

(مقاله پژوهشی)

## تصویرسازی لرزه‌ای محیط‌های زمین شناسی پیچیده با استفاده از حل عددی معادله موج به روش تفاضل محدود

فرزاد مرادپوری<sup>\*۱</sup>

۱- گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم آباد، ایران

### چکیده

در این پژوهش، حل عددی معادله موج صوتی با استفاده از روش تفاضلات محدود به منظور تصویرسازی لرزه‌ای ساختارهای زمین‌شناسی پیچیده در قالب روش مهاجرت زمانی معکوس (RTM) مورد بررسی قرار گرفت. از این روش مشتقات زمانی با تقریب مرتبه دوم و مشتقات مکانی با تقریب مرتبه چهارم گسسته‌سازی شدند تا ضمن حفظ پایداری عددی، دقت مناسبی در انتشار میدان موج حاصل گردد. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم، ابتدا انتشار میدان موج در یک محیط همگن با استفاده از موجک ریکر با فرکانس غالب ۲۵ هرتز شبیه‌سازی شد و تأثیر گام‌های زمانی مختلف بر دقت برونمایی میدان موج مورد مطالعه قرار گرفت. در ادامه، الگوریتم RTM بر روی مدل پیچیده گنبد نمکی SEG/EAGE اجرا شد تا کارایی روش در شرایط زمین‌شناسی پیچیده ارزیابی گردد. برای این منظور، نتایج مهاجرت برای گام‌های زمانی ۲، ۴، ۶ و ۸ میلی‌ثانیه مقایسه شد. بررسی نتایج نشان داد که در گام‌های زمانی ۲ و ۴ میلی‌ثانیه، ساختارهای زیرسطحی و مرزهای گنبد نمکی با دقت مناسبی تصویر شده و آثار پراکندگی عددی ناچیز است، در حالی که در گام‌های زمانی بزرگ‌تر (۶ و ۸ میلی‌ثانیه)، کیفیت تصویر مهاجرت یافته به‌طور محسوسی کاهش یافته و مصنوعات کاذب در تصویر ظاهر می‌شوند. همچنین مشخص شد که انتخاب گام زمانی کوچک‌تر اگرچه دقت تصویرسازی را افزایش می‌دهد، اما موجب افزایش زمان پردازش و هزینه محاسباتی نیز می‌شود. بر این اساس، گام زمانی ۴ میلی‌ثانیه به‌عنوان بهترین حالت بهینه میان دقت عددی و زمان محاسبات انتخاب گردید.

### کلمات کلیدی

<sup>\*</sup>عهده‌دار مکاتبات: [moradpouri.fa@lu.ac.ir](mailto:moradpouri.fa@lu.ac.ir)

تصویرسازی لرزه‌ای، روش RTM، حل معادله موج، تفاضلات محدود، پراکندگی عددی.

نسخه پذیرفته شده پیش از انتشار

## ۱- مقدمه

همانند سایر تکنیک‌های تصویربرداری، این روش نیز دارای محدودیت‌هایی از جمله زمانبر بودن، هزینه محاسباتی بالا، نیاز به حافظه زیاد و وجود نویزهای فرکانس پایین در تصاویر مهاجرت‌یافته می‌باشد [۱۴-۱۷]. برای غلبه بر این معایب، محققین متعددی راهکارهای جایگزین گوناگونی را پیشنهاد کرده‌اند تا عمدتاً با به‌کارگیری پیاده‌سازی مبتنی بر GPU<sup>۱</sup>، هزینه محاسباتی را کاهش دهند [۱۸-۲۳]. همچنین، به‌منظور کاهش اثرات نویز در نتایج مهاجرت، روش‌های فیلترگذاری مختلفی نظیر فیلتر کمترین مربعات و فیلتر لاپلاسین بر روی تصاویر مهاجرت‌یافته اعمال شده‌اند [۲۴-۲۸]. از طرف دیگر، محققین مختلفی با بهبود و ارائه شرط‌های تصویرسازی جدید سعی در بهبود الگوریتم روش مهاجرت زمانی معکوس و حذف نوفه‌های فرکانس پایین داشتند. از این رو، اگرچه تاکنون مطالعات متعددی در زمینه توسعه روش مهاجرت زمانی معکوس انجام شده و اغلب آن‌ها بر بهبود شرط تصویربرداری و حذف نویز تمرکز داشته‌اند، اما تأثیر انتخاب گام زمانی بر کیفیت تصویر نهایی و دقت انتشار میدان موج در محیط‌های زمین‌شناسی پیچیده کمتر به صورت مستقل مورد بررسی قرار گرفته است. [۲۹-۳۸].

