



## مقاله پژوهشی

# ارزش گذاری معدن سه چاهون XI با استفاده از پرتفوی اختیار واقعی و برنامه ریزی خطی

علیرضا سارنج<sup>۱\*</sup>، محمد فتاحی بافقی<sup>۱</sup>، عسگر نوربخش<sup>۱</sup>، علیرضا یاراحمدی بافقی<sup>۲</sup>، یوسف میرزائیان لرد کیوان<sup>۲</sup>

۱- گروه مدیریت و حسابداری، دانشکده فارابی، دانشگاه تهران، قم، ایران

۲- دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

(دریافت: ۱۸ خرداد ۱۴۰۵، بازنگری: ۱۴ تیر ۱۴۰۵، پذیرش: ۲۳ تیر ۱۴۰۵)

## چکیده

ارزایی سرمایه گذاری های معدنی در شرایط عدم قطعیت یکی از محبوب ترین حوزه های کاربرد تحلیل اختیار واقعی است. عدم مدیریت صحیح در برنامه ریزی تولید، به اسراف منابع طبیعی منجر خواهد شد. این پژوهش با استفاده از پرتفوی اختیارهای واقعی شامل اختیارهای تعطیلی دائم و تعطیلی موقت معدن، انحلال، بهره برداری، توسعه، افزایش تولید، باز و بسته بودن و به تعویق انداختن، به دنبال یافتن بهترین تصمیمی است که سود معدنکاری بیشینه شود. نوآوری این پژوهش در طراحی معدن با استفاده از مدل بلوکی زمین شناسی و تحلیل حساسیت آن در سه سناریو و استفاده از داده های به دست آمده جهت تشکیل بهترین پرتفوی اختیار واقعی برای هر دوره زمانی لحاظ شده در پژوهش است که در پژوهش های پیشین صورت نگرفته است. به این ترتیب، مدیریت معدن، با این روش از هزینه فرصت ازدست رفته جلوگیری می کند. مطالعه این پژوهش بر روی معدن سنگ آهن سه چاهون XI، با هدف بهینه سازی فیزیکی محدوده ی نهایی و بهینه سازی تصمیم مدیریت در اختیارهای واقعی است. مدل سازی در این پژوهش در دو بخش مجزا انجام گرفت. ابتدا محدوده ی نهایی معدن روباز مورد مطالعه به روش لرچ گروسمن بهینه سازی و طراحی گردید. سپس مدل پرتفوی اختیار واقعی جهت ارزش گذاری معدن استفاده گردید. در ادامه مدل پیشنهادی با حالت عدم وجود پرتفوی اختیار واقعی مقایسه گردید و مسئله ی نفرین ابعاد (بزرگی و پیچیدگی مسئله) را با استفاده از نمودار نفوذ رگرسیون و شبیه سازی (برنامه ریزی خطی)، حل شد. از فرآیند بازگشت به میانگین اولنیک اورنشتاین جهت شبیه سازی قیمت سنگ آهن، هزینه تولید سنگ آهن، نرخ بازده نگهداری و نرخ بهره بدون ریسک استفاده گردید. در این مدل دو مرحله ای، سه محدوده ی نهایی در حالت های خوش بینانه، بدبینانه و مورد انتظار قیمت سنگ آهن به دست آمد و در هر مورد تغییرات سود نهایی معدنکاری، مقایسه گردید. نتایج حاکی از افزایش ۳۰ درصدی سود معدنکاری در صورت استفاده از پرتفوی اختیار واقعی بود.

## کلمات کلیدی

ارزش گذاری معدن روباز، پرتفوی اختیار واقعی، محدوده ی نهایی معدن، برنامه ریزی خطی

\*عهده دار مکاتبات: alisaranj@ut.ac.ir

DOI: 10.22034/ANM.2026.24724.1734

## ۱- مقدمه

عملکرد ضعیف کشورهای دارای منابع طبیعی در حوزه‌های مختلف اقتصادی و سیاسی، منجر به شکل‌گیری فرضیه‌ای به نام نفرین منابع شد. این فرضیه در سال ۱۹۹۳ برای اولین بار توسط آتی<sup>۱</sup> مطرح شد. پروژه‌های معدنی یکی از پرریسک‌ترین و درعین حال سودآورترین زمینه‌های سرمایه‌گذاری در دنیا محسوب می‌شوند. منشأ عمده‌ی این ریسک‌ها مرتبط با عدم قطعیت موجود در مدل‌های زمین‌شناسی، ژئومکانیکی، عملیات استخراجی، هندسه‌ی معدن، خردایش و فرآوری، زیست‌محیطی و مدل اقتصادی شامل، نوسانات قیمت محصول نهایی [۲،۱] و هزینه‌های تولید است [۴،۳].

ارزیابی سرمایه‌گذاری‌های (ارزش‌گذاری) معدنی در شرایط عدم قطعیت یکی از محبوب‌ترین حوزه‌های کاربرد تحلیل اختیار واقعی است. باتوجه به ماهیت بسیار سرمایه‌بر و پرریسک معدنکاری و همچنین درجات بالای عدم قطعیت درگیر، تحلیل اختیار واقعی برای ارزش‌گذاری‌های معدنی مناسب است و توسط مایر<sup>۱</sup> در سال ۲۰۲۱ به عنوان یک روش جدید معرفی شد [۵].

در پژوهش حاضر علاوه بر قیمت محصول نهایی و هزینه‌های تولید، نرخ بهره بدون ریسک و بازده نگهداری<sup>۲</sup> (بازده ناشی از نگهداشت محصول) نیز در محاسبات ارزش‌گذاری لحاظ می‌شود. مهم‌ترین هدف طراحی معدن روباز، تعیین محدوده‌ی نهایی بهینه با بالاترین ارزش است. این طراحی بر روی مدل بلوکی اقتصادی سه‌بعدی متشکل از هزاران بلوک انجام می‌شود که در آن هر بلوک دارای یک ارزش پولی، تحت عنوان ارزش اقتصادی بلوک است. ارزش اقتصادی بلوک‌ها با استفاده از پارامترهایی نظیر عیار، تناژ، قیمت محصول نهایی، بازده‌ها، هزینه‌های عملیاتی، محاسبه می‌شود که این پارامترها مهم‌ترین منابع عدم قطعیت در فرآیند طراحی و برنامه‌ریزی معدن روباز هستند. چشم‌پوشی از ماهیت غیرقطعی این پارامترها، منجر به طراحی و ارزیابی‌های اشتباه و متعاقباً دستیابی به برنامه‌ی تولید نادرست، غیرعملیاتی و غیر بهینه خواهد شد [۷،۶].

سرمایه‌گذاری در معدن معمولاً شامل تأثیر متقابل پارامترهای زیادی است و عملکرد آن عموماً تحت تأثیر عدم قطعیت‌های متعدد قرار می‌گیرد؛ بنابراین نمی‌توان برای

ارزش‌گذاری آن از روش‌های سنتی مانند روش تفاضلات محدود و روش شبکه<sup>۳</sup> استفاده نمود [۸]. نیاز به سرمایه‌گذاری در معدن در شرایط عدم قطعیت باعث توسعه ارزش‌گذاری با استفاده از اختیار واقعی شده است. قابلیت تحلیل چنین سرمایه‌گذاری توسط مدل‌های سنتی دارای محدودیت است. یکی از روش‌های جدید در حوزه مالی، روش اختیار واقعی است که محدودیت‌های دو روش سنتی تفاضلات محدود و شبکه را ندارد و می‌توان از آن جهت ارزش‌گذاری معدن استفاده نمود. از جمله اختیارهای واقعی استفاده‌شده در پژوهش‌های قبلی می‌توان به بستن موقت معدن و بستن غیرقابل بازگشت معدن و اختیار تعویق توسعه-ی معدن [۹]، اختیار افزایش ظرفیت تولید [۱۰] و رویکردی ترکیبی با اختیارهای عملیاتی، توسعه و اکتشاف اشاره کرد [۱۱].

اختیارهای واقعی استفاده‌شده در این پژوهش عبارت‌اند از: اختیار انحلال<sup>۴</sup>، اختیار تعطیل موقت<sup>۵</sup>، اختیار تعطیل (دائم)<sup>۶</sup>، اختیار باز کردن<sup>۷</sup>، اختیار بستن<sup>۸</sup>، اختیار بهره‌برداری<sup>۹</sup>، اختیار به تعویق انداختن<sup>۱۰</sup>، اختیار توسعه<sup>۱۱</sup> و اختیار افزایش تولید<sup>۱۲</sup> است. ویژگی مقاله، تلفیق تخصصی مهندسی مالی و مهندسی معدن و استفاده از اختیار واقعی در طراحی یک معدن بزرگ روباز است. به‌طوری‌که ابتدا از ویژگی‌های نرم‌افزارهای بزرگ معدنی مثل Surpac و Npv Scheduler استفاده‌شده و طراحی ۳ محدوده‌ی نهایی برای یک معدن بزرگ روباز انجام گردیده است و سپس در محیط نرم‌افزاری Matlab چهار عامل تصادفی شبیه‌سازی شدند و در نرم‌افزار GAMS، بهینه‌سازی ارزش معدن به روش خطی صورت گرفت.

## ۲- طرح مسئله و مطالعه موردی

تعیین محدوده‌ی نهایی و ارزش‌گذاری معدن سه چاهون XI به عنوان یک معدن بزرگ سنگ آهن، مطالعه موردی و هدف اصلی این پژوهش است که با توجه به چشم‌انداز و اهداف و مأموریت‌های شرکت سنگ آهن مرکزی ایران (مالک) تدوین شده است. شکل ۱ موقعیت جغرافیایی و جدول ۱ اطلاعات فنی معدن سه چاهون XI را نشان می‌دهد.

