بازار، چارچوبی برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت ارائه کرده و بر اساس آن محدوده نهایی یک معدن مس در شرایط مختلف قیمت بازار را تعیین کردند [۶,۷]. لی شوزنگ[۱۳] و نایتس[۱۴] در سال ۲۰۰۹ از تئوری اختیارات حقیقی، باهدف بیشینه‌سازی سود و کمینه‌سازی سوخت مصرفی کامیون-های معدنی، در برنامه‌ریزی تولید کوتاه‌مدت معدن استفاده کردند [۸]. اکبری و همکارانش در سال ۲۰۰۹ با در نظرگیری اختیار گسترش و با استفاده از روش قیمت‌گذاری درخت دوجمله‌ای به طراحی محدوده نهایی معدن تحت عدم قطعیت قیمت پرداختند[۹]. دهقانی و عطائی پور در سال ۲۰۱۴ از تئوری اختیارات حقیقی، و ارزش‌گذاری آن با استفاده از درخت دوجمله‌ای، برای محاسبه تأثیر عدم قطعیت‌ها بر روی اقتصاد پروژه‌های معدنی استفاده کردند [۱۰]. تامپسون[۱۵] و همکارانش در سال ۲۰۱۴ با اختیار تعطیلی موقت و بازگشایی مجدد معدن به تعیین عیار حد بهینه با در نظرگیری عدم قطعیت قیمت پرداختند [۱۱]. فانی پاکدل و همکاران (۲۰۱۵) به مطالعه ارزش‌گذاری پروژه‌های معدنی با استفاده از تئوری اختیارات حقیقی پرداختند. آنها از روش مونت کارلو حداقل مربعات برای ارزش‌گذاری اختیارات استفاده کردند و درنهایت نتیجه گرفتند که با استفاده از تئوری اختیارات حقیقی، ارزش پروژه معدنی موردمطالعه بسیار بیشتر از روش سنتی DCF به دست آمده است[۱۲] . سرحدی و طاهری مقدر (۲۰۱۵) به ارزش‌گذاری معدن مس چشمه رضایی با استفاده از درخت دوجمله‌ای پرداختند که ارزش‌گذاری با استفاده از اختیارات حقیقی ارزش بالاتری نسبت به روش DCF به دست داده است [۱۳].

هرچند در سال‌های اخیر اختیارات مختلف و جدیدی در مباحث معدنکاری در نظرگرفته شده است [۱۴-۱۸]، اما

اختیار ذخیره کردن محصول نهایی برای فروش در آینده موردبحث قرار نگرفته است. ضمن اینکه در اغلب تحقیقات قبلی نوسانات قیمت محصولات معدنی، مشابه با نوسانات بازار سهام، منطبق بر فرآیند تصادفی حرکت هندسی برآونی (GBM) در نظر گرفته شده است که به بیش برآورد ارزش اختیارات از مقادیر واقعی منجر می‌شود. با توجه به نوسانات شدید قیمت بعضی از محصول‌های معدنی به‌خصوص طلا در بازار جهانی، امکان ذخیره کردن محصول نهایی یک اختیار باارزش برای مدیریت معدن است. در این مقاله به تعیین استراتژی به‌کارگیری اختیار ذخیره‌سازی محصول نهایی معادن، زمان پیشنهادی برای ذخیره کردن، مدت‌زمان ذخیره‌سازی و ارزش انتظاری این اختیار پرداخته می‌شود. در این مقاله با به‌کارگیری مفهوم اختیارات حقیقی[16] ارزش تصمیم‌گیری در مورد ذخیره‌سازی محصول نهایی معادن طلا موردبررسی قرار می‌گیرد. در این تحقیق با ایجاد یک تناظر یک‌به‌یک مابین پارامترهای فیزیکی مؤثر در اقتصاد معدن و پارامترهای متناظر با آنها در بازار سهام، نوع و خصوصیات اختیار ذخیره‌سازی محصول نهایی معدن تعیین شده است. سپس با استفاده از تئوری اختیارات حقیقی، ارزش انتظاری تصمیم‌گیری در مورد ذخیره‌سازی طلای استخراجی معدن، با توجه به مدت‌زمان ذخیره‌سازی، نوسان پذیری قیمت طلا در بازار جهانی، قیمت لحظه‌ای طلا در زمان ذخیره‌سازی، نرخ بهره بدون ریسک و هزینه ذخیره‌سازی (انبارداری) محاسبه شده است. درنهایت با بیشینه کردن این ارزش، مناسب‌ترین زمان برای ذخیره‌سازی محصول طلای یک معدن، به عبارتی مناسب‌ترین قیمت بازار برای این منظور محاسبه شده است.

در این مقاله، با بررسی تاریخچه قیمت طلا در بازارهای جهانی مقادیر پارامترهای مختلف مؤثر در تصمیم به ذخیره‌سازی مانند نوسان پذیری قیمت محاسبه شده و سپس با به‌کارگیری تئوری اختیارات حقیقی ارزش اختیار ذخیره‌سازی به یکی از روش‌های ارزش‌دهی به اختیارات محاسبه می‌شود. فرضیات کل این تحقیق عبارت‌اند از:

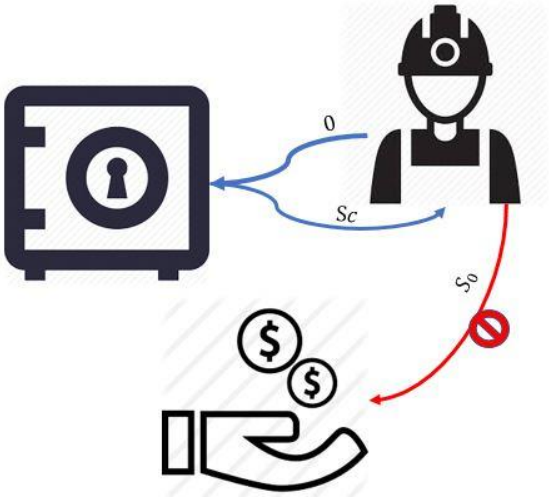
۱- تنها پارامتر دارای عدم قطعیت تحلیل، قیمت طلا در بازار جهانی است.
۲- ارز موردمطالعه دلار آمریکا است.
۳- ارزش دلار آمریکا با استفاده از شاخص قیمت تولیدکننده[17] (PPI) به‌روزرسانی شده و نرخ تنزیل[18] نیز با توجه به همین شاخص محاسبه می‌شود.
۴- فروش محصول معدن به بازار لحظه‌ای بوده و هیچ‌گونه قرارداد پیش‌فروشی از قبل منعقد نشده است.
۵- تغییرات قیمت طلا در بازار از فرآیند تصادفی بازگشت به میانگین، MRP[19]، تبعیت می‌کند.
۶- برای ذخیره‌سازی طلا تنها لازم است که هزینه انبارداری (ذخیره‌سازی) پرداخت شود.
۷- در زمان ذخیره‌سازی تمامی فعالیت‌های عملیاتی معدن، شامل فعالیت‌های استخراجی و فرآوری همانند سابق برقرار است.