با در نظر داشتن مزایا و چالش‌های متنوع روش RTM و تحقیقات انجام شده که در بالا به صورت خلاصه به آنها اشاره شد، یکی از مهم‌ترین عوامل تعیین‌کننده کیفیت نتایج در روش RTM، نحوه حل عددی معادله موج و دقت برون‌یابی میدان موج در مراحل انتشار پیشرو و پسرو است. از آنجا که فرآیند تصویربرداری در این روش بر پایه همبستگی میدان موج منبع و گیرنده در تمامی گام‌های زمانی انجام می‌شود، هرگونه خطای عددی در فرآیند انتشار موج می‌تواند به‌صورت مستقیم در تصویر نهایی منعکس شده و موجب کاهش وضوح بازتابنده‌ها، ایجاد ناهنجاری‌های کاذب و افت دقت مکان‌یابی ساختارهای زیرسطحی شود. از این رو، انتخاب روش مناسب برای حل معادله موج و تنظیم صحیح پارامترهای عددی آن، از جمله مهم‌ترین عوامل مؤثر بر عملکرد RTM به شمار می‌رود.

علاوه بر نوع روش عددی، پارامترهای گسسته‌سازی نظیر اندازه گام مکانی و به‌ویژه گام زمانی، نقش تعیین‌کننده‌ای در پایداری، دقت و هزینه محاسباتی الگوریتم دارند. انتخاب

از جمله اهداف تصویرسازی و مهاجرت لرزه‌ای، تخمین بازتابش موج از داده‌های لرزه‌ای ثبت‌شده است [۱]. در اکتشاف نفت، مهاجرت لرزه‌ای مبتنی بر داده‌های بازتابی، که شامل چندگانه‌ها نیز می‌شود، به‌عنوان یکی از مؤثرترین روش‌ها شناخته می‌شود. روش‌های متعددی برای تصویربرداری زیرسطحی وجود دارد که در بین آنها، متداول‌ترین رویکرد استفاده از انتشار میدان موج و دریافت پاسخ برای تصویربرداری از عارضه‌های زیرسطحی است. این روش به‌طور کلی شامل دو بخش اصلی برون‌یابی میدان موج<sup>۱</sup> و سپس اعمال شرط تصویرسازی<sup>۲</sup> می‌شود. تکنیک‌های تصویربرداری مبتنی بر معادله یک‌طرفه قادرند به دلیل در نظر گرفتن تغییرات جهت انتشار موج در مدل پس‌زمینه، تصاویر دقیقی را در محیط‌های پیچیده به دست آورند [۲]. با این حال، این روش‌ها در مورد بازتابنده‌های با شیب تند و محیط‌هایی با کنتراست بالای سرعت با مشکل مواجه می‌شوند. در این شرایط، روش مهاجرت زمانی معکوس<sup>۳</sup> (RTM)، پذیرفته‌شده‌ترین تکنیک مهاجرت لرزه‌ای است که در اکتشاف نفت و گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش RTM نخستین بار توسط همون<sup>۴</sup> در سال ۱۹۷۸ [۳]، پیشنهاد شد و بعدها توسط محققینی همچون بایزال<sup>۵</sup> و همکاران (۱۹۸۳)، لوونتال و موفتی<sup>۶</sup> (۱۹۸۳) و مک‌گان<sup>۷</sup> (۱۹۸۳) اصلاح و به‌طور کامل برای اکتشافات لرزه‌ای پیاده‌سازی شد [۴-۶]. تمامی این مطالعات به مهاجرت پس از برانبارش محدود بودند. در مراحل بعدی، این روش برای داده‌های پیش از برانبارش نیز توسعه یافت. به‌تدریج، پیشرفت‌های قابل توجهی در جنبه‌های مختلف این الگوریتم صورت گرفت. الگوریتم RTM به دلیل پایداری و توانمندی بالا در تصویربرداری از زمین‌شناسی‌های پیچیده، به‌طور فزاینده‌ای مورد توجه قرار گرفته است. شده است [۷-۱۰]. مزیت‌های این روش مهاجرت نسبت به سایر تکنیک‌های مهاجرت عمقی همانند روش‌های ردیابی پرتو (کیرششف، گوسین بیم و غیره) در این است که برون‌یابی در حوزه زمان شامل ناپایداری نشده و هیچ‌گونه محدودیتی از نظر شیب و نوع امواج بازتابی برای ساختارهای مهاجرت‌یافته وجود ندارد [۱۱-۱۳]. علاوه بر این، RTM قادر است وروده‌های چندگانه<sup>۸</sup> و تغییرات شیب را نیز به‌طور صحیح مدیریت کند [۱۴].