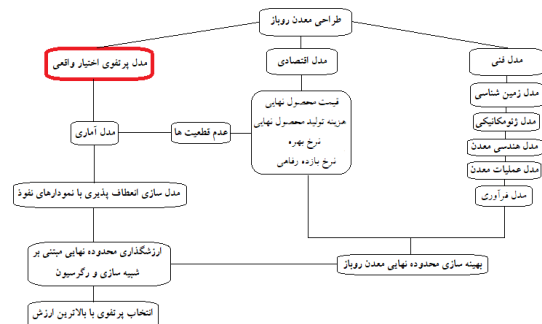
گرفتن بهترین تصمیم سرمایه گذاری توسط مدیریت شرکت محاسبه می شود. به این صورت که تغییرات محدوده های نهایی معدن روباز نسبت به عدم قطعیت قیمت محصول نهایی معدن به دست می آید و تغییرات ارزش پرتفوی های مختلف اختیار واقعی با روش نمودار نفوذ رگرسیون و شبیه سازی<sup>۱۵</sup> محاسبه می گردد. در ادامه، ارزش معدن روباز با تغییرات پرتفوی اختیار واقعی به دست آمده و به این سؤال پاسخ داده شده که آیا روش اختیار واقعی قابلیت توجه به عدم قطعیت قیمت محصول نهایی معدن را در تعیین محدوده های نهایی معدن روباز دارد. هدف از این پژوهش، تحلیل حساسیت محدوده های نهایی معدن روباز نسبت به عدم قطعیت قیمت محصول نهایی معدن و ارزش گذاری آن با استفاده از پرتفوی اختیار واقعی و برنامه ریزی صفر و یک است که روندنمای<sup>۱۶</sup> آن در شکل ۲، نمایش داده شده است.



شکل ۱: موقعیت جغرافیایی معدن سه چاهون XI

جدول ۱: اطلاعات فنی معدن سه چاهون XI

| ردیف | اطلاعات           | مقدار | واحد      |
|------|-------------------|-------|-----------|
| ۱    | ذخیره زمین شناسی  | ۱۴۴   | میلیون تن |
| ۲    | عمق نهایی         | ۳۸۰   | متر       |
| ۳    | نسبت باطله برداری | ۵,۷۴  | -         |
| ۴    | شیب معدن          | ۳۶-۲۴ | درجه      |
| ۵    | ذخیره باقیمانده   | ۹۴/۸  | میلیون تن |



شکل ۲: روندنمای مدل های مورد توجه در طراحی معدن روباز

### ۳- پیشینه پژوهش

بحث حساسیت محدوده های نهایی معدن روباز نسبت به قیمت محصول نهایی معدن، اولین بار در سال ۱۹۶۵ و با الگوریتم تولید محدوده های نهایی لانه ای لرج گروسمن و با هدف تحلیل حساسیت محدوده های نهایی نسبت به تغییرات قیمت محصول نهایی معدن، مطرح شد [۱۲]. این الگوریتم بعدها در سال ۱۹۸۸ توسط ویتل<sup>۱۷</sup> برای تولید یک سری محدوده های نهایی لانه ای در نرم افزاری به همین نام استفاده شد [۱۳]. غلام نژاد و همکاران سال ۱۴۰۱ طراحی محتمل ترین محدوده نهایی معادن روباز در فضای عدم قطعیت قیمت محصول نهایی معدن را انجام و برای هر بلوک احتمال استخراج را بر اساس عدم قطعیت قیمت محصول محاسبه نمود [۱۴]. میرزاییان و همکاران سال ۱۴۰۴ به این نتیجه رسیدند که برای مدیران با سطوح مختلف ریسک پذیری باید محدوده های نهایی متفاوتی بنا بر میزان

بر اساس مطالعات آینده پژوهی<sup>۱۳</sup> و توسعه ی پایدار<sup>۱۴</sup> صورت گرفته در سند برنامه ریزی استراتژیک شرکت سنگ آهن مرکزی ایران، چشم انداز شرکت عبارت اند از: "ما الگوی شرکت های موفق در اکتشاف، تولید سنگ آهن و محصولات مرتبط با آن در زنجیره ی فولاد بر مبنای خلق ارزش افزوده و توسعه ی پایدار هستیم" و هدف شرکت، توسعه پایدار با تکمیل زنجیره ی تولید و افزایش بهره وری و ارزش افزوده با حفظ حداقل ۳۰ درصد سود خالص، افزایش بهره وری کل به میزان ۱۰ درصد و شناسایی و تأمین منابع جدید سنگ آهن، حداقل به میزان ۵۰ میلیون تن است. نزدیک شدن به انتهای عمر اقتصادی معدن، قیمت پایین سنگ آهن در دهه ی آینده، مسئولیت اجتماعی شرکت در قبال شهر، کاهش مستمر کیفیت سنگ آهن استخراج شده (کاهش عیار آهن و افزایش عیار عناصر مزاحم)، افزایش مستمر هزینه ی تمام شده ی محصول نهایی، فشار دولت برای دریافت مستمر و روزافزون سهم مالکانه، فقدان سیاست های درازمدت پایدار در سطح این صنعت از پراهمیت ترین موضوع های راهبردی شرکت سنگ آهن مرکزی ایران است. این پژوهش درصدد یافتن بهترین محدوده های نهایی معدن روباز سه چاهون XI با توجه به قیمت مورد انتظار، قیمت خوش بینانه و قیمت بدبینانه است. بعد از یافتن هر محدوده ی نهایی و با توجه به ۹ اختیار واقعی استفاده شده در این پژوهش، بهینه یابی پرتفوی اختیار واقعی برای هر زمان جهت

[۱۶] را با استفاده از روش حداقل مربعات مونت کارلو<sup>۲۱</sup> [۳۳]، دوباره ارزیابی کردند. میرزاییان (۱۴۰۲) برای یک معدن طلا تصمیم‌گیری راهبردی ذخیره‌سازی محصول نهایی با استفاده از تئوری اختیارات حقیقی را مدل‌سازی کرد [۳۴]. در ادامه توسعه مدل چندعاملی معدن [۳۵]، مورد مطالعه قرار گرفت. ارزش‌گذاری سنتی، تحلیل سرمایه‌گذاری‌های معدن و شناخت چنین تحلیل‌هایی را محدود می‌کند. تکنیک معادلات دیفرانسیل جزئی و تکنیک دوجمله‌ای به-سرعت قابلیت خود را در موقعیت‌های چندعاملی و چند زمانی که وابستگی به مسیر وجود دارد، از دست می‌دهند [۳۶]. در مقابل، رویکردهای مبتنی بر شبیه‌سازی، در چنین شرایطی قابل اجرا هستند. برای غلبه بر محدودیت‌های رویکرد روش حداقل مربعات مونت کارلو هنگام ارزش‌گذاری پرتفوی اختیار واقعی، چندین پژوهش جدید جایگزین روش مبتنی بر شبیه‌سازی، معرفی شده است [۳۷]. به عنوان مثال، مایر و همکاران (۲۰۲۱) [۵]، برای ارزش‌گذاری معدنی که دارای چهار عامل تصادفی است، نمودار نفوذ رگرسیون و شبیه‌سازی را برای ارزش‌گذاری پرتفوی‌های اختیار واقعی وابسته به هم پیشنهاد داده‌اند.

جدول ۲: مهم‌ترین مطالعات پیشین در حوزه کاربرد اختیار واقعی در پروژه‌های معدنی

| سال  | پژوهشگران                    | موضوع مورد مطالعه                                           |
|------|------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| ۲۰۰۱ | کورتازار و شوارتز و کاساسوس  | ارزشیابی پروژه‌های اکتشافی                                  |
| ۱۹۸۵ | برنان شوارتز                 | ارزشیابی پروژه‌های آماده‌سازی،                              |
| ۱۹۸۶ | مک‌دونالد و سیگل             | زمان‌بندی سرمایه‌گذاری                                      |
| ۱۹۹۸ | کلی                          |                                                             |
| ۱۹۸۵ | برنان و شوارتز               |                                                             |
| ۱۹۸۹ | دیکسیت                       |                                                             |
| ۱۹۹۹ | مارگارت اسلید                |                                                             |
| ۲۰۰۳ | سکرکاس و شاکلتون و وچاکوفسکی | ارزشیابی معدن آماده‌سازی شده دارای اختیار ورود و خروج منعطف |
| ۲۰۰۵ | کورتازار و گراوت و اورزاو    |                                                             |
| ۲۰۰۵ | عبدالصور و پاولین            |                                                             |
| ۲۰۰۶ | لمیلن و عبدالصور و پاولین    |                                                             |
| ۲۰۰۷ | عبدالصور و دیمیتراکوپولوس    |                                                             |
| ۱۹۹۲ | هی و پیندیک                  | ارزشیابی اختیار                                             |
| ۱۹۹۸ | کاساسوس                      | توسعه‌ی معدن                                                |

احتمال موفقیت در دستیابی به اهداف مدیریتی پیشنهاد داد [۱۵]. برنان و شوارتز [۱۶]، تکنیک اختیار واقعی را با بررسی اختیار ورود به عملیات معدنکاری و خروج موقت و یا دائمی از آن برای یک معدن فرضی، وارد حوزه‌ی معدن کردند. کارایی روش اختیار واقعی به دلیل انعطاف‌پذیری تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت، باعث شد که استفاده از انواع روش‌های اختیار واقعی، به سرعت توسعه پیدا کرده و برای ارزشیابی اقتصادی، طراحی محدوده‌ی نهایی و برنامه‌ریزی تولید پروژه‌های معدنی، به کار گرفته شود. از جمله پژوهشگرانی که به منظور مدیریت منعطف در شرایط عدم قطعیت قیمت محصول نهایی معدن، از اختیار واقعی استفاده کردند، می‌توان به مراجع [۱۷-۲۵]، اشاره کرد که با هدف ارزشیابی اقتصادی پروژه‌های معدنی صورت گرفته است و همه بر بهبود حداقل ۱۰ الی ۳۰ درصدی ارزش خالص فعلی پروژه معدنکاری نسبت به روش‌های سنتی، مانند روش شبکه و روش تفاضلات محدود، توافق نظر دارند. صبور و همکاران (۲۰۰۷) [۶]، برای ارزشیابی و انتخاب بهترین طراحی برای دو معدن مس و طلا تحت عدم قطعیت‌های زمین‌شناسی، قیمت محصول نهایی معدن و نرخ ارز با فرض انعطاف‌پذیری تصمیم‌گیری و اختیار ورود و خروج منعطف، از روش اختیار واقعی استفاده کردند. برنان و شوارتز (۱۹۸۵) با در نظر گرفتن یک معدن فرضی مس، نشان دادند که چگونه می‌توان ارزش سرمایه‌گذاری در معدن را به صورت ریاضی توسط معادلات دیفرانسیل جزئی مدل‌سازی کرد و سپس با استفاده از روش تفاضلات محدود به صورت عددی تقریب زد [۱۶]. متعاقباً، کورتازار و شوارتز (۱۹۹۷) [۲۶]، چنین رویکردی را در زمینه‌ی یک میدان نفتی توسعه‌نیافته اعمال کردند. توسعه‌ی مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای توسط کوکس (۱۹۷۹) [۲۷] و کاربردهای اولیه تکنیک‌های شبکه‌ی دوجمله‌ای<sup>۱۸</sup> در پروژه‌های نفتی [۲۸] و یک معدن طلا [۲۹]، صورت گرفت. آثار بعدی، رویکردهای مبتنی بر شبیه‌سازی را برای ارزش‌گذاری اختیار معامله‌ی آمریکایی ارائه کردند، شامل الگوریتم باندلینگ<sup>۱۹</sup> [۳۰] و الگوریتم پارتیشن‌بندی<sup>۲۰</sup> [۳۱] که در یک نمونه میدان نفتی توسط [۱۰]، به کار گرفته شد. [۳۳، ۳۲]، شبیه‌سازی را با رگرسیون ترکیب کردند تا مسئله‌ی توقف بهینه‌ی تعبیه‌شده در قیمت‌گذاری اختیار معامله آمریکایی را حل کنند. جهت بهینه کردن مسئله‌ی اختیار تعویض، [۹، ۱]، معدن مس