۲- ذخیره‌سازی از نگاه اختیارات حقیقی

برای اینکه بتوان یک اختیار مدیریتی را به‌صورت یک اختیار حقیقی با دیدگاه مشابه با اختیارات مالی مدل کرد، باید بتوان نوع اختیار، قیمت اعمال اختیار، طول عمر و زمان تملک آن را به دست آورد. در این تحقیق با فرض محصول نهایی معدن به‌صورت سهام در دسترس معدن و رویدادهای مختلف به‌صورت خریدوفروش سهام، نوع اختیار، قیمت اعمال اختیار، طول عمر اختیار ذخیره‌سازی و هزینه تملک آن محاسبه شده است. سپس با استفاده از روش‌های ارزش‌دهی به اختیارات، ارزش انتظاری ذخیره‌سازی محاسبه می‌شود.

۲-۱- نوع اختیار ذخیره‌سازی

فرض کنیم در زمانی که قیمت محصول نهایی (طلا) در بازار S. است مدیریت معدن به‌جای فروش محصول نهایی طلا در بازار اقدام به ذخیره‌سازی آن بکند به امید این‌که در آینده با بالا رفتن قیمت، محصول خود را با سود بیشتری به فروش برساند. در عمل مدیر بجای فروش محصول خود در بازار، آن را به قیمت صفر به ذخیره‌گاه می‌فروشد و در عوض اختیار خرید آن را به قیمت S_C (هزینه انبارداری) را به دست می‌آورد (شکل ۱). بنابراین نوع اختیار ذخیره‌سازی را می‌توان اختیار خرید در نظر گرفت و ازآنجاکه در هر زمان امکان اعمال اختیار وجود دارد و نیاز به صبر کردن تا پایان دوره اختیار نیست این اختیار یک اختیار خرید آمریکایی است.



شکل ۱: شمایی از اختیار ذخیره‌سازی محصول نهایی معادن طلا به‌جای فروش آنی در بازار.

۲-۲- قیمت اعمال اختیار

قیمت اعمال اختیار ذخیره‌سازی مطابق شکل ۱ برابر با هزینه انبارداری یا هزینه نگهداری Sc، در مدت‌زمان ذخیره‌سازی است. به‌عبارت‌دیگر معدن کار می‌تواند با پرداخت هزینه نگهداری، طلا را از ذخیره‌گاه آزاد کرده و در بازار بفروشد. یا به عبارتی با فروش طلا به انبار به قیمت صفر اختیار خرید آن از انبار به قیمت هزینه انبارداری (Sc) به دست می‌آید.

۲-۳- طول عمر اختیار ذخیره‌سازی

در تصمیم ذخیره‌سازی، معدن مطابق روال عادی مشغول به فعالیت استخراجی و فرآوری بوده، اما درآمدی (به‌واسطه فروش) نخواهد داشت. لذا برای ادامه فعالیت عادی معدن لازم است که هزینه‌های معدنکاری از منابع سرمایه در گردش پرداخت شود. طول عمر اختیار ذخیره‌سازی، T را می‌توان حداکثر برابر با مدت‌زمان کفایت هزینه منابع سرمایه در گردش برای فعالیت عادی معدن در نظر گرفت. اغلب، هزینه‌های سرمایه در گردش معادن برابر با ۶ ماه الی یک سال در نظر گرفته می‌شود. در مثال موردی این تحقیق، مدت‌زمان کفایت هزینه‌های سرمایه در گردش معدن حداقل برابر با ۶ ماه فرض شده است.

۲-۴- هزینه تملکِ اختیار ذخیره‌سازی

مطابق شکل ۱ برای تصمیم به ذخیره‌سازی لازم است که معدن کار به‌جای فروش طلای خود به قیمت S_0 در بازار آن را به قیمت صفر به ذخیره‌گاه بفروشد. بنابراین هزینه تملک این اختیار برابر با S_0 و یا قیمت طلا در لحظه شروع ذخیره‌سازی خواهد بود.

۳- انواع روش‌های ارزش‌دهی به اختیارات

ارزش اختیارات به چندین پارامتر مؤثر در آن وابسته است. ۱- قیمت اعمال اختیار[۲۰] که با آن قیمت، دارنده اختیار می‌تواند سهمی را خریداری کند یا بفروشد (K). ۲- قیمت روز سهام[۲۱] (S_0). ۳- مدت‌زمان اعمال اختیار یا عمر اختیار[۲۲] (T). ۴ - نرخ بهره بدون ریسک[۲۳] (r) ۵- نوسان پذیری قیمت سهام در بازار[۲۴]، σ (معادل انحراف از معیار لگاریتم نرخ‌های بازدهی سهم در دوره‌های زمانی مختلف). بنابراین ارزش یک اختیار، O_V را می‌توان به‌صورت تابعی از این پارامترها بیان کرد:

$$O_V = f(K, T, S_., \sigma, r) \qquad (۱)$$

ارزش‌دهی به اختیارات را می‌توان به سه روش عمده شامل روش تحلیلی مدل بلک- شولز[۲۵]، روش درخت دوجمله‌ای[۲۶] و روش شبیه‌سازی مونت کارلو[۲۷] انجام داد. هرچند روش‌های ارزش‌دهی به اختیارات در منابع مالی به‌خوبی شرح داده شده‌اند، اما اغلب این روش‌ها، فرآیند تصادفی تغییرات قیمت دارایی را منطبق بر فرآیند حرکت هندسی براوونی (GBM[۲۸]) در نظر گرفته‌اند. هرچند تغییرات قیمت سهام در بازارهای مالی بیشتر از فرآیند GBM پیروی می‌کند، اما قیمت فلزات پایه و محصولات معدنی را بهتر است با فرآیند بازگشت به میانگین (MRP) مدل نمود. در این تحقیق از روش درخت دوجمله‌ای اصلاح‌شده با در نظرگیری فرآیند MRP، به‌منظور ارزش‌دهی به اختیار ذخیره‌سازی محصول طلای معادن استفاده شده است.