## ۲. حل معادله موج با استفاده از روش تفاضلات

### محدود

پاسخ عددی معادله موج صوتی و الاستیک بطور معمول برای تولید داده‌های مصنوعی در مدل‌سازی لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، بطوریکه این قبیل شبیه‌سازی‌ها همچنین اساس مهاجرت زمانی معکوس هستند. تاکنون روش RTM با حل معادله موج دو طرفه توسط روش‌های مختلف ریاضی اجرا شده است. محققین مختلف از روش‌های مختلفی برای حل معادله موج صوتی استفاده نموده و مزایا و معایب هر کدام را معرفی کردند [۴۲]. در بین روش‌های صریح<sup>۱</sup>، روش تفاضلات محدود<sup>۱</sup> یکی از محبوب‌ترین روش‌ها برای حل معادله موج می‌باشد.

روش تفاضلات محدود یک ابزار معروف و محبوب عددی برای گسسته‌سازی معادله موج است. این روش بر گسسته‌سازی مستقیم معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر یک شبکه مش‌بندی شده استوار است، به‌گونه‌ای که مشتقات زمانی و مکانی با عملگرهای تفاضل محدود تقریب زده می‌شوند. این چارچوب امکان پیشروی صریح میدان موج لرزه‌ای در زمان را فراهم کرده و بستری طبیعی برای شبیه‌سازی انتشار موج در مدل‌های سرعت پیچیده ایجاد می‌کند. به دلیل کارایی محاسباتی بالا و پیاده‌سازی نسبتاً ساده، FDM به‌طور گسترده در تحقیقات و استفاده‌های عملی برای مدل‌سازی میدان موج صوتی و الاستیک استفاده می‌شود.

در روش تفاضل محدود عملگر زمان توسط یک تقریب مرتبه دو<sup>۱۲</sup> و مشتقات مکانی توسط یک رویه مرتبه چهار تقریب زده می‌شوند. تقریب مشتق زمان به این صورت باعث ایجاد پراکندگی عددی<sup>۱۳</sup> می‌گردد که با انتخاب گام‌های زمانی کوچک می‌توان از آن جلوگیری کرد. با این وجود همین مسئله تا حدودی باعث افزایش زمان محاسبات نیز می‌شود [۴۳].