سنگ‌آهن  $X_t$  در زمان  $t$ ، شبیه‌سازی می‌شود. اختیارات واقعی تشکیل‌دهنده پرتفوی در جدول ۳، نشان داده شده است.

جدول ۱: اختیارات واقعی تشکیل‌دهنده پرتفوی اختیار واقعی یک معدن

| اختیار                  | توضیحات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| اختیار تعطیلی موقت معدن | اگر قیمت سنگ‌آهن، $X_t$ در زمان $t$ نسبت به هزینه‌های تولید معدن بسیار پایین باشد، تصمیم‌گیرنده می‌تواند معدن باز را با هزینه $K_t^F$ ببندد و معدن را با هزینه سالانه نگهداری $M_t$ بسته نگه دارد و اگر قیمت سنگ‌آهن دوباره بیشتر از هزینه‌های تولید شود، معدن بسته را با هزینه $K_t^O$ در زمان $t$ راه‌اندازی می‌کند. |
| اختیار دائم معدن        | معدن چه باز باشد و چه بسته، تصمیم‌گیرنده این حق را برای خود محفوظ می‌دارد که در هر زمانی بخواهد بدون تحمیل هزینه، معدن را برای همیشه تعطیل کند.                                                                                                                                                                        |
| اختیار انحلال           | در صورتی که ذخیره معدن تمام شود، تصمیم‌گیرنده با اعمال این اختیار، معدن را فرسوده <sup>۲۳</sup> اعلام می‌کند.                                                                                                                                                                                                          |
| اختیار بهره‌برداری      | در صورتی که تصمیم‌گیرنده خواهان ادامه وضعیت باز بودن معدن در همان سطح باشد، از این اختیار استفاده می‌کند.                                                                                                                                                                                                              |
| اختیار به تعویق انداختن | در صورتی که تصمیم‌گیرنده خواهان به تعویق انداختن شروع بهره‌برداری از معدن باشد از این اختیار استفاده می‌کند.                                                                                                                                                                                                           |
| اختیار توسعه            | در صورتی که تصمیم‌گیرنده خواهان توسعه معدن توسعه‌نیافته باشد، از این اختیار استفاده می‌کند (توسعه اکتشاف، توسعه استخراج و یا توسعه فرآوری).                                                                                                                                                                            |
| اختیار افزایش تولید     | در صورتی که تصمیم‌گیرنده خواهان افزایش سطح تولید معدن از $q^I$ به $q^{II}$ باشد، از این اختیار استفاده می‌کند.                                                                                                                                                                                                         |
| اختیار باز کردن         | در صورتی که تصمیم‌گیرنده خواهان باز کردن معدن بسته باشد، از این اختیار استفاده می‌کند.                                                                                                                                                                                                                                 |
| اختیار بستن             | در صورتی که تصمیم‌گیرنده خواهان بستن معدن باز باشد، از این اختیار استفاده می‌کند.                                                                                                                                                                                                                                      |

در شکل ۳، ارزش‌گذاری معدن با مجموعه‌ای از اختیار واقعی وابسته به هم نشان داده شده است. انعطاف‌پذیری‌های موجود در این مجموعه از اختیار واقعی وابسته به هم از طریق یک شناسه<sup>۲۴</sup> که از یک بخش گرافیکی و یک بخش عددی تشکیل شده است، مدل‌سازی می‌شوند. بخش گرافیکی از دو جزء تشکیل شده است: مجموعه‌ای از گره‌های تصمیم،  $N =$

با توجه به جدول ۲، پرتفوی اختیار واقعی مطالعه شده در گذشته محدود بوده است لذا در این مقاله بر اساس مراجع به‌روز دنیا، جامع‌ترین پرتفوی اختیار واقعی برای یک معدن بزرگ مورد استفاده واقع شد. پژوهش حاضر برحسب هدف، از نوع پژوهش‌های کاربردی و از نوع توصیفی همبستگی است. منبع جمع‌آوری داده‌های این پژوهش، اطلاعات شرکت معدنی سنگ‌آهن مرکزی ایران و داده‌های اقتصاد کلان است. روش گردآوری اطلاعات، میدانی و کتابخانه‌ای است. اطلاعات اقتصادی جامعه مورد مطالعه، معدن سه چاهون XI است. دو مدل‌سازی مختلف در این پژوهش مورد توجه است. اول، مدل بهینه‌سازی محدوددهی نهایی معدن و سپس مدل ارزش‌گذاری معدن به روش اختیار واقعی. مدل‌سازی اول در محیط نرم‌افزاری Npv scheduler به روش لرچ گروسمن سه-بعدی صورت گرفت و مدل‌سازی دوم در محیط نرم‌افزاری Gams بر اساس گد ایجاد شده و با استفاده از ابزار حل‌کننده-ی (CPLEX)، صورت گرفت. در ادامه به بررسی مدل‌های ریاضی استفاده شده در این روش‌ها می‌پردازیم.

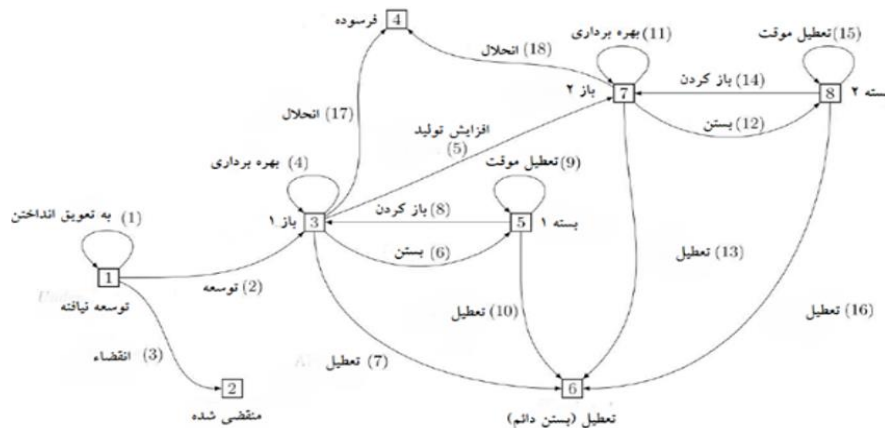
#### ۴- مدل‌سازی

مدل‌سازی در این پژوهش در دو بخش مجزا انجام گرفت ابتدا محدوددهی نهایی معدن روباز مورد مطالعه، طراحی و سپس مدل اختیارات واقعی جهت ارزش‌گذاری معدن تهیه شد.

**الف) مدل بهینه‌سازی محدوددهی نهایی معدن:** در مدل بهینه‌سازی محدوددهی نهایی معدن از محیط نرم‌افزاری Npv scheduler استفاده گردید. در این نرم‌افزار سه سناریوی قیمت مورد انتظار، بدبینانه و خوش‌بینانه در نظر گرفته شد و برای هر بلوک از مدل زمین‌شناسی معدن سه ارزش به دست آمد و مدل بلوکی زمین‌شناسی ارزش‌گذاری شد. (بر اساس حجم بلوک، عیار بلوک، بازیابی فرآوری بلوک) و با استفاده از الگوریتم لرچ گروسمن<sup>۲۲</sup> سه‌بعدی، تبدیل به محدوددهی نهایی گردید که بالاترین ارزش اقتصادی را در سه سناریو دارند.

**ب) مدل ارزش‌گذاری معدن به روش اختیار واقعی با استفاده از نمودار نفوذ رگرسیون و شبیه‌سازی:** در مدل ارزش‌گذاری معدن به روش اختیار واقعی، مدیریت چندین اختیار برای تأثیرگذاری بر عملکرد معدن دارد و هر اختیار شامل چهار عامل تصادفی است. ارزش این پرتفوی اختیار واقعی متأثر از عدم قطعیت قیمت سنگ‌آهن است. قیمت

$\{1, 2, \dots, N\}$  که حالت‌های عملیاتی یا مراحل توسعه را نشان می‌دهد و مجموعه‌ای از یال‌های جهت‌دار،  $H = \{1, 2, \dots, H\}$  که نشان‌دهنده‌ی انعطاف‌پذیری‌های موجود برای تصمیم‌گیرنده است.