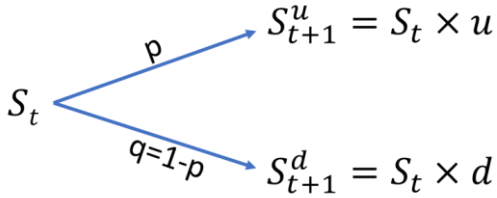
۳-۱- ارزش‌دهی با استفاده از درخت دوجمله‌ای

روش درخت دوجمله‌ای با فرض بالا و پایین آمدن ارزش سهام در زیر دوره‌های زمانی مختلف به ارزش‌گذاری اختیارات می‌پردازد. مدل ارزش‌گذاری درخت دوجمله‌ای می‌تواند برآیند فرآیندهای تصمیم‌گیری بین حال (شروع عمر اختیار) و زمان انقضای اختیار را نشان داده و درک مستقیم چگونگی تصمیم در هر نقطه از زمان را برای تصمیم‌گیران تسهیل کند. در این روش ارزش‌گذاری، ابتدا درخت دوجمله‌ای باارزش محتمل دارایی در ابتدای بازه

زمانی تا رسیدن به انتهای درخت در پایان عمر اختیار تکمیل‌شده، سپس ارزش‌دهی به اختیار از نقاط تصمیم‌گیری موجود در انتهای درخت آغاز شده و به‌صورت رو به عقب (با روش استقرای پس رو) تا زمان حال ادامه می‌یابد و درنهایت ارزش اختیار در زمان حال که تعیین‌کننده تصمیم‌گیری بهینه در حال حاضر است، محاسبه می‌شود. این روش برای ارزش‌گذاری بسیاری از اختیارهای معامله دارای ساختار پیچیده، همچون اختیار خریدوفروش آمریکایی، اختیار خرید بر روی دارایی با پرداخت سود، اختیار معامله بر روی ابزارهای بدهی و غیره مورداستفاده قرار می‌گیرد [۱۹].

برخلاف روش بلک- شولز که حرکت قیمت سهام را به‌صورت ولگشت (قدم زدن) تصادفی پیوسته[۲۹] فرض می‌کند، روش درخت دوجمله‌ای برای ارزش‌گذاری اختیار معامله و دیگر مشتقات، حرکات قیمت دارایی پایه را ولگشت تصادفی گسسته[۳۰] دانسته و مفروضات دیگر آن را چنین بیان می‌دارد [۱۹]: ۱- نرخ بهره بدون ریسک کوتاه‌مدت(r) مشخص و در طول زمان ثابت است. ۲- هیچ‌گونه هزینه معاملاتی یا مالیاتی وجود ندارد و کلیه اوراق بهادار به‌طور کامل قابل‌تفکیک و تجزیه هستند. ۳- هیچ‌گونه فرصت آربیتراژی بدون ریسک (فرصت خریدوفروش در دو بازار موازی با کسب سود به دلیل اختلاف قیمت زیاد در دو بازار) وجود ندارد. ۴- سرمایه‌گذاران نسبت به ریسک بی‌تفاوت می‌باشند. ۵- سرمایه‌گذاران می‌توانند با نرخ یکسانی (نرخ بهره بدون ریسک) وام بگیرند یا وام بدهند.

در روش درخت دوجمله‌ای، برای قیمت دارایی، S، در هر بازه زمانی آینده دو حالت قابل‌تصور است، حالت اول افزایش قیمت دارایی با ضریب افزاینده، u، که احتمال رخ دادن آن، p، است؛ و حالت دوم کاهش قیمت دارایی با ضریب کاهنده، d، که احتمال رخ دادن آن $q = ۱ - p$ است (شکل ۲).



شکل ۲: ولگشت تصادفی گسسته مورداستفاده در هر گره درخت دوجمله‌ای (برگرفته از [۲۰]).

در نوع کاملاً متداول روش درخت دوجمله‌ای، فرآیند تصادفی تغییرات قیمت دارایی به‌صورت GBM در نظر گرفته شده است (رابطه ۲). در این حالت ضرایب افزاینده و کاهنده و همچنین احتمال افزایش و کاهش قیمت توسط روابط (۳) الی (۶) قابل‌محاسبه خواهند بود [۲۰].

$$\frac{ds}{s} = kdt + \sigma dz \quad (۲)$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta T}} \quad (۳)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta T}} \quad (۴)$$

$$p = \frac{۱ + k\Delta t - d}{u - d} \quad (۵)$$

$$q = ۱ - p \quad (۶)$$

که در این روابط S قیمت دارایی، k نرخ رشد قیمت (دریفت)، σ نوسان پذیری قیمت (انحراف از معیار لگاریتم نرخ بازده) و Z متغیر فرآیند وینر است. فرآیند وینر یک فرآیند تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس dt (طول زیر دوره زمانی) است.

هرچند در نظرگیری فرآیند تصادفی GBM برای بازار سهام تا حدودی مناسب است؛ اما برای قیمت کالاها[۳۱] و محصولات معدنی، در نظرگیری فرآیند تصادفی MRP مناسب‌تر به نظر می‌رسد. مطالعات تجربی نشان داده است که در نظرگیری فرآیند MRP برای محصولات و کالاها دقت بیشتری برای تخمین نوسانات قیمتی آنها دارد (برای نمونه تحقیق شوآرتز ۱۹۹۷ [۲۱]). مطابق تحقیق شوآرتز و همچنین لافتون و ژاکوبی [۲۲] در نظرگیری فرآیند GBM برای قیمت کالاها ممکن است باعث برآورد بیش‌ازاندازه عدم قطعیت‌ها شده و ارزش اختیارات حقیقی را بالاتر از واقعیت برآورد نماید. ضمن اینکه، در فرآیند GBM، مطابق روابط (۳) الی (۶) میزان افزایش و کاهش قیمت و احتمال آنها فارغ از سطح کنونی قیمت‌ها برآورد می‌شود که با واقعیت قیمت کالاها تطابق کاملی ندارد. در فرآیند بازگشت به میانگین، برای قیمت کالاها تمایلی به بازگشت به سطح میانگین بلندمدت ارزش‌ها در نظر گرفته می‌شود. شکل ساده این فرآیند به‌صورت رابطه اورنشتاین-اولنبک[۳۲] (رابطه ۷) قابل‌نوشتن است [۲۳].

$$dY_t = \lambda(\mu - Y_t)dt + \sigma dz_t \quad (۷)$$

که در این رابطه $Y_t = \ln(S_t)$ لگاریتم قیمت دارایی در هر زمان، λ سرعت بازگشت به میانگین و μ میانگین

بلندمدت لگاریتم قیمت دارایی است. در این فرآیند توزیع قیمت دارایی به‌صورت لاگنرمال فرض شده است. بنابراین σ (نوسان پذیری) نیز برای لگاریتم قیمت‌ها (Y) محاسبه می‌شود. نلسون درخت دوجمله‌ای، قیمت‌های افزایشی و کاهشی و همچنین احتمال افزایش و کاهش قیمت‌ها در هر گره زمانی، t، را بر فرآین MRP به‌صورت روابط (۸) تا (۱۲) اصلاح کرد [۲۴-۲۶].

$$Y_t^+ = Y + \sigma\sqrt{\Delta t} \quad (۸)$$

$$Y_t^- = Y - \sigma\sqrt{\Delta t} \quad (۹)$$

$$p_t = \begin{cases} \frac{۱}{۲} + \sqrt{\Delta t}\frac{v(Y,t)}{۲\sigma} & \text{اگر } ۰ \le \frac{۱}{۲} + \sqrt{\Delta t}\frac{v(Y,t)}{۲\sigma} \le ۱ \\ ۰ & \text{اگر } \frac{۱}{۲} + \sqrt{\Delta t}\frac{v(Y,t)}{۲\sigma} \le ۰ \\ ۱ & \text{اگر } ۱ \le \frac{۱}{۲} + \sqrt{\Delta t}\frac{v(Y,t)}{۲\sigma} \end{cases} \quad (۱۰)$$