انتشار سیگنال لرزه‌ای را می‌توان با در نظر گرفتن یک محیط کاملاً صوتی درک کرد، محیطی که قادر به انتشار امواج عرضی نیست. در این حالت، معادله موج یک معادله اسکالر است که صرفاً انتشار امواج طولی (امواج P) را توصیف می‌کند. روش‌های متعددی برای استخراج معادله موج وجود دارد. معادله موج سه‌بعدی برای میدان فشار در محیطی با چگالی ثابت و تغییرشکل‌های کوچک، به‌صورت رابطه (۱)، بیان می‌شود. معادله موج به صورت کلی برای

گام زمانی بزرگ، اگرچه موجب کاهش تعداد تکرارهای زمانی و در نتیجه کاهش زمان اجرای الگوریتم می‌شود، اما می‌تواند منجر به افزایش خطای فاز، بروز پدیده پراکندگی عددی و کاهش کیفیت تصویر گردد. در مقابل، انتخاب گام زمانی بسیار کوچک، ضمن افزایش دقت انتشار میدان موج، هزینه محاسباتی و حجم حافظه موردنیاز را به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. بنابراین، همواره نوعی موازنه میان دقت عددی و کارایی محاسباتی در انتخاب گام زمانی وجود دارد که تعیین مقدار مناسب آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

با وجود اهمیت این موضوع، مرور مطالعات پیشین نشان می‌دهد که اغلب پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه RTM بر توسعه شرط‌های تصویربرداری، کاهش هزینه‌های محاسباتی از طریق پردازش موازی، استفاده از شتاب‌دهنده‌های سخت‌افزاری و یا بهبود روش‌های حذف نویز متمرکز بوده‌اند؛ در حالی که تأثیر مستقیم انتخاب گام زمانی بر کیفیت انتشار میدان موج، میزان پراکندگی عددی، دقت تصویر نهایی و زمان محاسبات، به‌ویژه در مدل‌های زمین‌شناسی پیچیده، کمتر به‌صورت مستقل و نظام‌مند مورد بررسی قرار گرفته است. این موضوع نشان‌دهنده وجود خلأ پژوهشی در این زمینه بوده و ضرورت انجام مطالعاتی را که بتوانند تعادل مناسبی میان دقت تصویربرداری و هزینه محاسباتی برقرار کنند، بیش از پیش آشکار می‌سازد. از آنجا که دقت روش RTM به‌طور مستقیم به کیفیت حل عددی معادله موج وابسته است، بررسی تأثیر گام زمانی می‌تواند نقش مهمی در افزایش دقت تصویرسازی و کاهش هزینه‌های محاسباتی داشته باشد [۳۹-۴۱]. از این‌رو، در این پژوهش تأثیر گام‌های زمانی مختلف بر عملکرد روش RTM در مدل استاندارد گنبد نمکی SEG/EAGE بررسی شده و مناسب‌ترین گام زمانی با در نظر گرفتن همزمان کیفیت تصویر و کارایی محاسباتی معرفی شده است.

که در آن نقاط شبکه  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  در جهت  $x, y, z$  و با فواصل منظم قرار گرفته‌اند و  $\Delta t$  گام زمانی مورد استفاده است.

برای ساده‌سازی نمادگذاری، می‌توان میدان فشار را به صورت  $u_{i,j,k}^{(n)}$  نوشت. با به کارگیری عملگر تفاضل محدود مرتبه دوم برای مشتقات مکانی و زمانی، و با استفاده از نمادگذاری معرفی شده در بالا، رابطه موج صوتی (۱)، را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} & [u_{i+1,j,k}^{(n)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i-1,j,k}^{(n)}] \frac{1}{(\Delta x)^2} + \\ & + [u_{i,j+1,k}^{(n)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i,j-1,k}^{(n)}] \frac{1}{(\Delta y)^2} \\ & + [u_{i,j,k+1}^{(n)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i,j,k-1}^{(n)}] \frac{1}{(\Delta z)^2} = \\ & [u_{i,j,k}^{(n+1)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i,j,k}^{(n-1)}] \frac{1}{(c \Delta t)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

با بازنویسی رابطه (۵)، می‌توان نوشت.