شکل ۳: نمودار نفوذ رگرسیون و شبیه‌سازی پرتفوی اختیار واقعی

پرتفوی اختیار واقعی، از جمله وابستگی یال‌ها و وابستگی متقابل بین اختیارها،  $R_t$  را یک بردار متشکل از متغیرهای متعدد حالت منبع می‌دانیم که مسئله‌ی ارزش‌گذاری را معین می‌کند. فرض می‌کنیم که  $N$  دقیقاً شامل یک گره‌ی آغازین (بدون یال‌های ورودی) است اما ممکن است چندین گره پایانی داشته باشد که با یال‌های خروجی مشخص می‌شوند. مقدار یک گره پایانی در  $t$  با مقدار پایانی  $G_t^T(S_t)$  آن محاسبه می‌شود. مسئله‌ی تعیین مقدار بهینه‌ی پرتفوی اختیار واقعی به هم وابسته توسط یک برنامه‌ی صفر و یکی<sup>۲۸</sup> تصادفی چندمرحله‌ای فرموله شده است. در این پژوهش، پرتفوی اختیار واقعی وابسته به هم از مجموعه‌ای از محدودیت‌ها و بردار متغیرهای دودویی برای مدل‌سازی وابستگی‌های متقابل راهبردی و تصمیم‌گیری‌ها استفاده می‌کند. مقدار بهینه‌ی پرتفوی اختیار واقعی در زمان  $t$  و وضعیت  $S_t$  با  $G_t(S_t)$  نشان داده می‌شود. مقدار پرتفوی اختیار واقعی وابسته به هم،  $G_0(S_0)$ ، با حل مسئله‌ی بهینه‌سازی تصادفی به دست می‌آید:

$$G_0(S_0) = \max_{(a_t)_{t \in T}} E \left[ \sum_{t \in T} e^{-kt} \prod_t (S_t, a_t) | S_0 \right] \quad (1)$$

جایی که  $S_0$ ، وضعیت (حالت) در زمان صفر است و با استفاده از اصل بهینه‌سازی بلمن، مسئله‌ی بهینه‌سازی رابطه‌ی (۱) را می‌توان به صورت بازگشتی در زمان  $t$  حل کرد.

$$\begin{aligned} G_t(S_t) &= \max_{a_t} \prod_t (S_t, a_t) \\ &+ E[e^{-k\Delta h} G_{t+\Delta h}(S_{t+\Delta h}) | S_t, a_t] \end{aligned} \quad (2)$$

در این مدل چرخه‌هایی را در شناسه ایجاد می‌کنیم (گره را تکرار می‌کنیم) و از طریق یک نمودار چرخه‌ای جهت‌دار  $(N, H)$ ، گره‌های تصمیم را در نظر می‌گیریم و از حالت قطعی شناسه‌ها استفاده می‌کنیم. بخش عددی شناسه توسط اطلاعات مرتبط با هر گره و یال مشخص می‌شود. وضعیت سیستم  $S_t$  در زمان  $t$ ، شامل یک حالت منبع و یک حالت اطلاعاتی است که به ترتیب با  $R_t$  و  $I_t \in R_t$  و  $I_t \in \mathcal{R}_t$  جایی که  $\mathcal{R}_t$  و  $\mathcal{I}_t$  حالت منبع و حالت اطلاعات مربوطه هستند.  $R_t$ ، یک جزء درون‌زا است (به‌طور قطعی<sup>۲۵</sup> تغییر حالت می‌یابد)، درحالی‌که  $I_t$  یک جزء برون‌زا است (به‌طور تصادفی<sup>۲۶</sup> تغییر حالت می‌یابد). فرض کنید گره‌ی تصمیم  $(N_t)$ ، موجودی معدن  $(Q_t)$  و زمان باقیمانده برای توسعه‌ی معدن  $(T_t)$  و عمر معدن  $(t)$  و قیمت سنگ‌آهن  $(X_t)$ ، بازده نگهداری  $(\delta_t)$ ، نرخ بهری بدون ریسک  $(r_t)$  و هزینه‌ی تولید  $(A_t)$  به‌ازای هر واحد در زمان  $t$  نشان داده شود. بنابراین، حالت منبع و حالت اطلاعات به ترتیب با  $R_t = (t, N_t, Q_t, T_t)$  و  $I_t = (X_t, \delta_t, r_t, A_t)$  نشان داده می‌شوند. متغیرهای وضعیت منبع  $(R_t)$ ، طوری مدل‌سازی می‌شوند که حداقل اطلاعات در مورد گره‌ی تصمیم فعلی  $N_t \in \mathcal{N}$  را داشته باشند درحالی‌که متغیرهای حالت اطلاعات  $(I_t)$ ، شامل چهار عامل تصادفی است که مقدار پارامترهای غیرقطعی<sup>۲۷</sup> مسئله را در زمان  $t$  توصیف می‌کند. اکثر رویکردهای ارزش‌گذاری اختیار واقعی موجود،  $I_t$  را نشان‌دهنده‌ی وضعیت (حالت) می‌دانند و  $R_t$  را مدل نمی‌کنند. در اینجا، به منظور پرداختن به پیچیدگی‌های

$$\begin{aligned}
 s.t. \quad & a_t \in A_{S_t} \\
 & a_{th} \in \{0,1\} \quad \forall h \in b^D(N_t) \\
 & S_{t+\Delta_h} = S^M(S_t, a_t, W_{t+\Delta_h}) \quad \forall h \in b^D(N_t)
 \end{aligned}$$

درنهایت، هدف از حل برنامه ریزی پویای تصادفی<sup>۲۹</sup>، حل بازگشتی<sup>۳۰</sup> رابطه ی (۲) و تعیین یک بردار تصمیم گیری  $a_t^* = (a_t^*(S_t))_{S_t \in S_t}$ ، برای همه  $t \in T$  است، یعنی یک رویه ی بهینه که ارزش پرتفوی اختیار واقعی وابسته به هم  $(G_0(S_0))$  را با توجه به حالت  $S_0$  در زمان صفر به حداکثر می رساند. توجه به این نکته مهم است که برخلاف رویکردهای سنتی برای فرآیندهای تصمیم گیری مارکوف<sup>۳۱</sup>، شرایط گره های مورد استفاده در روابط (۱) و (۲) به زمان  $t$  وابسته نیست بلکه به این بستگی دارد که آیا گره ی فعلی،  $N_t$ ، در نمودار نفوذ رگرسیون و شبیه سازی یک گره پایانی است یا خیر. ممکن است در یک  $t \in T$  خاص باشد یا نباشد. اگر تصمیم گیرنده تصمیم بگیرد که یک پروژه را در هر نقطه از زمان  $t \in T$  تعطیل کند، این فرد قبل از  $\max T$  به گره ی تعطیلی می رسد. در رویکرد سنتی، جهت ارزیابی اختیار واقعی از یک راهبرد الگوریتمی مبتنی بر نمایش برنامه نویسی پویا<sup>۳۲</sup> استفاده می شود درحالی که مسئله ی اصلی بهینه سازی آن ها اغلب به طور مشخص متفاوت است. به عنوان مثال، ارزش گذاری یک اختیار معامله ی آمریکایی مستلزم حل یک مسئله ی توقف بهینه<sup>۳۳</sup> است به این صورت که هدف، یافتن زمان توقفی است که ارزش اختیار معامله را حداکثر کند. برنامه ریزی پویای تصادفی بازگشتی مرتبط به هم، یک سیاست اعمال<sup>۳۴</sup> بهینه را مشخص می کند که مسئله ی توقف بهینه را حل می کند [۳۸]. درحالی که اختیار تعویض را می توان به سادگی با گسترش فرمول برنامه ریزی پویای تصادفی ارزش گذاری کرد [۳۹]، حل مسئله ی تعویض بهینه به معنای تعیین سیاست تعویض بهینه به جای سیاست توقف بهینه است. ارزیابی اختیار واقعی با ویژگی های اعمال چندگانه مانند اختیار دپو کردن<sup>۳۵</sup> را می توان توسط یک فرآیند تصمیم گیری مارکوف گسسته مدل سازی کرد و سپس در تئوری با استفاده از برنامه ریزی پویای تصادفی برای به دست آوردن یک سیاست اعمال بهینه حل کرد [۴۰]. در مقابل این مسئله ی بهینه سازی تصادفی، در این مقاله، مسئله ی پرتفوی اختیار واقعی را به صورت یک برنامه ی صفر و یکی چند مرحله ای فرموله می کنیم تا پیچیدگی های موجود در ارزش گذاری پرتفوی اختیار واقعی وابسته به هم را

محاسبه کنیم. این پیچیدگی ها شامل وابستگی های مسیر، وابستگی های متقابل بین اختیارها و همچنین بردارهای تصمیم با ابعاد بالاتر و متغیرهای حالت منبع است. برخلاف فرمول استاندارد فرآیند تصمیم گیری مارکوف که فرض می کند متغیر تصمیم گیری و حالت منبع اسکالر هستند، در مدل این پژوهش، متغیر تصمیم  $(a_t)$  و متغیر حالت منبع  $(R_t)$ ، برداری و چندبُعدی هستند. منطقه امکان پذیر ما  $A_{S_t}$ ، با مجموعه ای از محدودیت ها تعریف می شود. جایی که  $A_{S_t}$ ، یک انتخاب صفر و یکی<sup>۳۶</sup> را نشان می دهد. مسئله ی این پژوهش، گسترش واقع بینانه ای از ارزش گذاری یک معدن است که برای اولین بار توسط برنان و شورآرتز (۱۹۸۵) [۱۴]، پیشنهاد و توسط ساوولاین (۲۰۱۶) [۴۱]، مطرح شد. در پژوهش [۱۶]، تنها، اختیار بستن موقت معدن و اختیار بستن دائمی معدن، مورد مطالعه قرار گرفت و فقط قیمت ماده معدنی، تصادفی در نظر گرفته شد ولی در پژوهش حاضر، اختیار به تعویق انداختن توسعه معدن، همان طور که توسط گامبا [۹]، با استفاده از رویکرد حداقل مربعات مونت کارلو، ارزش گذاری شده است، به کار برده شد. علاوه بر این، اختیار افزایش ظرفیت تولید معدن را که توسط کورتازار (۱۹۹۸) [۴۲]، با استفاده از معادلات دیفرانسیل جزئی حل شده است. همچنین در مورد عدم قطعیت های در نظر گرفته شده، از مدل سه عاملی [۴۳] که توسط تسکرکوز (۲۰۱۲) [۳۹]، با استفاده از روش حداقل مربعات مونت کارلو استفاده شده بود، استفاده می کنیم. همچنین، عدم قطعیت هزینه های تولید سنگ آهن را همان طور که توسط اسلید (۲۰۰۱) [۴۳]، مطرح شده است، به عنوان عامل چهارم، در مدل به کار می بریم. رویکردهای ارزش گذاری سنتی مانند، شبکه و تفاضل محدود، با توجه به اندازه ی بزرگ مسئله از نظر مجموعه ی اختیار و عدم قطعیت، برای مسئله ی مورد بررسی این پژوهش، غیر مفید هستند. انعطاف پذیری های بهره برداری از معدن توسط شناسه، در شکل ۳ نشان داده شده است که شامل ۵ گره ی تصمیم گیری و ۳ گره ی پایانی و همچنین ۱۸ یال است که این گره ها را به هم پیوند می دهند و منجر به  $\mathcal{N} = \{1,2, \dots, 8\}$  گره و تعداد  $\mathcal{H} = \{1,2, \dots, 18\}$ ، یال می شود. مدت زمان هر یال  $\Delta_h$ ،  $h \in \mathcal{H}$  سال است. هنگامی که معدن توسعه نیافته است، تصمیم گیرنده ممکن است تصمیم به تعویق توسعه ی معدن (۱) و یا توسعه ی معدن (۲) بگیرد که هر دو مورد حداکثر تا  $T_1^{\max}$  قابل انجام هستند و پس از آن حق توسعه ی معدن منقضی می شود. پس

