



## مقاله پژوهشی

### طراحی احتمالاتی محدوده نهایی روباز با سطوح مختلف ریسک‌پذیری مدیریتی در شرایط عدم قطعیت عیار و قیمت ماده معدنی (مطالعه موردی: معدن مس عینک افغانستان)

یوسف میرزائیانی<sup>۱\*</sup>، جواد غلام نژاد<sup>۱</sup>، عباس آگاه<sup>۲</sup>

۱- دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- گروه مهندسی استخراج معادن، دانشکده زمین‌شناسی، دانشگاه بامیان، بامیان، افغانستان

(دریافت: آبان ۱۴۰۲، پذیرش: تیر ۱۴۰۳)

## چکیده

محدوده نهایی معدن در حقیقت موقعیت، اندازه، شکل و عمق آن را در پایان عمر بهره‌برداری، نشان می‌دهد. هرچند در اغلب تحقیقات علمی، محدودی نهایی معادن با فرض ثابت بودن پارامترهای طراحی انجام می‌شود، اما وجود عدم قطعیت‌های طراحی به انحراف شدید نتایج مورد انتظار طراحی و نتایج اجرا در زمان استخراج معدن منجر می‌شود. از مهم‌ترین عدم قطعیت‌های موجود در معدنکاری عیار ماده معدنی و قیمت محصول نهایی معدن بوده که در نظرگیری تأثیر این عدم قطعیت‌ها در طراحی محدوده نهایی معدن منجر به درک مناسب‌تری از احتمال دستیابی به اهداف مختلف استخراج خواهد شد. در این تحقیق به بررسی طراحی نهایی معدن مس عینک افغانستان با فرض وجود عدم قطعیت هم‌زمان عیار و قیمت ماده معدنی پرداخته شده است. با استفاده از داده‌های اکتشافی نحوه توزیع عیار ماده معدنی در بلوک‌های مختلف تعیین شده و در ادامه قیمت مس معدن با داده‌های تاریخی محاسبه شده و برای آن یک تابع توزیع لاگ‌نرمال فرض شده است. با در نظرگیری توزیع عیار و قیمت محصول نهایی معدن، ۹ عدد پیت مختلف طراحی شدند. در هر کدام از این پیت‌ها قیمت و عیار به صورت خوش‌بینانه، منطقی و بدبینانه فرض شده است. در ادامه با استفاده از تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول (FORM) و فرض یک هدف سوددهی برای هر کدام از پیت‌های معدنی احتمال موفقیت و یا شکست پیت مورد بحث در دستیابی به اهداف مدیریتی محاسبه شد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که هرچند پیت منطقی دارای سود انتظاری ۲۸ میلیارد دلار است اما برای نمونه دستیابی به سود حداقل ۱۰ میلیارد دلار برای یک مدیر ریسک‌گریز با استفاده از پیت قیمت بدبینانه و عیار منطقی دارای بیشترین احتمال موفقیت به اندازه ۹۱/۸ درصد است. ضمن اینکه برای یک مدیر ریسک‌پذیر دستیابی به هدف سود حداقل ۴۰ میلیارد دلار با استفاده از پیت خوش‌بینانه قیمت و منطقی عیار دارای بیشترین احتمال موفقیت به اندازه ۳۱/۳۴ درصد است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که برای مدیران با سطوح مختلف ریسک‌پذیری باید محدوده‌های نهایی متفاوتی بنا بر میزان احتمال موفقیت در دستیابی به اهداف مدیریتی پیشنهاد داد.

## کلمات کلیدی

محدوده نهایی روباز، عدم قطعیت عیار، عدم قطعیت قیمت، مس عینک، قابلیت اعتماد مرتبه اول، سطوح مختلف ریسک‌پذیری، تحلیل احتمالاتی

\*عهده‌دار مکاتبات: y.mirzaeian@gmail.com

DOI: 10.22034/ANM.2024.21987.1644

## ۱- مقدمه

کانسار مس عینک یکی از بزرگ‌ترین کانسارهای مس در افغانستان است که هنوز مورد استخراج و بهره‌برداری قرار نگرفته و معدنی است که از لحاظ عیار و تناژ با کانسارهای که در کمر بند مس دار زامبیا قرار دارند، برابری می‌کند [۱۷، ۲۰، ۲۱]. استخراج این معدن می‌تواند در تحولات بعدی نقش مهمی را در رشد صنعت و اقتصاد ملی این کشور بازی کند.

تعیین محدوده نهایی معدن یکی از موضوعات مهم در استخراج معدن روباز است که باید در مراحل ابتدایی عملیات معدن مورد بررسی قرار گیرد و این زمانی باید مشخص شود که برخی از پارامترها مانند اقتصادی بودن پروژه معدن پس از مرحله اکتشاف ثابت شود. در آغاز هر پروژه معدنی، زمانی که تعداد زیادی از عدم قطعیت‌ها وجود دارد تعیین پیت نهایی یکی از حیاتی‌ترین و تأثیرگذارترین تصمیمات در یک پروژه معدنی است. سرمایه‌گذاری بالای پروژه‌های معدنکاری دارای خطرپذیری بالایی هستند که میزان آن مستقیماً وابسته به عدم قطعیت‌ها است [۳]. عدم قطعیت‌ها در یک پروژه معدنی فرایند طراحی معدن را به یک فرایند پیچیده و حساس تبدیل می‌کند و اهمیت ارزیابی ریسک عدم قطعیت‌ها و تأثیر آن بر محدوده نهایی معدن را بالا می‌برد. بنیادی‌ترین عدم قطعیت‌ها در پروژه‌های معدنی، عدم قطعیت توزیع عیار ذخیره و عدم قطعیت قیمت محصول تولیدی‌اند که هر دو از پارامترهای اصلی، مرحله طراحی معدن بوده و به دلیل وجود مشکلات بسیار در تخمین و پیش‌بینی روند تغییراتشان، مدل‌سازی و پیش‌بینی دقیق آن‌ها غیرممکن است و این خود باعث تفاوت‌های فاحش بین طراحی انجام‌شده و نتایج به‌دست‌آمده از آن می‌شود؛ بنابراین روشی که برای حل این مسئله ارائه می‌شود باید در آن فرایند توسعه و رشد پروژه طوری باشد که انعطاف‌پذیری لازم برای برخورد با این عدم قطعیت‌ها را داشته باشد تا بتواند جواب قابل اطمینان‌تر و با ریسک کم‌تر را ارائه کند [۳].

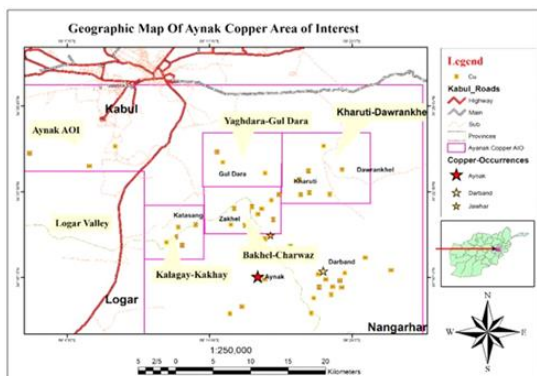
از سال ۱۹۶۰ تا اکنون روش‌های مختلفی برای حل این مسئله معرفی و به کار رفته است که تمام این الگوریتم‌ها به دو شکل ارائه شده است، جستجو محور و ریاضی محور [۴]. از این دو روش، روش ریاضی محور دارای پشتوانه قوی محاسباتی بوده و می‌توان با استفاده از آن به یک جواب مناسب و مطمئن رسید.