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{(n+1)} &= 2u_{i,j,k}^{(n)} - u_{i,j,k}^{(n-1)} \\ &+ A_x [u_{i+1,j,k}^{(n)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i-1,j,k}^{(n)}] \\ &+ A_y [u_{i,j+1,k}^{(n)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i,j-1,k}^{(n)}] \\ &+ A_z [u_{i,j,k+1}^{(n)} - 2u_{i,j,k}^{(n)} + u_{i,j,k-1}^{(n)}] \end{aligned} \quad (6)$$

بطوریکه:

$$\begin{aligned} A_x &= [\Delta t \ c(x,y,z) / \Delta x]^2, \\ A_y &= [\Delta t \ c(x,y,z) / \Delta y]^2, \\ A_z &= [\Delta t \ c(x,y,z) / \Delta z]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

رابطه (۶)، نشان می‌دهد که میدان موج  $u_{i,j,k}^{(n+1)}$  را می‌توان در یک نقطه  $(i \Delta x, j \Delta y, k \Delta z)$  از شبکه سه بعدی و در زمان  $(n+1)\Delta t$  بر اساس مقدار میدان در همان نقطه در زمان‌های  $n\Delta t$  و  $(n-1)\Delta t$  و همچنین مقادیر میدان در نقاط مجاور در زمان  $n\Delta t$  به دست آورد.

به منظور بهبود دقت تقریب در حل عددی معادله موج، برای مشتق جزئی مرتبه دوم نسبت به زمان از عملگر تفاضل محدود مرتبه دوم و برای مشتقات جزئی نسبت به  $x, y, z$  از عملگر تفاضل محدود مرتبه چهارم استفاده

محیط با سرعت متغیر بیان شده است، روابط تفاضل محدود ارائه شده در این بخش برای هر سلول از شبکه محاسباتی با فرض ثابت بودن سرعت در همان گره استخراج شده‌اند. در فرآیند شبیه‌سازی، مقدار سرعت در هر نقطه از شبکه از مدل سرعت استخراج شده و به صورت محلی در محاسبات اعمال می‌شود. بنابراین تغییرات مکانی سرعت در کل مدل حفظ شده و حل عددی برای محیط ناهمگن انجام می‌شود.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

با بازنویسی رابطه (۱)، داریم

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2)$$

بطوریکه  $u = u(x, y, z, t)$  بیانگر فشار یا میدان سرعت ذرات،  $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ ، عملگر لاپلاسین در مختصات دکارتی (کارتزین) و  $c = c(x, y, z)$  سرعت لرزه ای متغیر با مکان می‌باشند.

با فرض این که میدان موج فشار در جهت  $y$  تغییر نکند، مشتق میدان موج در آن جهت برابر با صفر خواهد بود و می‌توان رابطه (۱)، را به صورت زیر نوشت.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3)$$

رابطه (۳)، را می‌توان به عنوان قانونی توصیف کرد که تکامل میدان فشار را در زمان و مکان کنترل می‌کند. افزون بر این، باید توجه داشت که رابطه (۱)، یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم است و حل آن باید به منزله روشی برای تبیین پیشروی میدان فشار، بر اساس اندازه‌گیری‌های انجام شده در یک موقعیت معین، در نظر گرفته شود.