است و  $\epsilon_{t+\Delta h}^a$ ، یک متغیر نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس یک، است و فرض می‌شود با نرخ تورم هزینه و ضریب مثبت بازگشت به میانگین و انحراف معیار هزینه تولید، همبستگی ندارد و متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان است<sup>۳۷</sup>. مقدار سود به‌دست‌آمده در زمان  $t$  و توسط یال  $h$  با حالت اطلاعات  $I_t$  توسط رابطه (۷) به‌دست می‌آید:

$$\prod_t(I_t, a_t) = -I_t^d a_{t2} + [q^I(X_t - A_t) - f^I(X_t, A_t)]\Delta_h(a_{t4} + a_{t8}) - K_t^{c,I}a_{t6} - K_t^{o,I}a_{t8} - M_t^I\Delta_h(a_{t6} + a_{t9}) - I_t^e a_{t5} \quad (7) + [q^{II}(X_t - A_t) - f^{II}(X_t, A_t)]\Delta_h(a_{t11} + a_{t14}) - K_t^{c,II}a_{t12} - K_t^{o,II}a_{t14} - M_t^{II}\Delta_h(a_{t12} + a_{t15})$$

جایی که  $I_t^d = I_0^d e^{\pi t}$ ، هزینه‌ی توسعه در زمان  $t$ ،  $f^I(X_t, A_t) = \tau_1 q^I X_t + \max\{\tau_2 q^I (X_t(1 - \tau_1) - A_t), 0\}$  مجموع حق بهره‌برداری و مالیات‌بردرآمد پرداختی در زمان  $t$  با  $\tau_1$ ، حقوق دولتی<sup>۳۸</sup> و  $\tau_2$ ، نرخ مالیات بر درآمد است.  $M_t^I = M_0^I e^{\pi t}$ ، هزینه نگهداری در زمان  $t$  است.  $K_t^{c,I} = K_0^{c,I} e^{\pi t}$  و  $K_0^{c,I} e^{\pi t}$  به‌ترتیب هزینه‌ی تغییر حالت دادن به Closed-I و Opened-I در زمان  $t$  است و  $I_t^e = I_0^e e^{\pi t}$ ، هزینه‌ی توسعه در زمان  $t$  است. برای هزینه و درآمد مربوط به گره‌های Closed - II و Opened - II به‌سادگی در تعاریف بالا جای  $I$  را با  $II$  تعویض می‌کنیم و برای سادگی اگر  $Q_t < q^{II}$  باشد، پرداختی مربوط به یال‌های ۱۱ و ۱۴ به‌ترتیب برابر با یال‌های ۴ و ۸ است. هیچ ارزشی برای گره‌های پایانی در نظر گرفته نمی‌شود یعنی برای همه‌ی  $G_t^T(S_t) = 0$ ،  $S_t \in \{S_t' \in S_t: b^D(N_t') = \emptyset\}$ ،  $N = \{2, 4, 6\}$  است. همچنین ۵ تصمیم باید در هر سال برای ۲۳ سال گرفته شود یعنی برای هر  $h \in \mathcal{H}\{3, 7, 10, 13, 16, 17, 18\}$ ،  $h \in \mathcal{H}$ ،  $\Delta_h = 1$  (هر فصل) و برای سایر موارد  $\Delta_h = 0$  است. داده‌های ورودی انتخاب‌شده برای این پژوهش در جدول ۶، خلاصه‌شده است. روش استقرای روبه‌جلو (مقداردهی اولیه به پارامترهای مسئله) برای این پژوهش به این صورت است که ابتدا، مجموعه زمان‌های تصمیم‌گیری،  $\mathcal{T}_N$  را برای همه گره-های تصمیم‌گیری  $N \in \{1, 3, 5, 7, 8\}$  مشخص می‌کنیم با این فرض که زیرمجموعه‌های  $\mathcal{T}$  برابر با رابطه (۸) است.

از توسعه و در حالت باز ۱، تصمیم‌گیرنده باید تصمیم بگیرد که آیا به بهره‌برداری در همان سطح تولید برای مدت  $\Delta_h$  سال و استخراج مقدار  $q^I \Delta_h$  سنگ‌آهن، ادامه دهد (۴) یا عملیات معدن را با افزایش نرخ استخراج از  $q^I$  به  $q^{II}$ ، گسترش دهد (۵) و یا به‌طور موقت معدن را ببندد (۶) و یا به‌طور غیرقابل‌بازگشت معدن را رها کند (۷). از سوی دیگر اگر معدن در حالت بسته ۱ و بسته ۲ باشد. تصمیم‌گیرنده می‌تواند معدن را در حالت تعطیلی نگه دارد (۱۵ یا ۹) و یا آن را دوباره باز کند (۸ یا ۱۴) و یا به‌طور غیرقابل‌بازگشت معدن را تعطیل کند (۱۰ یا ۱۶). در هر حالت عملیاتی، اگر موجودی اولیه ( $Q_0$ ) به‌طور کامل تخلیه شود، معدن بسته می‌شود. همچنین، پروژه باید با رسیدن به طول عمر خود یعنی  $T_2^{\max}$  تعطیل شود. حالت اطلاعات  $I_t$  به حالت اطلاعات  $I_{t+\Delta h}$ ، مطابق با نسخه‌ی گسسته‌ی فرآیند تصادفی مشترک برای مدل سه عاملی [۴۰]، تغییر حالت می‌دهد که رابطه آن به‌صورت زیر است:

$$X_{t+\Delta h} = X_t \exp\left\{\left(r_t - \delta_t - \frac{\sigma_x^2}{2}\right)\Delta_h + \sigma_x \sqrt{\Delta_h} \epsilon_{t+\Delta h}^x\right\} \quad (3)$$

$$\delta_{t+\Delta h} = (1 - e^{-k_\delta \Delta h})\theta_\delta + e^{-k_\delta \Delta h} \delta_t + \sigma_\delta \sqrt{\frac{1 - e^{-2k_\delta \Delta h}}{2k_\delta}} \epsilon_{t+\Delta h}^\delta \quad (4)$$

$$r_{t+\Delta h} = (1 - e^{-k_r \Delta h})\theta_r + e^{-k_r \Delta h} r_t + \sigma_r \sqrt{\frac{1 - e^{-2k_r \Delta h}}{2k_r}} \epsilon_{t+\Delta h}^r \quad (5)$$

جایی که  $\sigma_r, \sigma_\delta, \sigma_x$  به‌ترتیب انحراف تغییرات  $r_t, \delta_t, X_t$  هستند.  $\mathcal{K}_r$  و  $\mathcal{K}_\delta$  ضرایب مثبت بازگشت به میانگین می‌باشند.  $\theta_r$  و  $\theta_\delta$  به ترتیب میانگین بلندمدت بازده نگهداری و نرخ بهره هستند.  $\epsilon_{t+\Delta h}^x$  و  $\epsilon_{t+\Delta h}^\delta$  و  $\epsilon_{t+\Delta h}^r$  متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد همبسته با میانگین صفر و واریانس یک و با ضرایب همبستگی  $\rho_{\delta,r}, \rho_{x,r}, \rho_{x,\delta}$  می‌باشند و همچنین ماتریس همبستگی برابر با ماتریس کوواریانس  $\Sigma$  است [۳۸]. برای تغییر هزینه‌ی تولید ( $A_t$ )، یک فرآیند بازگشت به میانگین هندسی را در نظر می‌گیریم.

$$A_{t+\Delta h} = (A_0 e^{\pi t} - A_t)k_a A_t \Delta_h + e^{\pi \Delta_h} A_t + \sigma_a A_t \sqrt{\Delta_h} \epsilon_{t+\Delta h}^a \quad (6)$$

جایی که  $\pi$  نرخ تورم هزینه است و  $\mathcal{K}_a$  ضریب مثبت بازگشت به میانگین است.  $\sigma_a$ ، انحراف معیار هزینه‌ی تولید

$$\left\{ \begin{array}{ll} i\Delta_1: i \in Z \geq 0, & 0 \leq i\Delta_1 \leq T_1^{max} \quad \text{if } N = 1 \\ i\Delta_1: i \in Z \geq 0, \quad \tau_1 \in T_1, & \tau_1 + \Delta_1 \leq i\Delta_1 \leq T_2^{max} \quad \text{if } N = 3 \\ i\Delta_1: i \in Z \geq 0, \quad \tau_1 \in T_1, & \tau_1 + 2\Delta_1 \leq i\Delta_1 \leq T_2^{max} \quad \text{if } N \in \{5,7\} \\ i\Delta_1: i \in Z \geq 0, \quad \tau_1 \in T_1, & \tau_1 + 3\Delta_1 \leq i\Delta_1 \leq T_2^{max} \quad \text{if } N = 8 \end{array} \right. \quad (8)$$

منبع (که از قبل ابعاد آن مشخص شده است) استفاده می کنیم و سپس ابعاد  $R_t$  را می توان با رویکردهای تقریبی برنامه نویسی پویا، مورد بررسی قرار داد [۴۲].