از جمله تحقیقاتی که تأثیر عدم قطعیت‌ها را در نظر گرفتند به این شرح هستند: دنی و اسکافیلد ۱۹۹۴ از واریانس عیار در طراحی معدن روباز و برنامه‌ریزی تولید با استفاده از حداکثر سازی ارزش و حداقل سازی ریسک استفاده کردند [۵]. غلام نژاد و اصائلو ۲۰۰۷ توسعه پیت‌های تودرتو با در نظر گرفتن تابع توزیع احتمال عیار بلوک‌ها باهدف بیشینه‌سازی NPV و کمترین واریانس ممکن ارائه کردند [۶]. عبدالصبور و همکاران ۲۰۰۸ در قالب یک سیستم امتیازدهی تأثیر عدم قطعیت قیمت و عیار را بالای طراحی‌های مختلف معدن با استفاده از روش اختیارات حقیقی بررسی کردند [۷]. اکبری و همکاران در سال ۲۰۰۸ با استفاده از یک روش ابتکاری بر پایه احتمالات به ارزیابی ریسک در طراحی محدوده نهایی تحت عدم قطعیت قیمت و برای سه سطح کمترین، میانگین و بیشترین مقدار قیمت پرداختند [۸]. گودی و دیمیتراکوپولوس ۲۰۱۱ روشی را که شامل مراحل کمی سازی عدم قطعیت عیار و ارزیابی ریسک در بهینه‌سازی طراحی پیت است تشریح کردند [۹]. اسد و دیمیتراکوپولوس در سال ۲۰۱۳ یک الگوریتم بهینه‌سازی سه مرحله‌ای برای طراحی محدوده نهایی و پوششک‌ها تحت عدم قطعیت زمین‌شناسی و قیمت، ارائه دادند [۱۰]. اصائلو و رحمان پور ۲۰۱۴ برای تعیین محدوده نهایی معدن در شرایط عدم قطعیت عیار از روش شبیه‌سازی شرطی به‌صورت یک مسئله برنامه‌ریزی خطی استفاده کردند [۱۱]. داچ و همکاران در سال ۲۰۱۵ از شبیه‌سازی زمین‌آماري و تجزیه و تحلیل پارامتری برای مدل‌سازی تأثیر تغییرات زمین‌شناسی و قیمت بر روی محدوده نهایی و اقتصاد کلی پروژه، استفاده کردند [۱۲]. باک و همکاران در سال ۲۰۱۶ با استفاده از الگوریتم مخروط شناور و یک روش ابتکاری، محدوده نهایی بهینه را با در نظر گرفتن عدم قطعیت قیمت و با سطح اعتماد مشخص، تعیین کردند [۱۳]. دیمیتراکوپولوس ۲۰۱۸ یک مدل با دو پارامتر شبیه‌سازی تصادفی و بهینه‌سازی تصادفی که امکان مدل‌سازی و ادغام مستقیم عدم قطعیت ماده معدنی را در طراحی معدن و برنامه‌ریزی تولید در نظر می‌گیرد ارائه کرد [۱۴]. جلوز و همکاران ۲۰۲۳ با تعریف یک مرز به نام مرز کارآمد محدوده نهایی، یک مدل تصادفی ایجاد کردند و این مرز کارآمد محدوده پیت نهایی را تحت عدم قطعیت زمین‌شناسی باهدف حداکثر سازی سود مورد انتظار و حداقل سازی ریسک جابجا می‌کند [۱۵]. غلام نژاد و همکاران ۲۰۲۲ برای

الگوریتم تعیین محدوده نهایی، ۹ پیت فرضی مختلف به دست می‌آید که این محدوده‌ها، برای رخداد شرایط خوش‌بینانه تا بدبینانه صادق خواهند بود. در ادامه با استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول (First Order Reliability Method) FORM و فرض چند هدف برای سود انتظاری از این پیت‌ها، احتمال موفقیت و یا شکست آنها مورد بحث و تحلیل قرار گرفته و برای مدیران ریسک گریز تا ریسک‌پذیر محدوده نهایی مناسب پیشنهاد شده است. در نتیجه‌ی این تحقیق برای هر هدف مدیریتی یک محدوده نهایی پیشنهاد خواهد شد که دارای بیشترین احتمال موفقیت در دستیابی به آن هدف بوده و برای هر مدیری با سطح هدف خاص این محدوده با محدوده پیشنهادی مدیران دیگر متفاوت خواهد بود.

## ۲- جغرافیای معدن مس عینک

کانسار مس عینک یکی از بزرگ‌ترین معادن مس در افغانستان بوده و از نظر جغرافیایی متشکل از قسمت‌های مرکزی و غربی در ۳۰ کیلومتری جنوب و جنوب شرق کابل در مسیر جاده عمومی کابل - گردیز، در استان لوگر در طول جغرافیای  $69^{\circ}18'18''$  و عرض جغرافیایی  $34^{\circ}15'58''$  قرار دارد (۱۸،۱) (شکل ۱).



شکل ۱: موقعیت جغرافیایی کانسار مس عینک [۱].

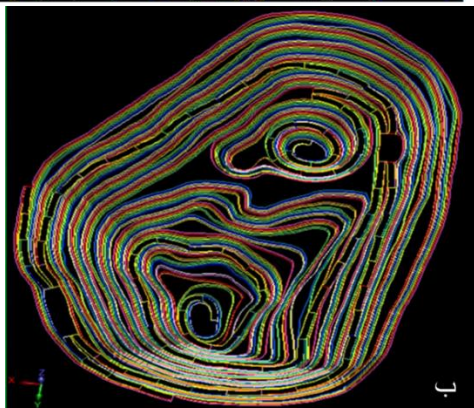
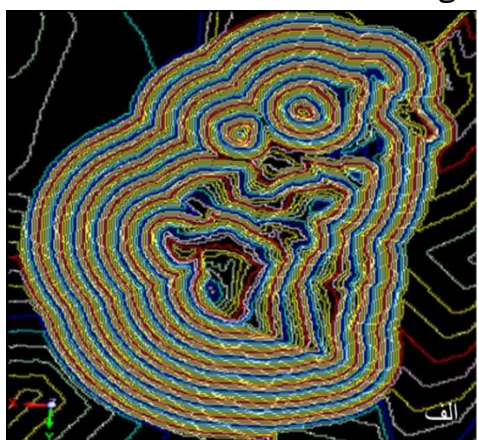
## ۳- محدوده نهایی معدن مس عینک با پارامترهای متوسط

برای طراحی محدوده نهایی معدن مس عینک با استفاده از اطلاعات اکتشافی حاصل از گمانه‌ها، مدل بلوکی زمین‌شناسی (عیاری) در محیط نرم‌افزار سورپک ساخته شد و در ادامه بر مبنای همین مدل بلوکی زمین‌شناسی، در محیط نرم‌افزار NPVS مدل بلوکی اقتصادی ساخته شده و

طراحی محتمل‌ترین محدوده نهایی معادن روباز در فضای عدم قطعیت قیمت محصول نهایی از الگوریتم ریاضی مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو و الگوریتم لرج و گراسمن استفاده کردند [۱۶]. مدل آنها نظر به تاریخچه قیمت فلز در گذشته و تخمین تابع توزیع آن، ارزش قابل انتظار بلوک‌ها و احتمال استخراج هر بلوک را محاسبه کرده و محتمل‌ترین پیت نهایی را برای معدن به دست آورد. با وجود انجام این تحقیق‌ها و در نظرگیری تأثیر عدم قطعیت‌ها در تعیین محدوده نهایی معادن روباز، محدوده‌های طراحی‌شده فارغ از اهداف مدیریتی پیشنهاد شده‌اند و تأثیر میزان ریسک‌پذیری مدیران در ارائه یک محدوده نهایی مناسب برای آنها در نظر گرفته نشده است. در تحقیق حال حاضر با ارائه یک الگوریتم کارا، برای مدیران با سطوح مختلف ریسک‌پذیری، محدوده‌های نهایی مناسب با بیشترین احتمال موفقیت در دستیابی به اهداف مدیریتی پیشنهاد شده است. نکته قابل‌توجه این است که برای اهداف مدیریتی متفاوت محدوده‌های پیشنهادی بسیار متفاوت خواهد بود.