حل عددی معادله موج با استفاده از روش تفاضل محدود مبتنی بر گسسته‌سازی در زمان و مکان است. بدین ترتیب، میدان فشار را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$u(x, y, z, t) = u(i \Delta x, j \Delta y, k \Delta z, n \Delta t) \quad (4)$$

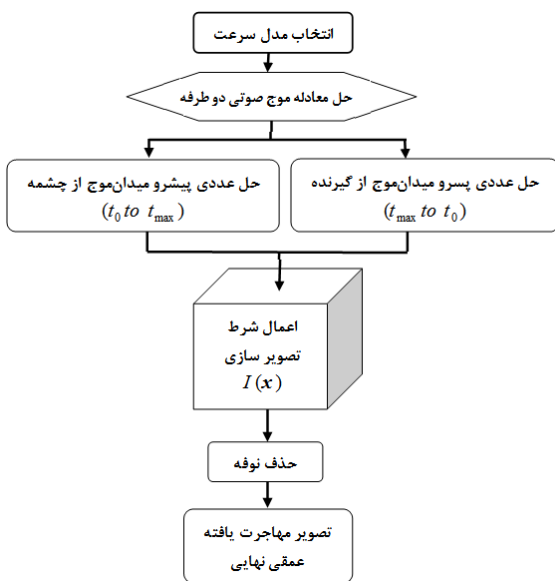
مورد استفاده بررسی شد. در این پژوهش مشتقات زمانی با تقریب مرتبه دوم و مشتقات مکانی با تقریب مرتبه چهارم محاسبه شده‌اند. شرط پایداری حل عددی فوق به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{c_{\max} \Delta t}{\Delta x} \leq 0.6 \quad (11)$$

### ۳. بحث و نتایج

اجرای روش RTM در قالب سه مرحله اصلی زیر انجام

می‌پذیرد (شکل ۱).



شکل ۱- مراحل اصلی حل عددی میدان موج و اجرای روش

#### RTM

- انتشار میدان موج چشمه<sup>۱۴</sup>: میدان موج چشمه عبارتست از فشار یا میدان سرعت ذرات<sup>۱۵</sup> که از چشمه رو به پایین در زیر سطح انتشار می‌یابد. در ابتدا میدان موج چشمه بصورت پیشرو در زمان، از یک سیگنال چشمه مصنوعی شبیه‌سازی شده در زمان صفر برونمایی می‌گردد و با نشان داده می‌شود که در آن است. برونمایی میدان موج معمولاً توسط حل عددی معادله موج انجام می‌گیرد.

- انتشار میدان موج گیرنده<sup>۱۶</sup>: میدان موج گیرنده، انرژی بازتابی است که رو به بالا سیر کرده و در گیرنده ثبت می‌گردد. میدان موج گیرنده به صورت معکوس در زمان از سیگنال‌های دریافت شده در سطح شروع شده و برونمایی می‌گردد و با نشان داده می‌شود.

می‌شود. تقریب مرتبه چهارم برای مشتق دوم نسبت به  $x$  بصورت رابطه (۸)، می‌باشد که دارای خطای از مرتبه چهارم است ( $O(\Delta x^4)$ ) است. همین روند در راستای  $y$  و  $z$  نیز تکرار شده و لاپلاسین مورد استفاده در روابط (۹) و (۱۰) بدست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{-u_{i+2} + 16u_{i+1} - 30u_i + 16u_{i-1} - u_{i-2}}{12\Delta x^2} \quad (8)$$

با بکارگیری این تقریب‌ها، رابطه به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{(n+1)} = & 2u_{i,j,k}^{(n)} - u_{i,j,k}^{(n-1)} - 2.5[A_x + \\ & A_y + A_z]u_{i,j,k}^{(n)} + \\ & \frac{A_x}{12}[-u_{i-2,j,k}^{(n)} + 16u_{i-1,j,k}^{(n)} + \\ & 16u_{i+1,j,k}^{(n)} - u_{i+2,j,k}^{(n)}] + \\ & \frac{A_y}{12}[-u_{i,j-2,k}^{(n)} + 16u_{i,j-1,k}^{(n)} + \\ & 16u_{i,j+1,k}^{(n)} - u_{i,j+2,k}^{(n)}] + \\ & \frac{A_z}{12}[-u_{i,j,k-2}^{(n)} + 16u_{i,j,k-1}^{(n)} + \\ & 16u_{i,j,k+1}^{(n)} - u_{i,j,k+2}^{(n)}], \end{aligned} \quad (9)$$