### نتایج و بحث

در این مقاله یک الگوریتم ریاضی برای یافتن محتمل ترین محدوده ی نهایی معدن در شرایط عدم قطعیت قیمت محصول نهایی ارائه شد و با استفاده از سه قیمت، طراحی سه محدوده نهایی معدن روی مدل بلوکی زمین شناسی انجام شد. برای پیاده سازی مدل پیشنهادی در این مقاله، معدن سه چاهون XI انتخاب شد سپس با استفاده از نرم افزار Npv scheduler و به کارگیری الگوریتم لرج گروسمن سه بعدی، محدوده ی نهایی بهینه به دست آمد. جدول ۴، اطلاعات اقتصادی مورد استفاده در بهینه سازی محدوده ی نهایی معدن در محیط نرم افزاری Npv scheduler را نشان می دهد.

جدول ۴: پارامترهای فنی و اقتصادی جهت ساخت مدل بلوکی اقتصادی

| ردیف | عنوان                   | واحد       | مقدار |
|------|-------------------------|------------|-------|
| ۱    | هزینه استخراج باطله     | دلار بر تن | ۱/۱   |
| ۲    | هزینه استخراج سنگ آهن   | دلار بر تن | ۱/۳   |
| ۳    | هزینه فرآوری سنگ آهن    | دلار بر تن | ۲/۹   |
| ۴    | هزینه گندله سازی        | دلار بر تن | ۳/۹   |
| ۵    | قیمت فروش کنسانتره      | دلار بر تن | ۶۷    |
| ۶    | قیمت فروش گندله         | دلار بر تن | ۸۶    |
| ۷    | بازیابی استخراج         | درصد       | ۹۵    |
| ۸    | اختلاط استخراج          | درصد       | ۵     |
| ۹    | بازیابی وزنی فرآوری     | درصد       | ۴۵    |
| ۱۰   | بازیابی عیار فرآوری     | درصد       | ۸۰    |
| ۱۱   | بازیابی وزنی گندله سازی | درصد       | ۹۶    |
| ۱۲   | عیار کنسانتره           | درصد       | ۶۵/۵  |
| ۱۳   | عیار گندله              | درصد       | ۶۴/۵  |
| ۱۴   | شیب نهایی معدن          | درجه       | ۳۵    |

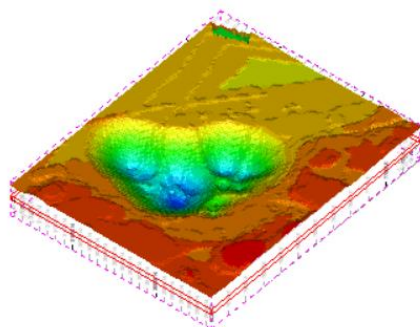
شکل های ۴ تا ۶ خروجی این نرم افزار و مدل سازی را نشان می دهد.

سپس با در نظر گرفتن  $(X_t(\omega), \delta_t(\omega), r_t(\omega))_{\omega \in \Omega}, \forall t \in T$  از روابط (۳) تا (۵) برای شبیه سازی تعداد  $|\Omega| = 100$  مسیر  $X_t$  و  $\delta_t$  و  $r_t$  استفاده و در مرحله ی بعد با توجه به  $(A_t(\omega))_{\omega \in \Omega}, \forall t \in T$  از رابطه ی (۶) جهت شبیه سازی  $|\Omega|$  مسیر از  $A_t$  استفاده و در نهایت، فضای وضعیت منبع امکان پذیر  $R_t$  برای هر گره ی تصمیم گیری و هر زمانی ایجاد شد.

### نفرین ابعاد

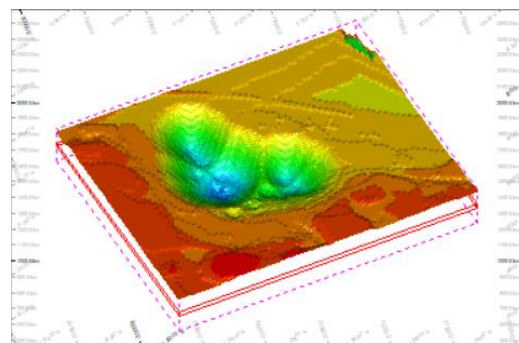
راه حل بازگشتی رو به عقب در رابطه ی ۲، هزینه ی محاسباتی زیادی دارد به عنوان مثال می توان به ابعاد بزرگ فضای منبع  $(R_t)$  و فضای اطلاعات  $(I_t)$  و ناتوانی در محاسبه ی دقیق مقدار مورد انتظار در رابطه ی ۲ و همچنین ابعاد بالای بردار تصمیم گیری  $(a_t)$  و منطقه ی امکان پذیر  $(A_{S_t})$ ، اشاره نمود. نفرین های ابعاد مربوط به فضای اطلاعات  $(I_t)$  و ناتوانی در محاسبه ی دقیق مقدار مورد انتظار در رابطه ی ۲، توسط رویکرد شبیه سازی و رگرسیون پارامتری، مورد بررسی قرار گرفت. در مسائل اختیار واقعی ساده، فضای اطلاعات و فضای منبع، نسبتاً کوچک هستند، بنابراین ابعاد فضای حالت منبع  $(R_t)$  و ابعاد بردار تصمیم گیری  $(a_t)$  و منطقه ی امکان پذیر  $(A_{S_t})$ ، را می توان نادیده گرفت. اما در زمینه ی پرتفوی اختیار واقعی، فضای اطلاعات یا فضای منبع و یا هر دو به طور کلی بزرگ تر خواهد بود و به طور بالقوه نادیده گرفتن نفرین های ابعاد مرتبط را دشوار می کند. در برخی از مسائل اختیار واقعی کاربردی  $^{29}$ ، بردار تصمیم گیری  $(a_t)$ ، یک بردار با ابعاد کوچک از متغیرهای دودویی خواهد بود و منطقه ی امکان پذیر  $(A_{S_t})$ ، اندازه ی کوچکی خواهد داشت، بنابراین می توان نفرین ابعاد بردار تصمیم گیری  $(a_t)$  و منطقه ی امکان پذیر  $(A_{S_t})$  را نادیده گرفت. همچنین اگرچه  $R_t$ ، به طور کلی بردار متغیرهای گسسته است اما با مدل سازی مناسب مسئله ی در دست و انتخاب دقیق پارامترهای مربوطه، از فضای حالت منبع بزرگ  $(R_t)$ ، جلوگیری می شود همچنین جهت در نظر گرفتن نفرین ابعاد از تطبیق دادن متغیر تصمیم گیری (که از قبل، بردار آن ارزش گذاری شده است) و متغیر حالت

ماده معدنی با نسبت باطله برداری ۳،۲۵:۱ است. یعنی ۸۵ درصد از کل ذخیره مدل زمین‌شناسی را قابل استخراج نموده است.



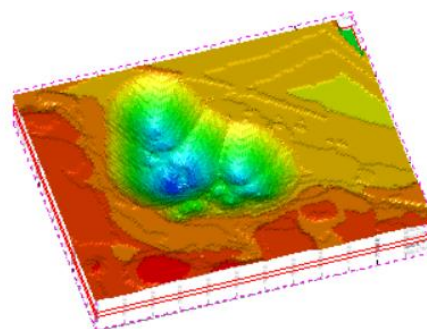
شکل ۶: محدوده‌ی نهایی در حالت خوش‌بینانه

شکل ۶ محدوده‌ی نهایی معدن در حالت خوش‌بینانه را نشان می‌دهد. این محدوده‌ی نهایی معدن دارای ۹۴،۸ میلیون تن ماده معدنی با نسبت باطله برداری ۴،۰۷:۱ است. یعنی ۱۰۰ درصد از کل ذخیره مدل زمین‌شناسی را قابل استخراج نموده است. محدوده‌های نهایی معدن موردانتظار، بدبینانه و خوش‌بینانه به‌عنوان ورودی کُد تهیه‌شده در نرم‌افزار Gams جهت ارزش‌گذاری استفاده شد. جدول ۵، نتایج بهینه‌سازی محدوده‌ی نهایی معدن در سناریوهای خوش‌بینانه، موردانتظار و بدبینانه را نشان می‌دهد. جدول ۶ داده‌های ورودی کُد را تنها برای حالت موردانتظار نشان می‌دهد.



شکل ۴: محدوده نهایی در حالت موردانتظار

محدوده‌ی نهایی معدن نشان داده‌شده در شکل ۴ محتمل‌ترین محدوده‌ی نهایی معدن است. این محدوده‌ی نهایی معدن دارای ۹۲ میلیون تن ماده معدنی با نسبت باطله‌برداری ۱ : ۳/۷ است. یعنی ۹۵/۵ درصد از کل ذخیره مدل زمین‌شناسی را قابل استخراج نموده است.