در این تحقیق برای در نظرگیری قیمت به‌صورت یک متغیر تصادفی، تاریخچه قیمت فلز مس در طی ۱۰ سال گذشته مابین سال‌های ۲۰۲۳-۲۰۱۳ برحسب  $\text{tonn}/\$$  به دست آمده است. برای از بین بردن اثرات تورمی ارزش پول، از شاخص قیمت تولیدکننده (PPI) استفاده شده و قیمت‌های تاریخی مس برحسب ارزش دلار سال ۲۰۲۳ به‌روزرسانی شده و در نهایت با فرض توزیع لاگ نرمال برای قیمت، مقدار متوسط و انحراف معیار لگاریتم قیمت با توجه به داده‌ها، محاسبه شدند. برای تحلیل عدم قطعیت عیار بر محدوده نهایی معدن مس عینک، عیار مس نیز یک پارامتر غیرقطعی در نظر گرفته شده و میانگین و واریانس آن با روش تخمین کریجینگ در نرم‌افزار سورپک محاسبه شده است. بر مبنای عدم قطعیت عیار و میزان واریانس آن در مدل بلوکی و همچنین عدم قطعیت قیمت مس، ۹ عدد پیت با تحقق‌های عیار و قیمت مختلف (به‌صورت خوش‌بینانه، منطقی و بدبینانه) و بر اساس الگوریتم بهینه‌ساز لرج و گراسمن به دست آمدند. در این تحقیق، حالت‌های خوش‌بینانه به‌صورت مقدار متوسط قیمت و یا عیار به‌علاوه یک برابر انحراف از معیار آنها در نظر گرفته شده، ضمناً حالت بدبینانه به‌صورت مقدار متوسط منهای یک برابر انحراف معیار و حالت منطقی به‌صورت مقدار متوسط این پارامترها فرض شده است. بدین ترتیب با ورود داده‌های مختلف عیار و قیمت ۹ گانه به

طراحی محدوده نهایی معدن مس عینک بر مبنای اجرای الگوریتم لرچ و گراسمن و به روی مدل بلوکی اقتصادی کانسار صورت گرفت. زاویه شیب محدوده نهایی این معدن با توجه به خصوصیات مکانیک سنگی منطقه، در تمام جهات ۴۷ درجه در نظر گرفته شده است. شکل ۲ نمایی از پیت نهایی به دست آمده از نرم افزار NPVS را نشان می‌دهد. این پیت دارای ۳۹۷ میلیون تن ماده معدنی با نسبت باطله برداری ۴/۱۲ به دست آمده است که اطلاعات آن در جدول ۲ آورده شده است. برای عملیاتی کردن پیت خام به دست آمده از نرم افزار NPVS این پیت را به نرم افزار سورپک فراخوانی کرده و به روی آن جاده و دسترسی‌ها، به شکل دستی طراحی شده‌اند. بدین صورت پیت خام غیرعملیاتی به یک پیت عملیاتی تبدیل گردید. عرض جاده تا ۳۰ متر، شیب طولی ۸ درصد، زاویه تک پله ۷۵ درجه در نظر گرفته شده است. شکل ۲ الف) پیت غیرعملیاتی به دست آمده از نرم افزار NPVS و شکل ۲ ب) همان پیت را به شکل رشته‌ای (String) بعد از عملیاتی کردن نشان می‌دهند و شکل ۳ DTM پیت عملیاتی را به شکل سه بعدی آن نمایش می‌دهد.



شکل ۲: شکل رشته‌ای پیت معدن مس عینک الف) غیرعملیاتی و ب) عملیاتی

در نهایت محدوده نهایی معدن با فرض قیمت و عیار متوسط به دست آمده است. اطلاعات مدل بلوکی زمین‌شناسی، مدل بلوکی اقتصادی و محدوده نهایی معدن به ترتیب در جدول‌های ۱، ۲ و ۳ آمده است. بسیاری از پارامترهای جداول ۱ تا ۲ به دلیل عدم انجام فعالیت استخراجی و فراوری در کشور افغانستان از معادن مشابه (هم سایز) در ایران برآورد شده‌اند. ضمناً نتایج جدول ۳ از تحلیل محدوده نهایی در نرم افزار NPVS به دست آمده است.

جدول ۱: اطلاعات مربوط به مدل بلوکی زمین‌شناسی

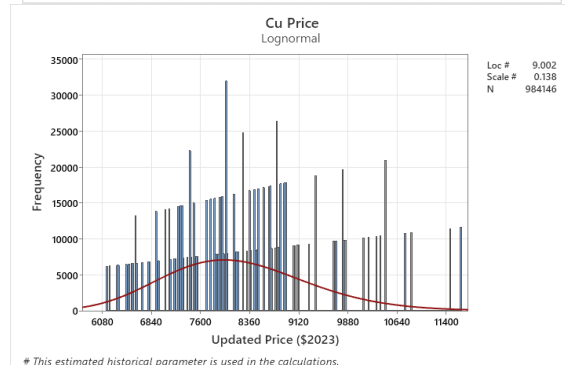
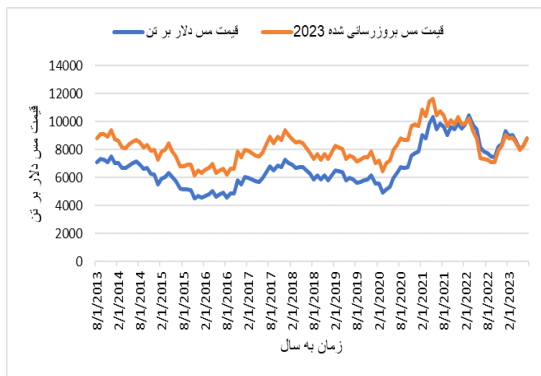
| مقدار  | پارامتر                            |
|--------|------------------------------------|
| ۲/۸۵   | وزن مخصوص کانسنگ                   |
| ۲/۷۶   | وزن مخصوص باطله                    |
| ۱/۱۸   | میانگین عیار مس (درصد)             |
| ۰/۰۰۷۵ | حداقل عیار مس (درصد)               |
| ۲۴     | حداکثر عیار مس (درصد)              |
| ۴۶۸    | تناژ کل کانسار مس عینک (میلیون تن) |
| ۰/۱۶   | عیار حد ماده معدنی مس (درصد)       |

جدول ۲: پارامترهای مورد نیاز جهت تهیه مدل بلوکی اقتصادی

| مقدار | پارامتر                                   |
|-------|-------------------------------------------|
| ۸۲۰۰  | قیمت ماده معدنی (دلار بر تن مس خالص)      |
| ۲/۲۵  | هزینه استخراج کانسنگ (دلار بر تن)         |
| ۱/۵   | هزینه باطله برداری (دلار بر تن)           |
| ٪۹۵   | راندمان استخراج                           |
| ٪۸۷/۵ | راندمان فراوری                            |
| ٪۹۷   | راندمان ذوب و تصفیه                       |
| ٪۵    | ترقیق                                     |
| ٪۱۰   | نرخ تنزیل                                 |
| ۶/۲   | هزینه فراوری هر تن مس (دلار بر تن کانسنگ) |
| ۴۰۰   | هزینه ذوب و تصفیه (دلار بر تن مس خالص)    |

جدول ۳: اطلاعات مربوط به محدوده نهایی معدن مس عینک

| واحد        | مقدار  | پارامتر           |
|-------------|--------|-------------------|
| سال         | ۲۹     | عمر معدن          |
| درجه        | ۴۷     | زاویه شیب سرتاسری |
| میلیون تن   | ۱۴     | تولید سالیانه     |
| میلیون دلار | ۴,۸۸۳  | هزینه استخراج     |
| میلیون دلار | ۴,۲۹۳  | هزینه فراوری      |
| میلیون دلار | ۳۶,۷۳۶ | درآمد             |
| میلیون دلار | ۲۷,۵۵۹ | ارزش خالص پیت     |
| میلیون دلار | ۱۲,۶۱۵ | NPV               |
| میلیون دلار | ۳۱,۱۱۸ | ارزش ماده معدنی   |
|             | ۴/۱۱   | نسبت باطله برداری |
| هزار تن     | ۵,۶۹۵  | مقدار فلز مس      |



شکل ۴: الف) نمودار قیمت مس با توجه به داده‌های تاریخی بین سال‌های ۲۰۲۳-۲۰۱۳ و به‌روزرسانی آن نظر به سال ۲۰۲۳ (ب) هیستوگرام و تابع توزیع احتمال منطبق بر آن.