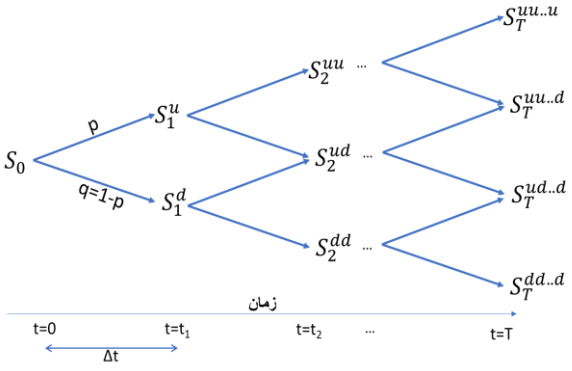
$$q_t = ۱ - P_t \quad (۱۱)$$

$$v(Y,t) = \lambda(\mu - Y_t) - \frac{۱}{۲}\sigma^۲ \quad (۱۲)$$

که در این روابط Y_t^+ و Y_t^- به ترتیب لگاریتم قیمت‌های افزایشی و کاهشی در یک گره درخت دوجمله‌ای هستند. البته فرمول تعیین احتمال بالا رفتن قیمت (رابطه ۱۰) را می‌توان با توجه به حدود واقعی احتمالات به‌صورت رابطه (۱۳) نیز بازنویسی کرد. .

$$P_t = max\{۰, min\left(۱, \left(\frac{۱}{۲} + \sqrt{\Delta t}\frac{v(Y,t)}{۲\sigma}\right)\right)\} \quad (۱۳)$$

پس از تعیین شبکه درخت دوجمله‌ای و مقادیر امید ریاضی قیمت‌های بالارونده و پایین‌رونده در هرکدام از گره‌های زمانی درخت و همچنین تعیین احتمال رخداد هرکدام از شاخه‌ها (شکل ۳)، باید ارزش اختیار خرید یا فروش در هرکدام از گره‌های انتهایی عمر اختیار تعیین شود. برای این منظور می‌توان به ترتیب از روابط (۱۴) و (۱۵) استفاده کرد.



شکل ۳: شبکه درخت دوجمله‌ای.

$$P_T = Max\{K - S_T, ۰\} \quad (۱۴)$$

$$C_T = Max\{S_T - K, ۰\} \quad (۱۵)$$

که در این روابط C_T و P_T به ترتیب ارزش اختیارات خریدوفروش در آخرین گره‌های درخت دوجمله‌ای هستند. K قیمت اعمال اختیار وS_T قیمت دارایی در هرکدام از گره‌های انتهایی است. ارزش اختیار خریدوفروش در هرکدام از گره‌های زمانی قبلی از (t=T-1 تا ۰) را می‌توان مطابق یک استقرای پس‌رو با استفاده از روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه کرد [۲۰].

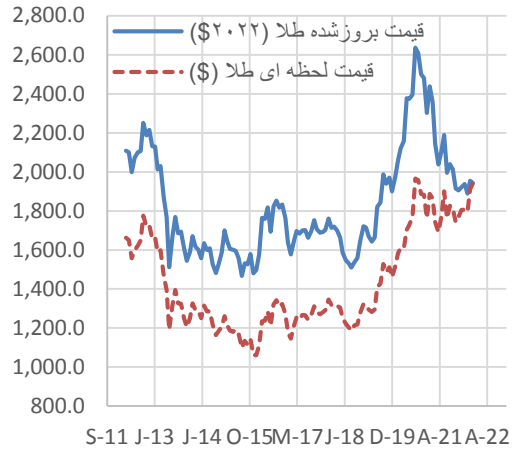
$$C_t = e^{-rT}\left(p \times C_{t+۱}^u + \left(۱-p\right)C_{t+۱}^d\right) \quad \forall\, t = T-۱, T-۲, \dots ۰ \quad (۱۶)$$

$$P_t = e^{-rT}\left(p \times P_{t+۱}^u + \left(۱-p\right)P_{t+۱}^d\right) \quad \forall\, t = T-۱, T-۲, \dots ۰ \quad (۱۷)$$

که در این روابط r، نرخ سود بدون ریسک (نرخ سود تضمینی بانک) و بالانویس‌های u و d به ترتیب معرف شاخه‌های بالارو و پایین‌رو در گره بعد از گره موردبررسی است.

۴- داده‌های تاریخی قیمت طلا

در این تحقیق نوسان پذیری قیمت طلا با توجه به تاریخچه قیمت در ۱۰ سال گذشته از سال ۲۰۱۲ تا سال ۲۰۲۲ محاسبه شده است. در شکل ۴ نمودار تغییرات قیمت طلا در بازه ۱۰ ساله نمایش داده شده است (نمادهای محور افقی مخفف ماه و سال میلادی است برای نمونه O-۱۵ اکتبر سال ۲۰۱۵ است).



شکل ۴: نمودار قیمت ۱۰ ساله طلا و ارزش به‌روز شده آن.

برای حذف اثرات تورمی واحد پولی (نرخ تنزیل[۳۳])، از شاخص تولیدکننده (برای دلار آمریکا)[۳۴] استفاده شده است. قیمت بروز شده در شکل ۴ نشان‌دهنده قیمت تعدیل‌شده بر مبنای شاخص تولیدکننده است که اثرات تورمی ارزش پول در آن حذف شده است. در نظرگیری بازه ۱۰ ساله برای این منظور به دلیل کاهش ریسک تأثیر نوسانات دوره‌ای قیمت محصولات معدنی بوده است. پیشنهاد شده است که در نظرگیری دوره ۱۰ ساله می‌تواند تمامی یک دوره نوسانات بلندمدت صعودی و نزولی قیمت را در نظر گرفته و حالتی واقع‌بینانه داشته باشد [۲۷]. ضمن اینکه فرض شده شرکت معدنی فعالیت تولیدی عمومی انجام می‌دهد، فلذا از شاخص تولیدکننده برای تصحیح ارزش زمانی پول استفاده شده است. به عبارتی تغییرات ارزش پول (تورم) برای شرکت تولیدی بر مبنای تغییرات متوسط قیمت تمام‌شده محصولات تولیدی در نظر گرفته شده است. البته درصورتی‌که شرکت تنها در یک زمینه خاص فعالیت داشته باشد، می‌توان از شاخص تولیدکننده در همان زمینه خاص (برای نمونه شاخص تولیدکننده معدنی) استفاده کرد و ارزش زمانی پول را برای اهداف تولیدی آن شرکت در نظر گرفت. در شکل ۴ نمودار تغییرات قیمت ماهانه هر اونس طلا و نمودار ارزش اصلاح‌شده آن برحسب $۲۰۲۲ نشان داده شده است. در شکل ۵ نیز شاخص تولیدکننده مابین سال‌های ۲۰۱۲ الی ۲۰۲۲ نشان داده شده است[۲۸].