شکل ۵: محدوده‌ی نهایی در حالت بدبینانه

شکل ۵ محدوده‌ی نهایی معدن در حالت بدبینانه را نشان می‌دهد. این محدوده‌ی نهایی معدن دارای ۸۰،۶ میلیون تن

جدول ۵: نتایج خروجی بهینه‌سازی محدوده‌ی نهایی در سه سناریو

| حالت/کد             | محدوده‌ی نهایی خوش‌بینانه | محدوده‌ی نهایی موردانتظار | محدوده‌ی نهایی بدبینانه |
|---------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| سنگ (تن)            | ۴۸۱۰۷۵۴۰۳                 | ۴۲۶۴۷۲۶۷۱                 | ۳۴۳۰۷۹۸۹۰               |
| درآمد(دلار)         | ۲۶۹۹۳۰۴۱۵۶                | ۱۹۶۹۱۷۹۰۸۸                | ۱۲۱۵۳۶۸۹۲۳              |
| هزینه‌های فرآوری    | ۳۶۹۰۴۴۸۷۱                 | ۳۵۲۶۹۸۳۱۷                 | ۳۱۳۷۰۲۷۸۸               |
| هزینه معدنکاری      | ۵۴۷۹۶۶۰۲۵                 | ۴۸۷۰۷۱۰۳۸                 | ۳۹۳۳۵۴۲۴۴               |
| ارزش خالص فعلی      | ۱۰۱۶۶۱۶۵۸۸                | ۶۵۳۳۶۷۳۲۸                 | ۳۱۳۴۷۵۸۲۳               |
| سنگ صفر (باطله)     | ۳۸۵۵۶۸۰۰۸                 | ۳۳۵۳۵۹۱۳۰                 | ۲۶۲۳۳۵۸۴۵               |
| سنگ یک (ماده معدنی) | ۴۶۳۴۵۲۴۴                  | ۴۴۶۶۸۲۷۵                  | ۴۱۷۰۲۹۰۶                |
| سنگ دو (ماده معدنی) | ۴۸۵۱۸۸۰۷                  | ۴۵۹۹۳۸۴۷                  | ۳۸۹۳۵۳۰۱                |
| سنگ سه (انباری)     | ۶۴۳۳۴۴                    | ۴۵۱۴۱۹                    | ۱۰۵۸۳۶                  |

جدول ۶: داده‌های ورودی کد در حالت مورد انتظار

| واحد        | حالت مورد انتظار     | کد متغیر                | متغیر                                    |
|-------------|----------------------|-------------------------|------------------------------------------|
| تن<br>فصل   | ۹۸۵۴۵۸<br>(۱۲۸۱۰۹۵)  | $q^I(q^{II})$           | نرخ بهره‌برداری                          |
| تن          | ۹۰۶۶۲۱۲۲             | $Q_0$                   | موجودی اولیه                             |
| دلار        | ۲۴۱۵۳۵۷<br>(۳۱۳۹۹۶۵) | $K_0^{o,I}(K_0^{o,II})$ | هزینه اولیه‌ی باز کردن                   |
| دلار        | ۴۷۵۱۳۷<br>(۶۱۷۶۷۸)   | $K_0^{c,I}(K_0^{c,II})$ | هزینه اولیه‌ی بستن                       |
| دلار<br>فصل | ۴۲۹۴۹۶۹<br>(۵۵۶۶۲۱۰) | $M_0^I(M_0^{II})$       | هزینه اولیه‌ی نگهداری                    |
| فصل/۱       | ۱٫۵٪                 | $\pi$                   | نرخ رشد هزینه                            |
| دلار        | ۳۵۵۶۸۰۳۴             | $I_0^d$                 | هزینه اولیه‌ی توسعه                      |
| دلار        | ۱۰۶۷۰۴۱۰             | $I_0^e$                 | هزینه اولیه افزایش تولید                 |
| فصل         | ۸                    | $T_1^{max}$             | عمر حق توسعه                             |
| فصل         | ۹۲                   | $T_2^{max}$             | عمر معدن                                 |
| دلار<br>تن  | ۱٫۴                  | $A_0$                   | میانگین اولیه هزینه تولید                |
| -           | ۰٫۲<br>۰٫۲           | $\kappa_a$              | سرعت بازگشت به میانگین هزینه تولید       |
| فصل/۱       | ۰٫۰۶                 | $\sigma_a$              | انحراف معیار هزینه تولید                 |
| فصل/۱       | ۰٫۰۲۶                | $\sigma_x^2$            | واریانس قیمت                             |
| فصل/۱       | ۰٫۰۱                 | $\delta_0$              | بازده نگهداری اولیه                      |
| -           | ۰٫۳                  | $\kappa_\delta$         | سرعت بازگشت به میانگین بازده نگهداری     |
| فصل/۱       | ۰٫۰۱                 | $\theta_\delta$         | میانگین بلندمدت بازده نگهداری            |
| فصل/۱       | ۰٫۰۵                 | $\sigma_\delta$         | انحراف معیار بازده نگهداری               |
| فصل/۱       | ۰٫۰۱۵                | $r_0$                   | نرخ بهره کوتاه‌مدت اولیه                 |
| -           | ۰٫۵                  | $\kappa_r$              | سرعت بازگشت به میانگین نرخ بهره          |
| فصل/۱       | ۰٫۱                  | $\theta_r$              | میانگین بلندمدت نرخ بهره                 |
| فصل/۱       | ۰٫۰۱۵                | $\sigma_r$              | انحراف معیار نرخ بهره                    |
| -           | ۰٫۰۲                 | $\tau_1$                | مالیات بر حق امتیاز                      |
| -           | ۰٫۱                  | $\tau_2$                | مالیات بر درآمد                          |
| فصل/۱       | ۰                    | $\lambda_1$             | مالیات بر دارایی در حالت بسته و باز بودن |
| فصل/۱       | ۰                    | $\lambda_2$             | مالیات بر دارایی در حالت تعطیل بودن      |

طراحی‌شده در ۲ حالت با و بدون وجود پرتفوی اختیار واقعی نشان می‌دهد.

جدول ۷: سود نهایی در حالت وجود و عدم وجود پرتفوی اختیارهای واقعی (میلیارد دلار)

| حالت                         | بدبینانه | خوش‌بینانه | مورد انتظار |
|------------------------------|----------|------------|-------------|
| وجود پرتفوی اختیار واقعی     | ۵٫۵۰۶    | ۱۲٫۵۴۰     | ۸٫۸۰۴       |
| عدم وجود پرتفوی اختیار واقعی | ۴٫۲۳۶    | ۹٫۶۵۲      | ۶٫۹۹۵       |

برای هر یک از محدوده‌های نهایی معدن سه‌گانه، ۴ عامل تصادفی (قیمت ماده معدنی، هزینه تولید ماده معدنی، نرخ بازده بدون ریسک و نرخ بازده نگهداری)، ۱۰۰ بار شبیه‌سازی و به‌عنوان ورودی کُد تهیه‌شده در نرم‌افزار Gams استفاده شد. بهینه‌سازی بر اساس روش برنامه‌ریزی عدد صحیح و حل‌کننده‌ی Cplex و از بین ۹ به توان ۹۲ مسیر تصمیم‌گیری (۹ اختیار و ۹۲ فصل)، مسیر با بیشترین سود انتخاب شد. جدول ۷ سود نهایی را برای سه محدوده‌ی نهایی

می‌کند و بهترین تصمیم را بر اساس روش برنامه‌ریزی عدد صحیح و بر اساس حل‌کننده‌ی Cplex، به‌دست می‌آورد و درنهایت بر اساس مجموعه تصمیم‌گیری‌ها، حداکثر سود نهایی را محاسبه می‌نماید. بر اساس جدول ۷ خروجی نهایی این مدل‌سازی در هر ۳ حالت بدبینانه، موردانتظار و خوش‌بینانه نشان می‌دهد که تصمیم‌گیری‌های صحیح مدیریت بر اساس اختیارهای ۹ گانه مدل می‌تواند حداکثر تا ۳۰ درصد سود نهایی را بدون تحمیل هزینه در یک معدن بزرگ‌مقیاس مثل سه‌چاهون XI، افزایش دهد.

### تقدیر و تشکر

نویسندگان بر خود واجب می‌دانند از مجموعه‌ی شرکت سنگ‌آهن مرکزی ایران به خاطر حمایت‌ها و در اختیار قرار دادن داده‌های معدن سه‌چاهون XI تشکر و قدردانی نمایند.

### مراجع

- [1] Abdel Sabour, S.A. and R. Poulin, Valuing real capital investments using the least-squares Monte Carlo method. The Engineering Economist, 2006. 51(2): p. 141-160.
- [2] Abdel Sabour, S.A. and R. Poulin, Valuing real capital investments using the least-squares Monte Carlo method. The Engineering Economist, 2006. 51(2): p. 141-160.
- [3] Haque, M.A., E. Topal, and E. Lilford, A numerical study for a mining project using real options valuation under commodity price uncertainty. Resources Policy, 2014. 39: p. 115-123.
- [4] Maybee, B., et al., Impact of development strategies on the value of underground mining projects. International Journal of Mining and Mineral Engineering, 2009. 1(3): p. 219-231.
- [5] Cortez, C.T., et al., Alternative techniques for forecasting mineral commodity prices. International Journal of Mining Science and Technology, 2018. 28(2): p. 309-322.
- [6] Maier, S., J.W. Polak, and D.M. Gann, Valuing portfolios of interdependent real options using influence diagrams and simulation-and-regression: A multi-stage stochastic integer programming approach. Computers & Operations Research, 2020. 115: p. 104505.
- [7] Dimitrakopoulos, R.G. and S.A.A. Sabour, Evaluating mine plans under uncertainty: Can the real options make a difference? Resources Policy, 2007. 32(3): p. 116-125.
- [8] Castillo, F.D. and R. Dimitrakopoulos, Joint effect of commodity price and geological uncertainty over the life of mine and ultimate pit limit. Mining

ملاحظه می‌گردد استفاده از روش اختیار واقعی توانسته بدون تحمیل هزینه، حدود ۳۰ درصد به سود نهایی هر یک از محدوده‌های نهایی معدن طراحی‌شده اضافه کند. جدول ۸ خروجی اجرای گد، تنها برای ۲ سناریو از ۱۰۰ سناریوی شبیه‌سازی‌شده را نشان می‌دهد که شامل برنامه‌ریزی تولید با استفاده از اختیارهای تعریف‌شده است، به‌عنوان نقشه راه برای تصمیمات آتی مدیریت بهترین مسیر را تضمین می‌کند.