برای تحلیل عدم قطعیت عیار بر محدوده نهایی معدن مس عینک، عیار مس هر یک از بلوک‌ها نیز به‌صورت غیرقطعی در نظر گرفته شده است. مقدار متوسط و واریانس عیارهای تخمینی برای هر یک از بلوک‌های معدنی با استفاده از روش‌های کریجینگ در نرم‌افزار سورپک تعیین شده است. بر مبنای همین پارامتر غیرقطعی و میزان واریانس آن چندین مدل بلوکی زمین‌شناسی با تحقق‌های عیاری مختلف ساخته شده است. در این تحقیق، نحوه اعمال عدم قطعیت عیار به روی مدل بلوکی زمین‌شناسی طوری است که در قدم اول عیار مس (Cu) که قبلاً توسط روش کریجینگ برآورد شده، به‌عنوان عیار متوسط فرض شده و سپس به روی همان مدل بلوکی عیارهای فرضی مس برای به دست آوردن پیت‌های جدید تعریف شده است. عیارهای مذکور شامل افزایش یا کاهش عیار متوسط بلوک‌ها به‌اندازه یک برابر انحراف معیار عیار تخمینی آنها است. از عیار افزایشی عیار برای تعیین محدوده نهایی خوش‌بینانه و از عیار کاهشی برای نحوه تعیین عیار خوش‌بینانه و بدبینانه بلوک‌ها را نشان می‌دهد.

$$Cu_i = \mu_i \pm \sigma_i \quad (1)$$

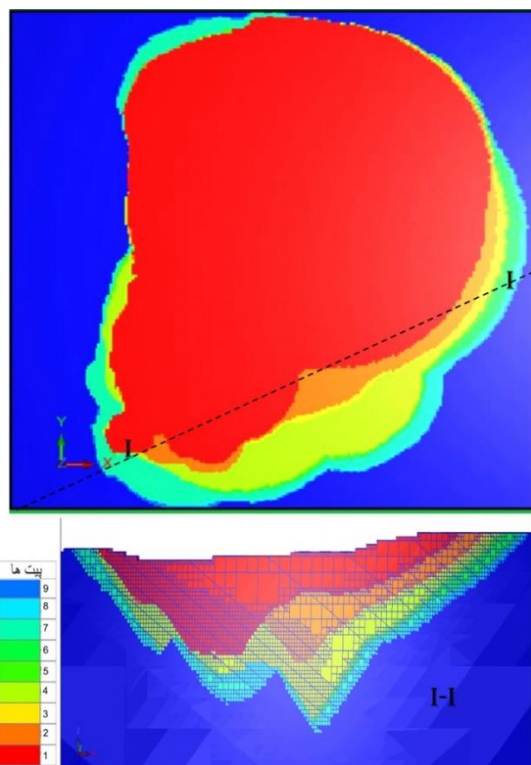


شکل ۳: مدل سه‌بعدی پیت عملیاتی محدوده نهایی معدن مس عینک.

#### ۴- عدم قطعیت عیار و قیمت

عدم قطعیت‌های قیمت محصول تولیدی و توزیع عیار ذخیره به‌عنوان قلب طراحی، ازجمله پارامترهای اصلی در مرحله طراحی معدن بوده و بیشترین تأثیر را در سوددهی معادن دارند. به دلیل وجود مشکلات بسیار زیاد در تخمین و پیش‌بینی روند تغییرات این عدم قطعیت‌ها، مدل‌سازی و پیش‌بینی دقیق آن‌ها غیرممکن است. این باعث تفاوت‌های فاحش بین طراحی انجام‌شده و نتایج به‌دست‌آمده از استخراج معدن می‌شود [۳]. لذا لازم است تأثیر عدم قطعیت عیار و قیمت در طراحی لحاظ شود. بدین منظور در این تحقیق برای در نظرگیری قیمت به‌صورت یک متغیر تصادفی، تاریخچه قیمت فلز مس در طی ۱۰ سال گذشته مابین سال‌های ۲۰۲۳-۲۰۱۳ مطابق نمودار شکل (۴ الف) برحسب  $\text{tonn}/\$$  به دست آمده است. با توجه به نواسانات، قیمت مس در طول ۱۰ سال (۲۰۲۳-۲۰۱۳) به‌صورت ماهانه برآورد شده است. قیمت‌های به‌دست‌آمده به‌منظور خنثی‌سازی نرخ کاهش ارزش پول با شاخص قیمت تولیدکننده (PPI) به ارزش دلار سال ۲۰۲۳ به‌روزرسانی شده است (شکل ۵). درنهایت با فرض توزیع لاگ‌نرمال برای قیمت، مقدار متوسط و انحراف معیار لگاریتم قیمت با توجه به داده‌های تاریخی به ترتیب برابر با  $\mu_y = 9.0024$ ،  $\sigma_y = 0.138$  محاسبه شدند که در آن  $y = \ln(s)$  لگاریتم قیمت است. هیستوگرام قیمت‌های بروز شده و تابع توزیع برازش شده بر آن در شکل ۴ ب نشان داده شده است.

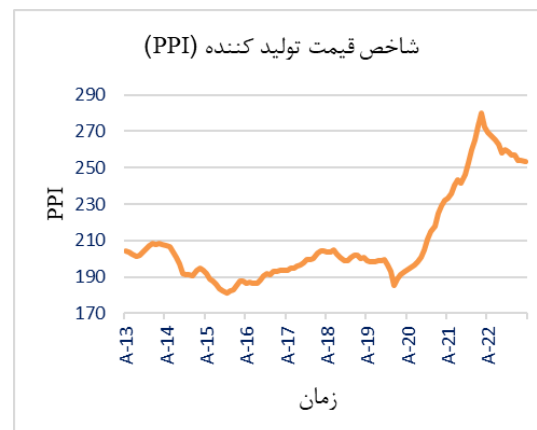
دلار بر تن در نظر گرفته شده است. بدین صورت ۹ عدد پیت با فرض عیارها و قیمت‌های متغیر به دست آمدند. به طور نمونه در شکل ۶ پیت شماره ۵ یک پیت منطقی است که با عیار متوسط تخمینی  $\mu_g$  و قیمت متوسط  $\mu_p$  بدست آمده به دست آمده است و پیت شماره ۱ بدبینانه ترین پیت است که هم از عیار متوسط آن و هم از قیمت متوسط آن هر کدام به اندازه انحراف معیار کم شده است، پیت شماره ۱ از لحاظ ابعاد نیز کوچکترین پیت است. پیت شماره ۹ خوش‌بینانه‌ترین پیت است که در آن عیار و قیمت به اندازه یک برابر انحراف معیارشان افزایش داشتند که نظر به ابعاد نیز این پیت بزرگترین پیت است. در شکل ۷ یک نقشه سطح (پلان) و یک مقطع دلخواه از تمامی ۹ پیت به دست آمده در این تحلیل نشان داده شده است. برای تحلیل احتمالاتی پیت‌های طراحی شده در ابتدا یک سطح هدف مدیریتی در دستیابی به سودهای مختلف در نظر گرفته شده و در ادامه از روش قابلیت اعتماد مرتبه اول (FORM) برای تعیین احتمال شکست یا موفقیت هر کدام از پیت‌ها در دستیابی به یک هدف خاص سود، استفاده شده است.