شکل ۵: تغییرات ۱۰ ساله شاخص تولیدکننده (PPI).

۴-۲- محاسبه پارامترهای فرآیند بازگشت به میانگین قیمت طلا

در این تحقیق برای تخمین پارامترهای فرآیند تصادفی MRP از داده‌های تاریخی قیمت طلا در بازار جهانی استفاده شده است. مطابق رابطه (۷) مهم‌ترین پارامترهای تطبیقی فرآیند بازگشت به میانگین شامل میانگین بلندمدت لگاریتم قیمت دارایی، μ، سرعت بازگشت به میانگین، λ و نوسان پذیری قیمت دارایی، σ، هستند. روش‌های بسیار محدودی برای تعیین این پارامترها از روی داده‌های تاریخی قیمت ارائه شده است. ازجمله این روش‌ها می‌توان به روش بیشترین شانس[۳۵] [۳۰,۲۹]، روش گشتاورهای آماری[۳۶] [۳۱] و روش برازش حداقل مربعات [۲۹] اشاره کرد. در این تحقیق، پارامترهای فرآیند بازگشت به میانگین، با توجه به قیمت‌های تاریخی شکل ۴ و بر اساس چندین روش مختلف، تخمین زده شده است که مقادیر به‌دست‌آمده در جدول ۱ ارائه شده است. برای نمونه، نوسان پذیری ماهانه قیمت طلا، برابر با انحراف از معیار لگاریتم نرخ‌های بازده تغییرات قیمت در دوره‌های یک‌ماهه در نظر گرفته شده است. مطابق جدول ۱ میزان نوسان پذیری ماهانه قیمت طلا با توجه به قیمت‌های تاریخی در حدود ۰٫۰۴۲۴۲ دلار به دست آمده که نوسان پذیری بازه‌های دیگر زمانی را می‌توان از رابطه (۱۸) محاسبه کرد.

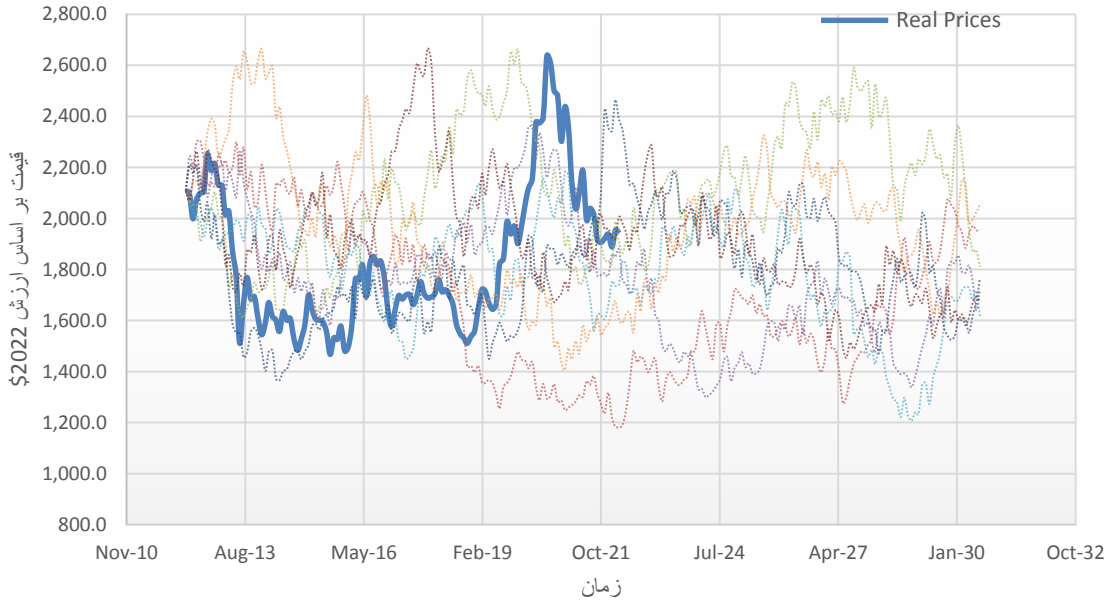
$$\sigma_{\Delta T} = \sigma\sqrt{\Delta T} \qquad (۱۸)$$

که در این رابطه ΔT طول زیر دوره زمانی مفروض بر پایه مدت‌زمان اولیه است. برای مثال برای زیر دوره یک‌روزه $\Delta T = ۱/۳۰$ ماه است.

جدول ۱: تخمین پارامترهای فرآیند MRP برای قیمت طلا

روش تخمین	میانگین μ	ضریب بازگشت به میانگین λ ماهانه	نوسان پذیری σ ماهانه
سه گشتاور [۳۱]	۷٫۵۰۳۰	۰٫۰۵۵۹۶	۰٫۰۴۷۵
چهار گشتاور [۳۱]	۷٫۵۰۳۰	۰٫۰۴۵۷۲	۰٫۰۴۱۳
بیشترین شانس [۳۰]	۷٫۴۸۹۳	۰٫۰۵۳۵۴	۰٫۰۴۴۷
برازش حداقل مربعات [۲۹]	۷٫۵۰۳۰	۰٫۰۴۷۲۰	۰٫۰۴۴۳
متوسط	۷٫۴۹۹۶	۰٫۰۵۰۶۰	۰٫۰۴۴۲

برای صحت سنجی محاسبات، اقدام به چندین شبیه‌سازی قیمت طلا در فاصله ۲۰ ساله مابین سال‌های ۲۰۱۲ الی ۲۰۳۲ شده، که نمودار مقادیر شبیه‌سازی‌شده در شکل ۶ ارائه شده است. در این شکل، با مقایسه روند تغییرات و حدود قیمت‌های شبیه‌سازی‌شده (خطوط نقطه‌چین) و قیمت‌های واقعی (خط توپر)، صحیح بودن پارامترهای تخمین زده شده قابل برآورد نسبی است.



شکل ۶: چند مورد از قیمت‌های شبیه‌سازی‌شده (خطوط نقطه‌چین) و قیمت واقعی طلا (خط توپر).

۵- ارزش اختیار و تصمیم به ذخیره‌سازی

همان‌طور که ذکر شد، اختیار ذخیره‌سازی را می‌توان به‌صورت یک اختیار خرید آمریکایی با طول عمر معادل با زمان کفایت سرمایه در گردش معدنکاری، قیمت اعمال اختیار برابر با هزینه انبارداری و هزینه تملک برابر با قیمت روز شروع ذخیره‌سازی در نظر گرفت. در این تحقیق، با استفاده از درخت دوجمله‌ای بازگشت به میانگین و روابط (۸) الی (۱۷) و همچنین فرض فرآیند تصادفی MRP برای قیمت طلا با پارامترهای جدول ۲، ارزش این اختیار، Ov، در قیمت‌های مختلف طلا محاسبه شده است. شایان‌ذکر است که، پارامترهای جدول ۲ شامل متوسط ۴ روش تخمین پارامترهای فرآیند MRP طلا (جدول ۱.) است. ضمن اینکه برای فرض نرخ سود بدون ریسک سپرده‌های دلاری از نرخ بازده اوراق خزانه‌داری ایالات‌متحده در بلندمدت استفاده شده است [۳۲]. باید توجه داشت که این نرخ، در هر زمان، نرخی متغیر بوده و با توجه به سیاست‌های اقتصادی دولت‌ها تعیین می‌شود.