جدول ۸: اختیارهای اعمال‌شده در ۲ شبیه‌سازی تصادفی

| اختیار اعمال‌شده | دوره‌های اعمال اختیار در شبیه‌سازی ۲ | دوره‌های اعمال اختیار در شبیه‌سازی ۱ |
|------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| توسعه‌نیافته     | ۱                                    | ۱                                    |
| باز I            | ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴               | ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۳               |
| فرسوده           | ۹۲                                   | ۹۰                                   |
| بسته I           | ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۹، ۷، ۵، ۳               | ۱۷، ۱۵، ۱۱، ۹، ۷، ۵، ۳               |
| باز II           | ۲۰ الی ۹۱                            | ۸۹ الی ۲۱                            |

### ۵- نتیجه‌گیری

معدن سه‌چاهون XI، بزرگ‌ترین ذخیره‌ی سنگ‌آهن موجود در منطقه ایران مرکزی است و جدیداً مورد مزایده‌ی واگذاری ۲۳ ساله قرار گرفته است و لذا به دلیل اهمیت این معدن به‌عنوان مورد مطالعاتی در دستور کار ارزش‌گذاری قرار گرفت. مهم‌ترین هدف پژوهش، بررسی تأثیرات نرم‌افزاری تصمیم‌گیری در مدیریت معدنکاری نسبت به اثرات سخت‌افزاری و فیزیکی است. این دو نگاه در این مقاله طی دو مرحله‌ی مدل‌سازی انجام گرفت. در مرحله‌ی اول، محدوده‌ی نهایی معدن سه‌چاهون XI بر اساس قیمت‌های ماده معدنی بدبینانه، موردانتظار و خوش‌بینانه به روش لرج-گروسمن سه‌بعدی در محیط نرم‌افزاری Npvscheduler بهینه‌سازی شده و محدوده‌های نهایی به ترتیب با نسبت‌های باطله‌برداری ۱: ۳/۲۵، ۱: ۳/۷۵، ۱: ۴/۰۷ به‌دست آمد. در مرحله‌ی دوم اثر تصمیم مدیریت و اختیارهای واقعی او در برنامه‌ریزی تولید هریک از سه محدوده‌ی نهایی معدن طراحی‌شده موردتوجه قرار گرفت. این مهم بر اساس تابع هدف بهینه‌سازی سود معدنکاری توسط گد تهیه‌شده ۴۰ در محیط نرم‌افزاری Gams صورت می‌گیرد. به این صورت که برای هر محدوده‌ی نهایی معدن، ۹۲ دوره‌ی سه‌ماهه برنامه‌ریزی تولید در نظر گرفته می‌شود. خروجی طراحی‌شده به ازای هر دوره‌ی زمانی اختیارهای ۹ گانه را بهینه‌سازی

- [22] Abdel Sabour, S.A. and R. Poulin, Mine expansion decisions under uncertainty. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 2010. 24(4): p. 340-349.
- [23] Dehghani, H. and M. Ataee-pour, Determination of the effect of operating cost uncertainty on mining project evaluation. *Resources Policy*, 2012. 37(1): p. 109-117.
- [24] Amini, M., F. Alijani, and Z. Mozaffari, Economic evaluation of mining projects under conditions of uncertainty for prices and operating costs. *International Journal of Innovation and Applied Studies*, 2015. 10(3): p. 881.
- [25] Evatt, G.W., M.O. Soltan, and P.V. Johnson, Mineral reserves under price uncertainty. *Resources Policy*, 2012. 37(3): p. 340-345.
- [26] Akbari, A., M. OSANLOU, and M. Shirazi, Movable reserve estimation while determining ultimate pit limits (UPL) under price uncertainty by option approach (ROA). *Archives of Mining Sciences*, 2009. 54(2): p. 321-339.
- [27] Cortazar, G. and E.S. Schwartz, Implementing a real option model for valuing an undeveloped oil field. *International Transactions in Operational Research*, 1997. 4(2): p. 125-137.
- [28] Cox, J.C., S.A. Ross, and M. Rubinstein, Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*, 1979. 7(3): p. 229-263.
- [29] Ekern, S., An option pricing approach to evaluating petroleum projects. *Energy Economics*, 1988. 10(2): p. 91-99.
- [30] Kelly, S., A binomial lattice approach for valuing a mining property IPO. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 1998. 38(3): p. 693-709.
- [31] Tilley, J.A., Valuing American options in a path simulation model. *Transactions of the Society of Actuaries*, 1993. 45: p. 499-519.
- [32] Barraquand, J. and D. Martineau, Numerical valuation of high dimensional multivariate American securities. *Journal of financial and quantitative analysis*, 1995. 30(3): p. 383-405.
- [33] Carriere, J.F., Valuation of the early-exercise price for options using simulations and nonparametric regression. *Insurance: mathematics and Economics*, 1996. 19(1): p. 19-30.
- [34] Longstaff, F.A. and E.S. Schwartz, Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. *The review of financial studies*, 2001. 14(1): p. 113-147.
- [35] Mirzarian, Y. Strategic decision to storage option in gold mines, using the real option theory. *Journal of analytical and numerical methods in mining engineering*. 2023. p79-90.
- [36] Cortazar, G., M. Gravet, and J. Urzua, The Technology, 2014. 123(4): p. 207-219.
- [9] Maier, S., Re-evaluating natural resource investments under uncertainty: An alternative to limited traditional approaches. *Annals of Operations Research*, 2021. 299(1-2): p. 907-937.
- [10] Gamba, A., Real options valuation: A Monte Carlo approach. *Faculty of Management, University of Calgary WP*, 2003(2002/3).
- [11] Cortazar, G. and E.S. Schwartz, Monte Carlo evaluation model of an undeveloped oil field. *Journal of Energy Finance & Development*, 1998. 3(1): p. 73-84.
- [12] Cortazar, G., E.S. Schwartz, and J. Casassus, Optimal exploration investments under price and geological—technical uncertainty: a real options model, in *Real R & D Options*. 2003, Elsevier. p. 149-165.
- [13] Elkington, T. and R. Durham, Integrated open pit pushback selection and production capacity optimization *journal of mining and science*, 2011. 47: p. 177-190.
- [14] Whittle, J., Beyond optimization in open pit design, in *Computer Applications in the Mineral Industries*. 1988.
- [15] gholamnejad, J. and lotfi, E., Designing the most probable final pit limit of open pit mines considering price uncertainty. *Journal of analytical and numerical methods in mining engineering*, 2022: p. 77-86.
- [16] Mirzaeian, Y. and gholamnejad, J. probabilistic pit limit design with different levels of managerial risk tolerance, considering the uncertainty of ore grade and final product price (case study: Afghanistans ainak copper mine) *Journal of analytical and numerical methods in mining engineering*, 2025, p. 65-76
- [17] Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, Evaluating natural resource investments. *Journal of business*, 1985: p. 135-157.
- [18] Moel, A. and P. Tufano, when are real options exercised? An empirical study of mine closings. *The review of financial studies*, 2002. 15(1): p. 35-64.
- [19] McCarthy, J. and P.H. Monkhouse, To open or not to open—or what to do with a closed copper mine. *Journal of Applied Corporate Finance*, 2002. 15(2): p. 63-73.
- [20] Samis, M., et al., Valuing uncertain asset cash flows when there are no options: A real option approach. *Resources Policy*, 2005. 30(4): p. 285-298.
- [21] Abdel Sabour, S. and G. Wood, Modelling financial risk in open pit mine projects: implications for strategic decision-making. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 2009. 109(3): p. 169-175.

- [42] Savolainen, J., Real options in metal mining project valuation: Review of literature. *Resources Policy*, 2016. 50: p. 49-65.
- [43] Cortazar, G. and J. Casassus, Optimal timing of a mine expansion: Implementing a real options model. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 1998. 38(3): p. 755-769.
- [44] Schwartz, E.S., The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of finance*, 1997. 52(3): p. 923-973.
- [45] Slade, M.E., Valuing managerial flexibility: An application of real-option theory to mining investments. *Journal of environmental economics and management*, 2001. 41(2): p. 193-233.
- [46] Denault, M., J.-G. Simonato, and L. Stentoft, A simulation-and-regression approach for stochastic dynamic programs with endogenous state variables. *Computers & Operations Research*, 2013. 40(11): p. 2760-2769.
- valuation of multidimensional American real options using the LSM simulation method. *Computers & Operations Research*, 2008. 35(1): p. 113-129.
- [37] Lambrecht, B.M., Real options in finance. *Journal of Banking & Finance*, 2017. 81: p. 166-171.
- [38] Smith, J.E., Alternative Approaches for Solving Real-Options Problems: (Comment on Brandão et al. 2005). *Decision Analysis*, 2005. 2(2): p. 89-102.
- [39] Glasserman, P., Monte Carlo methods in financial engineering. Vol. 53. 2004: Springer.
- [40] Tsekrekos, A.E., M.B. Shackleton, and R. Wojakowski, Evaluating natural resource investments under different model dynamics: Managerial insights. *European Financial Management*, 2012. 18(4): p. 543-575.
- [41] Nadarajah, S., F. Margot, and N. Secomandi, Comparison of least squares Monte Carlo methods with applications to energy real options. *European Journal of Operational Research*, 2017. 256(1): p. 196-204.
- 
- <sup>1</sup> Maier  
<sup>2</sup> Convenience Yield  
<sup>3</sup> lattice  
<sup>4</sup> Closure  
<sup>5</sup> Idle  
<sup>6</sup> Abandoned  
<sup>7</sup> Open  
<sup>8</sup> Close  
<sup>9</sup> Operate  
<sup>10</sup> Defer  
<sup>11</sup> Develop  
<sup>12</sup> Operate  
<sup>13</sup> Futures Studies  
<sup>14</sup> Sustainable Development  
<sup>15</sup> Influence Diagram Simulation and Regression (IDSR)  
<sup>16</sup> Flowchart  
<sup>17</sup> Whittle  
<sup>18</sup> Binomial Lattice Techniques  
<sup>19</sup> Bundling Algorithm  
<sup>20</sup> Partitioning Algorithm  
<sup>21</sup> Least Squares Monte Carlo (LSM)  
<sup>22</sup> Lerchs-Grossmann  
<sup>23</sup> Exhausted  
<sup>24</sup> Identity Document (ID)  
<sup>25</sup> Deterministic  
<sup>26</sup> Stochastic  
<sup>27</sup> Indeterminate  
<sup>28</sup> Integer Programming  
<sup>29</sup> Stochastic Dynamic Programming (SDP)  
<sup>30</sup> Recursion  
<sup>31</sup> Markov Decision Process (MDP)  
<sup>32</sup> Original Optimisation Problem  
<sup>33</sup> Optimal Stopping Problem  
<sup>34</sup> Practice  
<sup>35</sup> Storage Option  
<sup>36</sup> Binary Choice  
<sup>37</sup> IID (Indipendent and Identically Distributed)  
<sup>38</sup> Royalty  
<sup>39</sup> Practical Option Portfolio  
<sup>40</sup> MEROP (Mining Evaluating Real Option Portfolio)