شکل ۷: نقشه سطح و یک مقطع از پیت‌های طراحی شده

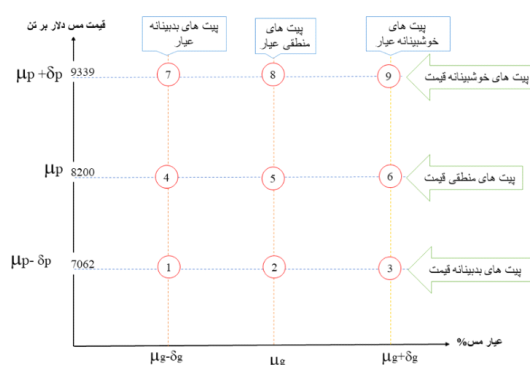
در جدول ۴ میزان تناژهای ماده معدنی، باطله و سود حاصل از هر کدام از پیت‌ها با فرض عیار-قیمت خوش‌بینانه، منطقی و بدبینانه ارائه شده است. در این جدول همچنین

که در آن  $Cu_i$  تحقق‌های عیاری خوش‌بینانه یا بدبینانه بلوک  $\mu_i$  متوسط عیار تخمینی بلوک  $\lambda_m$  و  $\sigma_i$  انحراف معیار عیار بلوک  $\lambda_m$  است. مطابق رابطه (۱)، در این تحقیق، برای عیار تمامی بلوک‌ها یک همبستگی کامل در نظر گرفته شده است. بنابراین در حالت خوش‌بینانه و بدبینانه فرض شده است که عیار همه‌ی بلوک‌های ماده معدنی با همدیگر و به اندازه انحراف معیار تخمین کریجینگ افزایش یا کاهش می‌یابند.



شکل ۵: نمودار شاخص قیمت تولیدکننده طی زمان (۲۰۲۳-۲۰۱۳).

با در نظرگیری قیمت و عیار به صورت ۳ مقدار خوش‌بینانه (متوسط بعلاوه انحراف معیار)، منطقی (متوسط) و بدبینانه (متوسط منهای انحراف معیار)، مطابق شکل ۶، ۹ عدد محدوده نهایی متفاوت توسط الگوریتم لرج و گروسمن در نرم‌افزار NPVs ساخته شده است.



شکل ۶: نقاط متناظر با پیت‌های حاصل از عیار و قیمت‌های خوش‌بینانه، منطقی و بدبینانه

در حالت منطقی، قیمت متوسط مس ۸۲۰۰ دلار بر تن در نظر گرفته شده است و برای به دست آوردن پیت‌های خوش‌بینانه قیمت  $(\mu_p + \sigma_p)$  یعنی برابر با ۹۳۳۹ دلار (۲۰۲۳\$ بر تن) و در پیت بدبینانه  $(\mu_p - \sigma_p)$  برابر با ۷۰۶۲

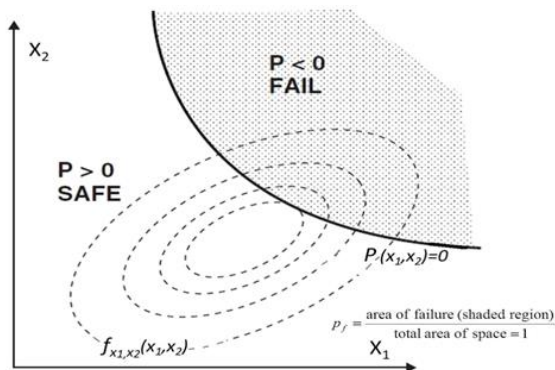
میزان سود انتظاری از هر پیت با در نظرگیری مقادیر متوسط  
 مقدار انتظاری با استفاده از نرم‌افزار اکسل و با ورود داده‌ها  
 قیمت و عیار ماده معدنی نیز محاسبه شده است. البته این  
 از NPVS محاسبه شده است.

جدول ۴: میزان سودهای انتظاری، فرضی و تناژهای ماده معدنی و باطله پیت‌های ۹گانه

| شماره پیت | تناژ ماده معدنی (میلیون تن)* | تناژ باطله (میلیون تن)* | سود فرضی (میلیارد دلار)* | سود انتظاری (میلیارد دلار)** |
|-----------|------------------------------|-------------------------|--------------------------|------------------------------|
| ۱         | ۲۰۴                          | ۱,۳۵۴                   | ۱۰,۶۸                    | ۲۵,۳۰                        |
| ۲         | ۳۹۵                          | ۱,۶۰۰                   | ۲۳,۲۶                    | ۲۸,۷۱                        |
| ۳         | ۴۵۴                          | ۱,۸۱۲                   | ۴۲,۷۵                    | ۲۸,۵۲                        |
| ۴         | ۲۱۴                          | ۱,۴۷۳                   | ۱۳,۳۸                    | ۲۶,۲۹                        |
| ۵         | ۳۹۸                          | ۱,۶۳۶                   | ۲۸,۴۸                    | ۲۸,۷۷                        |
| ۶         | ۴۵۶                          | ۱,۸۵۸                   | ۵۱,۴۷                    | ۲۸,۵۰                        |
| ۷         | ۲۱۷                          | ۱,۵۱۰                   | ۱۶,۱۲                    | ۲۶,۲۹                        |
| ۸         | ۴۰۰                          | ۱,۷۰۲                   | ۳۳,۷۲                    | ۲۸,۷۴                        |
| ۹         | ۴۵۶                          | ۱,۸۸۷                   | ۶۰,۲۲                    | ۲۸,۴۸                        |

\*تناژ باطله، ماده معدنی و سود با فرض عیار و قیمت خوش‌بینانه، منطقی و بدبینانه\*\*سود انتظاری با در نظرگیری قیمت و عیار متوسط

به مقادیر پارامترهای تصادفی شکست رخ می‌دهد. حجم منطقه هاشورخورده در زیر تابع چگالی احتمال چندگانه معرف احتمال رخداد شکست است.



شکل ۸: مسئله عمومی قابلیت اطمینان برای دو متغیر تصادفی [۱۹].

روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (First-order Reliability Method) یکی از مطمئن‌ترین روش‌های محاسباتی برای تحلیل قابلیت اطمینان یک سیستم در نظر گرفته می‌شود. مزیت نسبی این روش تحلیلی این است که به مقدار محاسبات زیادی نیاز ندارند. در اکثر سیستم‌ها، روش FORM به محاسبات بسیار کمتری برای تعیین حجم ناحیه شکست نیاز داشته که از نظر اجرا، بسیار کاراتر از روش‌های دیگر مانند روش مونت کارلو است.