پس از تعیین ارزش اختیار ذخیره‌سازی (Ov)، از رابطه (۱۹) برای تعیین ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی استفاده شده است.

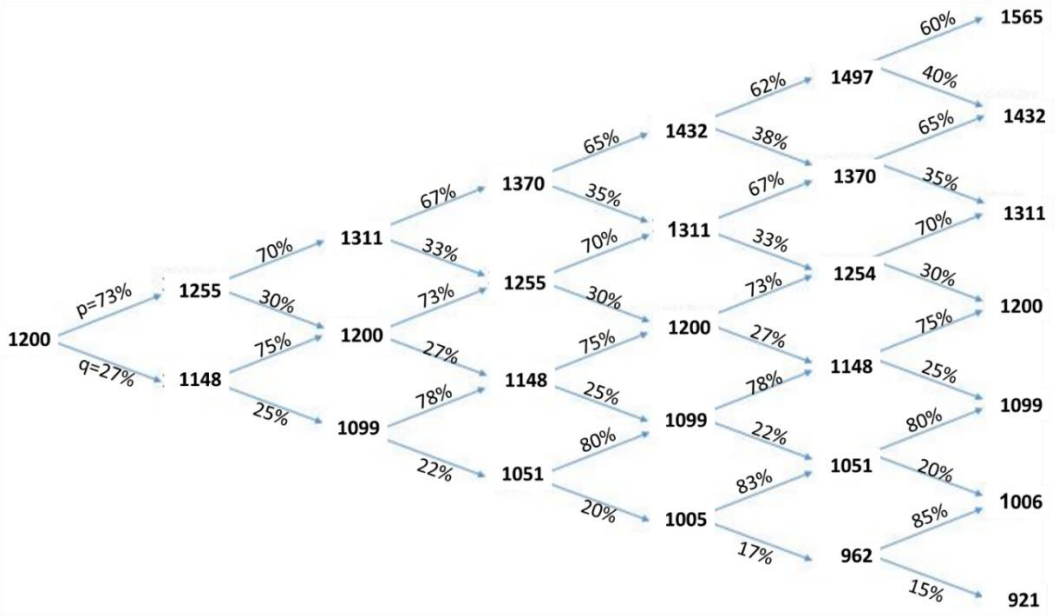
$$D_V = O_V - O_c \qquad (۱۹)$$

که در آن D_V، ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی، O_V، ارزش اختیار ذخیره‌سازی و O_c هزینه تملک اختیار (قیمت روز طلا در زمان ذخیره‌سازی) است. برای نمونه، در شکل ۷

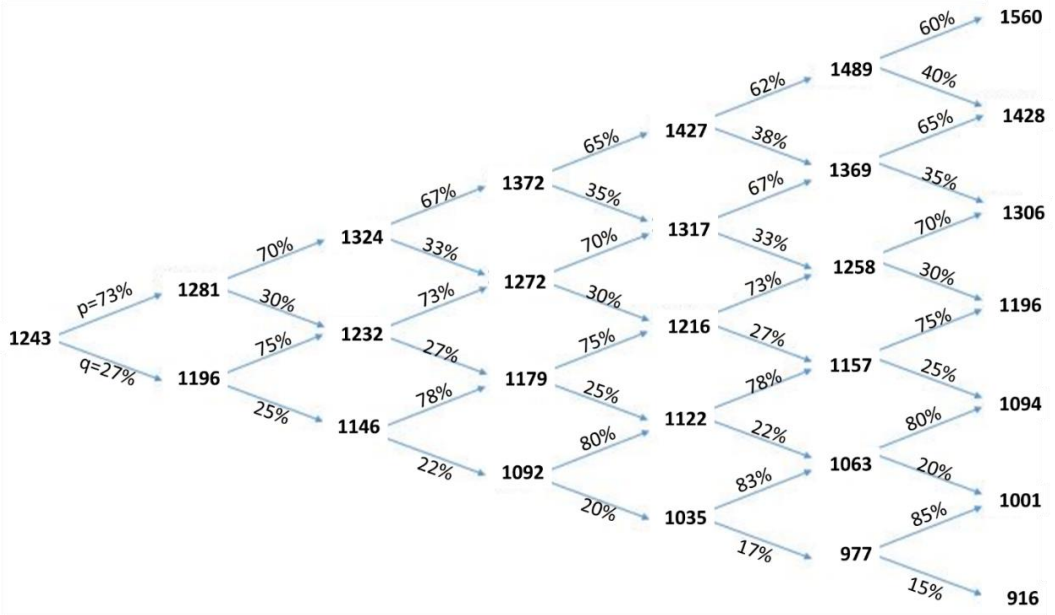
فرآیند تغییرات ۶ ماهه قیمت طلا در قیمت روز $1200_{2022}/oz$ به همراه احتمال بالا و پایین رفتن قیمت در هرکدام از گره‌های درخت دوجمله‌ای ارائه شده است. لازم به ذکر است که برای تشکیل درخت شکل ۷ از روابط (۸) تا (۱۲) استفاده شده است. در شکل ۸ نیز تغییرات ارزش اختیار ذخیره‌سازی در همین قیمت (1200_{2022}) در گره‌های مختلف درخت آورده شده است (مطابق روابط ۱۴ الی ۱۶). مطابق شکل ۸ ارزش انتظاری اختیار ذخیره‌سازی در زمان شروع آن برابر با 1243_{2022} بر اونس برآورد شده است. بنابراین با توجه به رابطه (۱۹) ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی برابر با ۴۳+ دلار بر اونس بوده و انتظار سودآوری ذخیره‌سازی در این قیمت وجود دارد.

جدول ۲: پارامترهای مورداستفاده در تحقیق

عنوان	نماد	مقدار
میانگین فرآیند MRP	μ	۷٫۵۰۰
ضریب بازگشت به میانگین	λ	۰٫۰۵۱
نوسان پذیری قیمت	σ	۰٫۰۴۴۲
نرخ سود بدون ریسک	r	۰٫۰۱۱۸
هزینه ذخیره‌سازی (قیمت اعمال اختیار)	K	5$/oz
طول عمر سرمایه در گردش معدن	T	۶ ماه

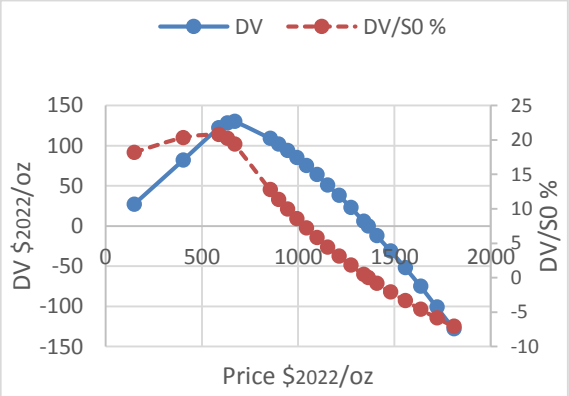


شکل ۷: درخت دوجمله‌ای MRP برای قیمت هر اونس طلا در بازه ۶ ماهه با قیمت اولیه 1200_{2022}.



شکل ۸: درخت دوجمله‌ای MRP برای ارزش اختیار ذخیره‌سازی هر اونس طلا در بازه ۶ ماهه با قیمت اولیه 1200_{2022}.

در این تحقیق با پیاده‌سازی فرمولاسیون و ساختار درخت دوجمله‌ای MRP در نرم‌افزار اکسل، مقادیر ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی در قیمت‌های مختلف طلا محاسبه شد. شکل ۹ مقادیر ارزش ذخیره‌سازی (DV) و اثربخشی نسبی آن (DV/S_0) در قیمت‌های مختلف طلا (S_0) را نشان می‌دهد. با استفاده از ابزار حل‌کننده[۳۷] اکسل، مشخص شد که در قیمت‌های کمتر از 1371 $\$_{2022}$/oz ارزش انتظاری این تصمیم مثبت و در قیمت‌های بالاتر از آن، این ارزش منفی است. به عبارتی ذخیره‌سازی ۶ ماهه در قیمت‌های کمتر از این حد سودآور است. همچنین بیشترین ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی در قیمت ۶۷۰ دلار بر اونس به دست آمد که در این قیمت، ذخیره‌سازی ارزش انتظاری ۱۳۰ دلار بر اونس را در پی خواهد داشت. همچنین بیشترین اثربخشی نسبی ذخیره‌سازی ۶ ماهه، به میزان ۲۱ درصد و در قیمت ۵۹۰ دلار بر اونس به دست آمد. نتایج این تحقیق نشان‌دهنده آن است که هرچند اغلب تحلیل‌های احتمالاتی و تحلیل ریسک در بررسی اقتصاد معادن [۳۴-۳۷]، تأثیر نوسانات پارامتر تصادفی را به‌صورت منفی در نظر می‌گیرند، اما در نظرگیری ارزش تصمیم‌های صحیح و علمی مدیریت در برخورد با نوسانات بازار می‌تواند به افزایش ارزش انتظاری از فعالیت معدنی منجر شود.



شکل ۹: نمودار ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی در قیمت‌های مختلف طلا ($\$_{2022}$/oz).

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق، چارچوبی برای ارزش‌گذاری اختیار ذخیره‌سازی محصول نهایی معادن ارائه شده است. بر اساس نتایج این تحقیق، ذخیره‌سازی محصول نهایی معدن را می‌توان یک اختیار خرید آمریکایی با طول عمری برابر با مدت‌زمان کفایت سرمایه در گردش معدنکاری، قیمت اعمال اختیار برابر با هزینه انبارداری و هزینه تملکِ برابر با قیمت روز محصول نهایی معدن در نظر گرفت.

برای نمونه، این تحقیق بر روی یک معدن طلای فرضی موردبررسی قرار گرفت. در اینجا، با فرض تبعیت قیمت طلا از فرآیند بازگشت به میانگین (MRP)، روش ارزش‌گذاری به اختیار ذخیره‌سازی محصول نهایی طلا موردبررسی قرار گرفت. برای این منظور از روش درخت دوجمله‌ای اصلاح‌شده بر اساس فرآیند MRP استفاده شد. درنهایت یک استراتژی برای ذخیره‌سازی محصول نهایی معدن در قیمت‌های خاص ارائه شده است. مطابق این تحلیل تصمیم به ذخیره‌سازی ۶ ماهه‌ی طلا در قیمت‌های کمتر از 1371 $\$_{2022}$/oz سودآور بوده و در قیمت 670 $\$_{2022}$/oz دارای بالاترین ارزش انتظاری است. همچنین بیشترین اثربخشی این تصمیم در حدود قیمت ۵۹۰ دلار بر اونس به میزان ۲۱ درصد است. البته لازم است تا نتایج تحقیق در زمان‌های دیگر با توجه به نوسانات قیمت جهانی طلا و مدت‌زمان کفایت سرمایه در گردش معدن موردبازنگری قرار گیرد.

نوسانات زیاد واحد پول مبنا (در این تحقیق $ آمریکا) از دقت تحلیل کم می‌کند. ازآنجاکه مطابق شاخص قیمت تولیدکننده (شکل ۳) ارزش دلار آمریکا در طول سال‌های ۲۰۲۰-۲۰۲۲ دچار نوسانات شدید شده است، در نظرگیری این دوره زمانی می‌تواند خطاهایی در تحلیل ایجاد کند. در این تحقیق محاسبات مشابهی برای قیمت طلا مابین سال‌های ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۹ نیز تکرار شد که با توجه به آن، ذخیره‌سازی ۶ ماهه در قیمت‌های کمتر از ۱۲۵۷ $\$_{2019}$/oz اقتصادی بود ضمن اینکه بیشترین ارزش تصمیم به ذخیره‌سازی در قیمت ۹۲۲$\$_{2019}$/Oz به‌دست آمد.

مراجع

[1] J. Mun, *Real options analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decisions*, vol. 320. John Wiley & Sons, 2012.

[2] S. Kelly, "A binomial lattice approach for valuing a mining property IPO," *Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 38, no. 3 Part.۱. pp. 693–709, 1998.

[3] M. E. Slade, "Valuing managerial flexibility: An application of real-option theory to mining investments," *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 41, no. 2, pp. 193–233, 2001.

[4] A. Moel and P. Tufano, "When Are Real Options Exercised? An Empirical Study of Mine Closings," *Review of Financial Studies*, vol. 15, no. 1, pp. 35–64, 2002.

[5] R. G. Dimitrakopoulos and S. A. Abdel Sabour,

"Evaluating mine plans under uncertainty: Can the real options make a difference?," *Resources Policy*, vol. 32, no. 3, pp. 116–125, 2007.

[6] A. D. Akbari, M. Osanloo, and M. A. Shirazi, "Real option theory and some key points for using it in mining," *16th MPES*, pp. 1–12, 2007.

[7] A. D. Akbari, M. Osanloo, and M. A. Shirazi, "Minable reserve estimation while determining ultimate pit limits (UPL) under price uncertainty by real option approach (ROA)," *Archives of Mining Sciences*, vol. 54, no. 2, pp. 321–339, 2009.

[8] S. xing Li and P. Knights, "Integration of real options into short-term mine planning and production scheduling," *Mining Science and Technology*, vol. 19, no. 5, pp. 674–678, 2009.