## ۵- مسئله قابلیت اعتماد و روش FORM

هدف از تحلیل قابلیت اعتماد، یافتن احتمال شکست یا موفقیت یک سیستم دارای عدم قطعیت است. یک بردار تصادفی از پارامترهای دارای عدم قطعیت مانند:  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  مفروض است. این پارامترها از تابع چگالی احتمالاتی چندگانه،  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ، پیروی می‌کنند. یک تابع عملکرد  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ، معرف عملکرد سیستم مورد بحث با توجه به مقادیر پارامترهای تصادفی است. تابع عملکرد در ناحیه شکست سیستم مقادیر کمتر از صفر، در حالت مرزی مقدار صفر و در حالت کارایی (عملکرد صحیح) سیستم بزرگ‌تر از صفر است. هدف تحلیل قابلیت اطمینان، محاسبه احتمال شکست سیستم مفروض است. این احتمال به فرم رابطه (۲) قابل محاسبه است [۲۵، ۱۹]:

$$p_f = \int_{P < 0} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (2)$$

مفاهیم توزیع پارامترهای تصادفی، تابع عملکرد (Performance function)، نواحی شکست و موفقیت و همچنین احتمال شکست در شکل ۸ نشان داده شده است. مطابق این شکل خط توپر معرف مرز بین رخداد و عدم رخداد شکست است که در آن میزان کارایی برابر صفر است، خطوط توخالی معرف خطوط تراز تابع توزیع احتمال متغیرها بوده و ناحیه هاشور خورده معرف مناطقی است که با توجه

$$\begin{aligned}\beta &= \min \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2} \\ &= \min \sqrt{ZZ^T} \\ \text{s.t.:} \\ P(g(Z)) &= 0 \\ X &= g(Z)\end{aligned}\quad (4)$$

که در آن  $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$  بردار متغیرهای نرمال استاندارد،  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  بردار متغیرهای فیزیکی با توزیع دلخواه و  $g$  تابع انتقال (translation function) برای تبدیل متغیرهای نرمال استاندارد به متغیرهای فیزیکی است. این تابع با توجه به تابع توزیع احتمال متغیرها قابل محاسبه است. برای متغیرهای فیزیکی غیر وابسته (مستقل)، انتقال را می‌توان با استفاده از رابطه (۵) انجام داد:

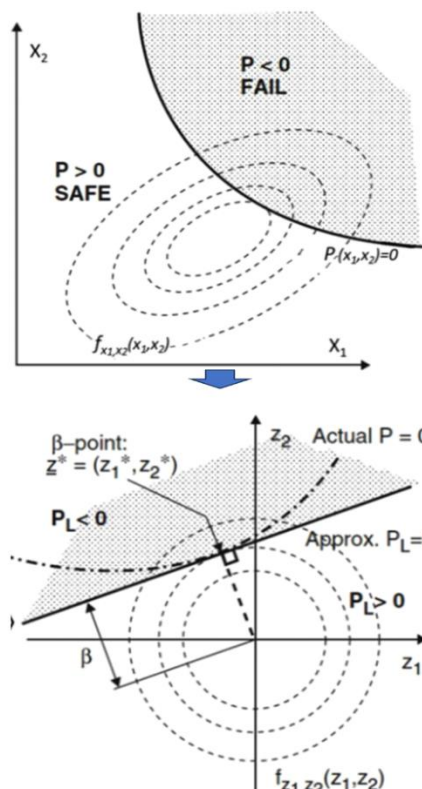
$$X_i = F_i^{-1}[\Phi(Z_i)] \quad (5)$$

که در آن هر متغیر فیزیکی،  $X_i$  دارای تابع توزیع تجمعی دلخواه،  $F_i$ ، بوده و  $\Phi$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.

#### ۵-۱- اجرای روش FORM

در این تحقیق دو متغیر قیمت و عیار ماده معدنی به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است. به عبارتی بردار متغیرهای تصادفی فیزیکی به صورت  $X = [p, g]$  فرض شده است. قیمت نهایی فلز مس دارای توزیع لاگنرمال با متوسط  $\mu_y = 9.0024$  و انحراف معیار  $\sigma_y = 0.138$  در نظر گرفته شده است که با استفاده از رابطه (۶) به فضای نرمال استاندارد انتقال پیدا کرد ( $y$  لگاریتم طبیعی قیمت است). عیار ماده معدنی دارای توزیع نرمال فرض شده که متوسط و انحراف معیار آن برای هر بلوک توسط روش کریجینگ در نرم‌افزار سورپک تعیین شده است. از آنجاکه در تخمین‌گر کریجینگ برای عیار، توزیع نرمال فرض شده و واریانس تخمین بر این اساس محاسبه می‌شود در این تحقیق نیز ضمن فرض نرمال بودن عیار بلوک‌ها، همبستگی کاملی بین عیار تمامی بلوک‌های معدنی داخل محدوده نهایی در نظر گرفته شده و در نهایت میزان عیار احتمالی هر بلوک (تابع انتقال آن) از رابطه (۷) محاسبه شده است:

$$\begin{aligned}Y &= \sigma_y \cdot Z_1 + \mu_y \\ p &= \exp(y)\end{aligned}\quad (6)$$



شکل ۹: مسئله عمومی قابلیت اطمینان و حل قابلیت اطمینان به روش FORM برای دو متغیر [۲۶، ۱۹].

در روش FORM با جایگزینی متغیرهای تصادفی فیزیکی واقعی ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) که دارای توزیع دلخواه غیر نرمال همبسته هستند، با متغیرهای نرمال استاندارد مستقل  $(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ ، (متغیرهای تصادفی با توزیع گوسی مستقل، میانگین صفر و انحراف از معیار واحد)، تابع عملکرد به فضای نرمال استاندارد منتقل می‌شود. نقطه‌ای با بیشترین احتمال شکست در فضای نرمال استاندارد را نقطه طراحی یا  $\beta$ -point می‌نامند اگر در نقطه طراحی حالت مرزی واقعی ( $P=0$ ) را با یک حالت مرزی خطی ( $PL=0$ ) تقریب زده شود (شکل ۹)، احتمال شکست را می‌توان از رابطه (۳) محاسبه کرد [۲۵، ۱۹].

$$p_f \approx \Phi(-\beta) \quad (3)$$

که در آن اندیس قابلیت اعتماد،  $\beta$ ، فاصله نقطه طراحی از مرکز مختصات و  $\Phi$ ، تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. رابطه (۳) از حل تحلیلی انتگرال رابطه (۲) با توجه به شرایط توزیع نرمال متغیرها و فرض خطی بودن مرز شکست منتج شده است. با انجام تمهیدات فوق انتگرال‌گیری چندگانه رابطه (۲) به یک مسئله، بهینه‌سازی غیرخطی دارای محدودیت، به شکل رابطه (۴) ساده می‌شود [۲۱، ۲۰].

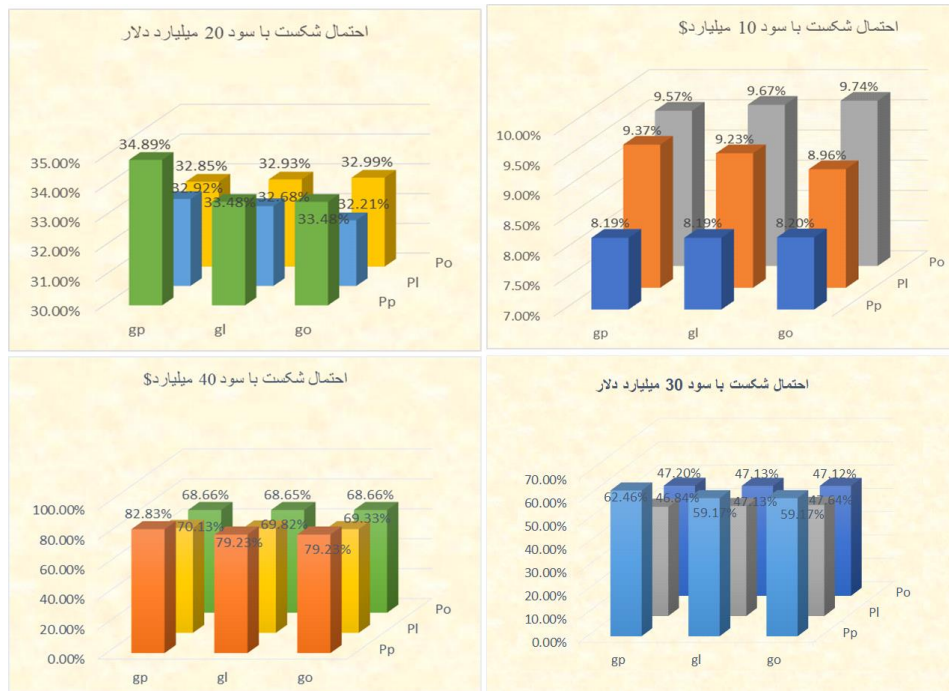
مقادیر قیمت محصول نهایی و عیار ماده معدنی محاسبه شده است، ضمن اینکه قیمت و عیار بلوک های معدنی نیز مطابق رابطه (۶) و (۷) خود به صورت تابعی از متغیرهای نرمال استاندارد در نظر گرفته شده اند (شکل ۱۰). سپس، چندین تابع عملکرد شامل دستیابی به سودهای مختلف استخراجی در نظر گرفته شده است. برای این منظور دستیابی به سودهای ۱۰ الی ۴۰ میلیارد دلاری برای مدیران ریسک گریز تا ریسک پذیر تعریف شده است و تابع عملکرد به صورت رابطه (۸) تعریف شده است.