[9] A. D. AKBARI, M. OSANLOO, and M. A. SHIRAZI, "Reserve estimation of an open pit mine under price uncertainty by real option approach," *Mining Science and Technology*, vol. 19, no. 6, pp. 709–717, Nov. 2009.

[10] H. Dehghani and M. Ataee-Pour, "Determination of the effect of economic uncertainties on mining project evaluation using Real Option Valuation," *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, vol. 4, no. 4, pp. 265–277, 2013.

[11] M. Thompson and D. Barr, "Cut-off grade: A real options analysis," *Resources Policy*, vol. 42, pp. 83–92, 2014.

[12] M. Fani Pakdel, M. Basiri, A. Sayadi, and H. Ghodosi, "Evaluation of Mines preparation projects from the perspective of real options theory (in Persian)," *Iranian Journal of Mining Engineering*, vol. 7, no. 14, pp. 10–15, 2012.

[13] M. Sarhadi, Ehsan TaheriMoghader, "Economic evaluation under price uncertainty Real options in Cheshmeh Rezaiee mine (in persian)," in *3rd Open Pit Conference*, 2015.

[14] I. Inthavongsa, C. Drebenstedt, J. Bongaerts, and P. Sontamino, "Real options decision framework: Strategic operating policies for open pit mine planning," *Resources Policy*, vol. 47, pp. 142–153, 2016.

[15] Z. Heydari and Y. Mirzaeian, "Open pit ultimate limits design using the Real Options by considering the volatility of commodity prices (in Persian)," Yazd University, 2019.

[16] K. Zhang and A. N. Kleit, "Mining rate optimization considering the stockpiling: A theoretical economics and real option model," *Resources Policy*, vol. 47, pp. 87–94, 2016.

[17] A. D. Ajak and E. Topal, "Real option in action: An example of flexible decision making at a mine operational level," *Resources Policy*, vol. 45, pp. 109–120, 2015.

[18] K. Keyhan and Y. Mirzaeian L., "Open pits short term mine planning using the Real Option theory," Yazd University, 2020.

[19] J. Hull, Options, futures, & other derivatives. Solutions manual. Prentice Hall International, 2006.

[20] J. C. Cox, S. A. Ross, and M. Rubinstein, "Option pricing: A simplified approach," *Journal of financial Economics*, vol. 7, no. 3, pp. 229–263, 1979.

[21] E. S. Schwartz, "The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging," *The Journal of finance*, vol. 52, no. 3, pp. 923–973, 1997.

[22] D. G. Laughton and H. D. Jacoby, "The effects of reversion on commodity projects of different length, L. Trigeorgis, ed. Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications." Praeger, Westport, CT, 1995.

[23] D. T. Gillespie, "Exact numerical simulation of the Ornstein-Uhlenbeck process and its integral," *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, vol. 54, no. 2, pp. 2084–2091, 1996.

[24] C. Bastian-Pinto, L. E. Brandao, and W. J. Hahn, "A Non-Censored Binomial Model for Mean Reverting Stochastic Processes," *14th Annual Real Options Conference*, no. 2008, pp. 1–24, 2010.

[25] W. J. Hahn and J. S. Dyer, "Discrete time modeling of mean-reverting stochastic processes for real option valuation," *European Journal of Operational Research*, vol. 184, no. 2, pp. 534–548, 2008.

[26] D. B. Nelson and K. Ramaswamy, "Simple Binomial Processes as Diffusion Approximations in Financial Models," *Review of Financial Studies*, vol. 3, no. 3, pp. 393–430, 1990.

[27] F.-W. Wellmer, M. Dalheimer, and M. Wagner, *Economic evaluations in exploration*. Springer Science \& Business Media, 2007.

[28] "United States Producer Price Index (PPI) | Moody's Analytics." [Online]. Available: https://www.economy.com/united-states/producer-price-index-ppi. [Accessed: 31-May-2022.]

[29] T. van den Berg, "Calibrating the ornstein-uhlenbeck (vasicek) model," *May, https://www. statisticshowto. datasciencecentral. com/wp-content/uploads/2016/01/Calibrating-the-Ornstein. pdf*, 2011.

[30] D. Liu and H. Yan, "Mean-reverting valuation of real options for international railway construction projects," *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, vol. 7, no. 24, pp. 5271–5277, 2014.

[31] V. Holý and P. Tomanová, "Estimation of Ornstein-Uhlenbeck Process Using Ultra-High-Frequency Data with Application to Intraday Pairs Trading Strategy," *arXiv preprint arXiv*, Nov. 2018.

[32] YCharts, "1 Month Treasury Rate. [Online]. Available: https://ycharts.com/indicators/1_month_treasury_rate."Accessed: 31-May-2022.

[33] Sayadi, A., Monjezi, M., & Sharifi, M. (2014). An Approach for Risk Assessment in Open Pit Mines Using FAHP & Fuzzy TOPSIS Methods. Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 3(6), 45-58.

[34] Kakha, G., Monjezi, M., & Basiri, M. H. (2019). Evaluation of the Mining Projects under Price Uncertainty in Two–Element Deposits Using Binomial Tree Method. Journal of Analytical and Numerical Methods in

Mining Engineering, 9(20), 43-51.

[35] Zare Naghadehi, M., Dehghani, H., & Naderipour, R. (2017). The Probabilistic Analysis of Block Economic Value (BEV) in Open-Pit Mines Considering the Effect of Uncertainties in Metal Price and Operational Costs. Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 7(13), 15-26.

[36] Gholamnejad, J., Lotfi, E., Najafi, M., & Zamani, M. S. (2022). Designing the most probable final pit limit of open pit mines considering price uncertainty. Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 12(32), 77-86.

[37] Zare Naghadehi, M., Dehghani, H., & Naderipour, R. (2017). The Probabilistic Analysis of Block Economic Value (BEV) in Open-Pit Mines Considering the Effect of Uncertainties in Metal Price and Operational Costs. Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 7(13), 15-26.

[1] Real Options
[2] Financial Options
[3] Put Option
[4] Call Option
[5] Kelly
[6] Slade
[7] Geometric Brownian Motion
[8] Mean Reverting Process
[9] Moel and Tufano
[10] Dimitrakopoulos
[11] Real Options Valuation
[12] Net Present Value
[13] Li Shu-xing
[14] Knight
[15] Thompson
[16] Real Options
[17] Producer Price Index
[18] Discount Rate
[19] Mean-Reverting Process
[20] Strike Price
[21] Current Price
[22] Time to maturity
[23] Risk free interest rate
[24] Volatility
[25] Black-Scholes Model
[26] Binomial tree method
[27] Monte Carlo simulation method
[28] Geometric Brownian Motion
[29] Continues Random Walk
[30] Discrete Random Walk
[31] commodity price
[32] Ornstein–Uhlenbeck process
[33] Inflation effects (Discount Rate)
[34] U.S. Producer Price Index (PPI)
[35] Maximum likelihood estimation method
[36] Method of moments
[37] Excel Solver