$$P(X) = P(p, g) = \text{profit} - \text{goal} \quad (8)$$

$$= \sum_{i=1}^I BEV_i(p, g) - \text{goal}$$

| A      | B       | C          | D      | E          | F    | G   | H    | I    | J    | K   | L    | M    | N    | O    | P    | R    |
|--------|---------|------------|--------|------------|------|-----|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|
| 1      | کد بلوک | مساحت بلوک | اندازه | عیار متوسط | عیار | سود | عیار | عیار | عیار | سود | عیار | عیار | عیار | عیار | عیار | عیار |
| 2      | 1507837 | 2435       | 2.76   | 0          | 0    | 0   | 0    | 0    | 0    | 0   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 3      | 1507840 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 4      | 1508061 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 5      | 1508173 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 6      | 1508285 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 7      | 1508397 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 8      | 1508509 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 9      | 1542333 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 10     | 1542445 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 11     | 1542556 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 12     | 1542557 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 13     | 1542668 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 14     | 1542669 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 15     | 1542780 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 16     | 1542781 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 17     | 1542892 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 18     | 1542893 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 19     | 1543004 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 20     | 1543005 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 21     | 1543116 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 22     | 1543117 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 23     | 1543228 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146393 | 3246390 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146394 | 3246391 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146395 | 3246392 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146396 | 3246393 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146397 | 3246394 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146398 | 3246395 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146399 | 3246396 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |
| 146400 | 3246397 |            |        |            |      |     |      |      |      |     |      |      |      |      |      |      |

شکل ۱۰: اجرای روش قابلیت اعتماد مرتبه اول در اکسل (برای پیت شماره ۹)



شکل ۱۱: نمودار احتمالات شکست پیت های نه گانه با توجه به اهداف مختلف مدیریتی (Po و Pl, Pp) به ترتیب قیمت های بدبینانه، منطقی و خوش بینانه و خوش بینانه و gp, gl و go به ترتیب عیارهای بدبینانه، منطقی و خوش بینانه)

میلیارد دلاری کم ریسک‌ترین محدوده نهایی، پیت‌های بدبینانه قیمت با احتمال شکست ۸/۱۹ درصد می‌باشند. احتمال شکست این پیت‌ها، نسبت به تغییرات عیار تقریباً خنثی است. بنابراین بهتر است مدیر ریسک گریز از بین این سه پیت، پیتی دارای سود انتظاری بیشتر (مطابق جدول ۴ پیت شماره ۲) را انتخاب نماید. همچنین برای یک مدیر منطقی (ریسک خنثی) باهدف سود ۳۰ میلیارد دلار، پیت شماره ۵ دارای کمترین احتمال شکست به میزان ۴۷/۱۳ درصد است. برای یک مدیر ریسک‌پذیر با سود هدف ۴۰ میلیارد دلاری نیز پیت‌های خوش‌بینانه قیمت دارای کمترین احتمال شکست به میزان تقریبی ۶۸/۶۶ درصد می‌باشند. احتمال شکست این پیت‌ها نیز نسبت به تغییرات عیار تقریباً خنثی است. بنابراین بهتر است یک مدیر ریسک گریز، ریسک خنثی و ریسک‌پذیر به ترتیب از بین محدوده‌های نهایی پیتی را انتخاب کنند که در وهله اول دارای بیشترین احتمال موفقیت در رسیدن به هدف بوده و در وهله دوم دارای سود انتظاری بیشتر (مطابق جدول ۴ پیت شماره ۲، شماره ۵ و شماره ۸) باشد.

#### ۶- نتیجه‌گیری

تحلیل احتمالاتی انجام‌شده به مدیران معدن کمک می‌کند که با توجه به یک هدف مدیریتی بهترین تصمیم در راستای کمینه‌سازی احتمال شکست آن هدف را انتخاب کنند. نتایج این تحقیق که بر روی یک معدن خاص (مس عینک افغانستان) انجام شده است. نشان می‌دهد که تغییرپذیری متغیر قیمت محصول نهایی اثرگذاری بسیار بیشتری نسبت به تغییرپذیری عیار ماده معدنی برای تصمیم‌های مدیریتی دارد. تحلیل احتمالاتی تعیین محدوده نهایی مفهوم بسیار بالاتری نسبت به تحلیل‌های قطعی داشته و نتایج آن برای مدیران معدن ملموس‌تر و کاربردی‌تر است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با استفاده از روش FORM می‌توان با دقت و سرعت مناسبی احتمال دستیابی (موفقیت) یا عدم دستیابی (شکست) به اهداف خاص مدیریتی را تعیین کرد و این احتمال‌ها کمک زیادی به مدیران معدن در جهت تصمیم‌گیری‌های منطقی خواهد داشت. برای معدن مس عینک افغانستان در نظرگیری یک محدوده نهایی با ابعاد هندسی کوچک (محدوده پیت شماره ۱) برای یک مدیر ریسک گریز با سطح هدف سود حداقل ۱۰ میلیارد دلار دارای کمترین احتمال شکست به میزان

که در رابطه (۸) goal هدف موردنظر و profit ارزش سود محدوده نهایی و  $BEV_i(p, g)$  ارزش اقتصادی بلوک  $\lambda$ ام در قیمت  $p$  و با فرض عیار  $g$  است. درنهایت با استفاده از ابزار حل‌کننده (solver) در نرم‌افزار اکسل مسئله بهینه‌سازی رابطه (۴) حل و برای هرکدام از پیت‌های فرضی در هدف مدیریتی خاص اندیس قابلیت اعتماد محاسبه می‌شود. برای نمونه در شکل ۱۰ برای پیت شماره ۹ نمای صفحه گسترده اکسل و تنظیمات ابزار حل‌کننده برای حل مسئله FORM و همچنین نتایج حل مسئله شامل مختصات نقطه طراحی ( $\beta$ -point)، مقادیر محاسبه‌شده‌ی اندیس قابلیت اعتماد و احتمال شکست و یا موفقیت این پیت در دستیابی به اهداف سود مختلف نشان داده شده است.

#### ۵-۲- نتایج حل روش FORM

در این تحقیق ۹ محدوده نهایی مختلف معدن با رویکردهای خوش‌بینانه، منطقی و بدبینانه نسبت به قیمت و عیار ماده معدنی مطابق شکل ۶ به دست آمده است. سپس برای تعیین احتمال دستیابی به اهداف مدیریتی مختلف در رسیدن به سودی خاص از روش قابلیت اعتماد مرتبه اول استفاده شده است به عبارتی با استفاده از اطلاعات خروجی هر پیت از نرم‌افزار NPVS و به‌کارگیری روش FORM احتمال شکست یا موفقیت هرکدام از پیت‌ها در دستیابی به اهداف خاص سود مشخص شده است. با توجه به سود متوسط (انتظاری) ۲۸ میلیارد دلار در این معدن، اهداف ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ میلیارد دلار برای مدیران ریسک گریز تا ریسک‌پذیر در نظر گرفته شده است. شایان‌ذکر است، در این تحقیق مدیران باهدف سود بسیار بیشتر از حد متوسط (امید ریاضی سود) و با احتمال دستیابی کمتر از متوسط (کمتر از ۵۰ درصد) به‌عنوان مدیران ریسک‌پذیر و مدیران باهدف سود کمتر از حد متوسط اما با احتمال دستیابی بسیار بیشتر از حد متوسط (بیشتر از ۵۰ درصد) به‌عنوان مدیر ریسک گریز و مدیری باهدف سود متوسط با احتمال دستیابی متوسط (۵۰ درصد) به‌عنوان مدیر منطقی نام‌گذاری شده‌اند.

نتایج اجرای روش FORM برای هرکدام از چهار هدف مدیریتی در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در این شکل احتمال عدم دستیابی به حداقل سود هدف با احتمال شکست معرفی شده است. این احتمال برای تمامی اهداف سود و برای تمامی پیت‌های ۹ گانه محاسبه شده است. مطابق شکل ۱۱ برای مدیر ریسک گریز باهدف سود ۱۰

International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 2008. 22(1): p. 3-35. [5]

[5] Denby, B. and D. Schofield, Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry, 1994. 103.

[6] Gholamnejad, J. and M. Osanloo, Incorporation of ore grade uncertainty into the push back design process. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 2007. 107(3): p. 177-185.

[7] Abdel Sabour, S.A., Dimitrakopoulos, R. G., & Kumral, M., Mine design selection under uncertainty. . Mining Technology, (2008). 117(2), 53-64.

[8] Akbari, A., M. Osanloo, and M. Shirazi, Ultimate Pit Limit (UPL) determination through minimizing risk costs associated with price uncertainty. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, 2008. 24(4/2): p. 157-170.

[9] Godoy, M. and R. Dimitrakopoulos, A risk quantification framework for strategic mine planning: Method and application. Journal of Mining Science, 2011. 47: p. 235-246.

[10] Asad, M.W.A. and R. Dimitrakopoulos, Implementing a parametric maximum flow algorithm for optimal open pit mine design under uncertain supply and demand. Journal of the Operational Research Society, 2013. 64(2): p. 185-197.

[11] Mahdi, R. and O. Morteza. Determining the most effective factors on open pit mine plans and their interactions. in Mine Planning and Equipment Selection: Proceedings of the 22nd MPES Conference, Dresden, Germany, 14th–19th October 2013. 2014. Springer.

[12] Deutsch, M., E. González, and M. Williams, Using simulation to quantify. Mining Engineering, 2015. 67(12): p. 49-55.

[13] Baek, J., Y. Choi, and H.-s. Park, Uncertainty representation method for open pit optimization results due to variation in mineral prices. Minerals, 2016. 6(1): p. 17.

[14] Dimitrakopoulos, R., Stochastic mine planning—methods, examples and value in an uncertain world. Advances in Applied Strategic Mine Planning, 2018: p. 101-115.

[15] Jelvez, E., N. Morales, and J.M. Ortiz, Stochastic Final Pit Limits: An Efficient Frontier Analysis under Geological Uncertainty in the Open-Pit Mining Industry. Mathematics, 2022. 10(1): p. 100.

[16] Gholamnejad, Javad, et al. Designing the most probable final pit limit of open pit mines

۸/۱۹ درصد و برای یک مدیر ریسک‌پذیر با سطح هدف سود حداقل ۴۰ میلیارد دلار (محدوده نهایی با ابعاد بزرگ هندسی) دارای بیشترین احتمال موفقیت ۳۱/۳۴ درصد است. البته برای معادن دیگر با توزیع عیار و سطوح اکتشاف مختلف و همچنین تغییرات قیمت محصول نهایی متفاوت ممکن است نتایج این تحلیل کاملاً متفاوت باشد.

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که برای مدیران منطقی، ریسک‌پذیر، ریسک‌گریز باید محدوده‌های نهایی متفاوتی بنا بر میزان احتمال موفقیت در دستیابی به اهداف مدیریتی پیدا کرد و پیشنهاد تنها یک محدوده نهایی معدن برای همگی این مدیران کافی نخواهد بود.

در اجرای حل FORM نیز قابلیت بسیار بالای ابزار حل‌کننده اکسل (Solver) در حل مسئله بهینه‌سازی رابطه (۴) به وضوح قابل مشاهده است. به نحوی که برای حل این مسئله پیچیده با تعداد بسیار زیاد بلوک‌های معدنی (بیش از ۸۴۰ هزار بلوک)، مشکلی در اجرای حل با ابزار محاسباتی معمول (کامپیوتر شخصی) به وجود نیامده و محاسبات هرکدام از احتمال‌ها در کسری از ساعت انجام می‌شود. کارایی بالای این ابزار در بهینه‌سازی با توجه به غیرخطی بودن مسئله بهینه‌سازی مورد حل (Non Linear Programming) به دلیل شرطی بودن ارزش‌گذاری بلوک‌های ماده معدنی و باطله و متغیر بودن قیمت و عیار بلوک‌ها (امکان تبدیل بلوک ماده معدنی به باطله و بالعکس در هر بار جستجو در رسیدن به جواب بهینه) بیشتر به چشم می‌آید.

## مراجع

[1] Shafayi, S.H., Ore Deposit Boundary determination and Reserve Estimation of Afghanistan Aynak Copper Deposit using Geostatistical Methods(in persian) 2021, Yazd University.

[2] Shafayi, S.H. and F.M. Torab, Ore Deposit Boundary Modification in Afghanistan Aynak Central Copper Deposit using Sequential Indicator Simulation and Indicator Kriging. Journal of Mining and Environment, 2022. 13(2): p. 325-340.

[3] Gholamnejad J., Long-term production planning in open pit mines considering geological uncertainty(in persian). 2009. Yazd University.

[4] Osanloo, M., J. Gholamnejad, and B. Karimi, Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms.

- [22] R. Lotfian, J. Gholamnejad, and ..., "Effective solution of the long-term open pit production planning problem using block clustering," *Engineering Optimization*, vol. 53, no. 7, pp. 1119–1134, 2021.
- [23] S. Rostamian and M. Ataee-pour, "Ultimate Pit Limit Optimization Using Keshtel Algorithm," *Journal of Mineral Resources Engineering*, vol. 8, no. 4, pp. 79–102, 2023.
- [24] K. Fathollahzadeh, M. W. A. Asad, and ..., "Review of solution methodologies for open pit mine production scheduling problem," *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 2021.
- [25] X. Wei, Z. Yao, Z. Zhang, and C. Jiang, "First-order reliability method to problems involving multimodal distributions," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 66, no. 6, p. 143, 2023.
- [26] A. Dudzik and B. Potrzyszcz-Sut, "Hybrid approach to the first order reliability method in the reliability analysis of a spatial structure," *Applied Sciences*. 11.2 (2021).
- considering price uncertainty. *Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering*, 2022, 12.32: 77-86. (in Persian)
- [17] Jelvez, E., et al., A Multi-Stage Methodology for Long-Term Open-Pit Mine Production Planning under Ore Grade Uncertainty. *Mathematics*, 2023. 11(18): (p. 3907
- [18] Azizi, M., H. Saibi, and G. Cooper, Mineral and structural mapping of the Aynak-Logar Valley (eastern Afghanistan) from hyperspectral remote sensing data and aeromagnetic data. *Arabian Journal of Geosciences*, 2015. 8: p. 10911-10918.
- [19] Phoon, K.-K.E., *Reliability-Based Design in Geotechnical Engineering: Computations and Applications* (1st ed.). (2008): CRC Press.
- [20] Hasofer, A.M. and N.C. Lind, *An Exact and Invariant First-order Reliability Format*. 1973: Solid Mechanics Division, University of Waterloo.
- [21] Phoon, K.K., *Reliability-Based Design in Geotechnical Engineering: Computations and Applications*. 2008: Taylor & Francis.