رابطه (۹)، را می‌توان با در نظر گرفتن  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$  و  $A_x = A_y = A_z = A$ ، ساده‌سازی کرد، بطوریکه:

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{(n+1)} = & (2 - 7.5A)u_{i,j,k}^{(n)} - u_{i,j,k}^{(n-1)} + \\ & \frac{A}{12}[16(u_{i-1,j,k}^{(n)} + u_{i,j-1,k}^{(n)} + u_{i,j,k-1}^{(n)} + \\ & u_{i,j,k+1}^{(n)} + u_{i,j+1,k}^{(n)} + u_{i+1,j,k}^{(n)}) - \\ & (u_{i-2,j,k}^{(n)} + u_{i,j-2,k}^{(n)} + u_{i,j,k-2}^{(n)} + u_{i,j,k+2}^{(n)} - \\ & u_{i,j+2,k}^{(n)} + u_{i+2,j,k}^{(n)})]. \end{aligned} \quad (10)$$

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، با فرض این که میدان موج فشار در جهت  $y$  تغییر نکند، مشتق میدان موج در آن جهت برابر با صفر خواهد بود و می‌توان عبارت‌های مربوط به آن در رابطه (۱۰)، را حذف و این معادله را به صورت ساده تر و در حالت دو بعدی نیز ارائه نمود.

همچنین به منظور تضمین پایداری حل عددی، شرط کورانت-فردریش-لوی (CFL) برای طرح تفاضلات محدود

الگوریتم در شرایط مختلف از نظر دقت انتشار میدان موج، پایداری عددی و هزینه محاسباتی مورد ارزیابی قرار گیرد. انتخاب این بازه امکان بررسی روند تغییر کیفیت تصویر با افزایش گام زمانی و تعیین مناسبترین مقدار برای اجرای روش RTM را فراهم می‌سازد.

همانطور که در شکل ۲- (ب-ج) دیده می‌شود، با افزایش فاصله نمونه برداری از ۲ تا ۶ میلی ثانیه دقت کمتر شده که می‌توان بر همین اساس فاصله زمانی مناسب برای اجرای برونمایی را برآورد نمود. شایان ذکر است که پراکندگی عددی زمانی رخ می‌دهد که سرعت فاز موج با سرعت انتشار عددی موج در محیط متفاوت باشد و در نتیجه، نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی دچار اختلال می‌شوند. این مشکل ناشی از گسسته‌سازی مکانی معادله موج است، به‌طوری‌که سرعت‌های فاز و گروه تابعی از فاصله بین نقاط شبکه، فرکانس و زاویه انتشار می‌شوند.

در ادامه از مدل گنبد نمکی (SEG/EAGE)، که یک محیط زمین‌شناسی پیچیده با سرعت متغیر را نشان می‌دهد، برای اجرای الگوریتم استفاده شد (شکل ۳). این مدل، یکی از مدل‌های استاندارد و پرکاربرد در مطالعات تصویرسازی لرزه‌ای و مهاجرت زمانی معکوس به شمار می‌رود. این مدل به دلیل وجود تغییرات شدید سرعت، مرزهای پیچیده زمین‌شناسی و ساختارهای ناهمگن، محیط مناسبی برای ارزیابی دقت و پایداری الگوریتم‌های عددی فراهم می‌کند. وجود توده نمکی با کنتراست سرعت بالا در این مدل سبب ایجاد پدیده‌هایی نظیر بازتاب‌های چندگانه، برگشتی و نوفه‌های فرکانس پایین می‌شود که شبیه‌سازی آن نیازمند روش‌های عددی دقیق و پایدار است (شکل ۳).

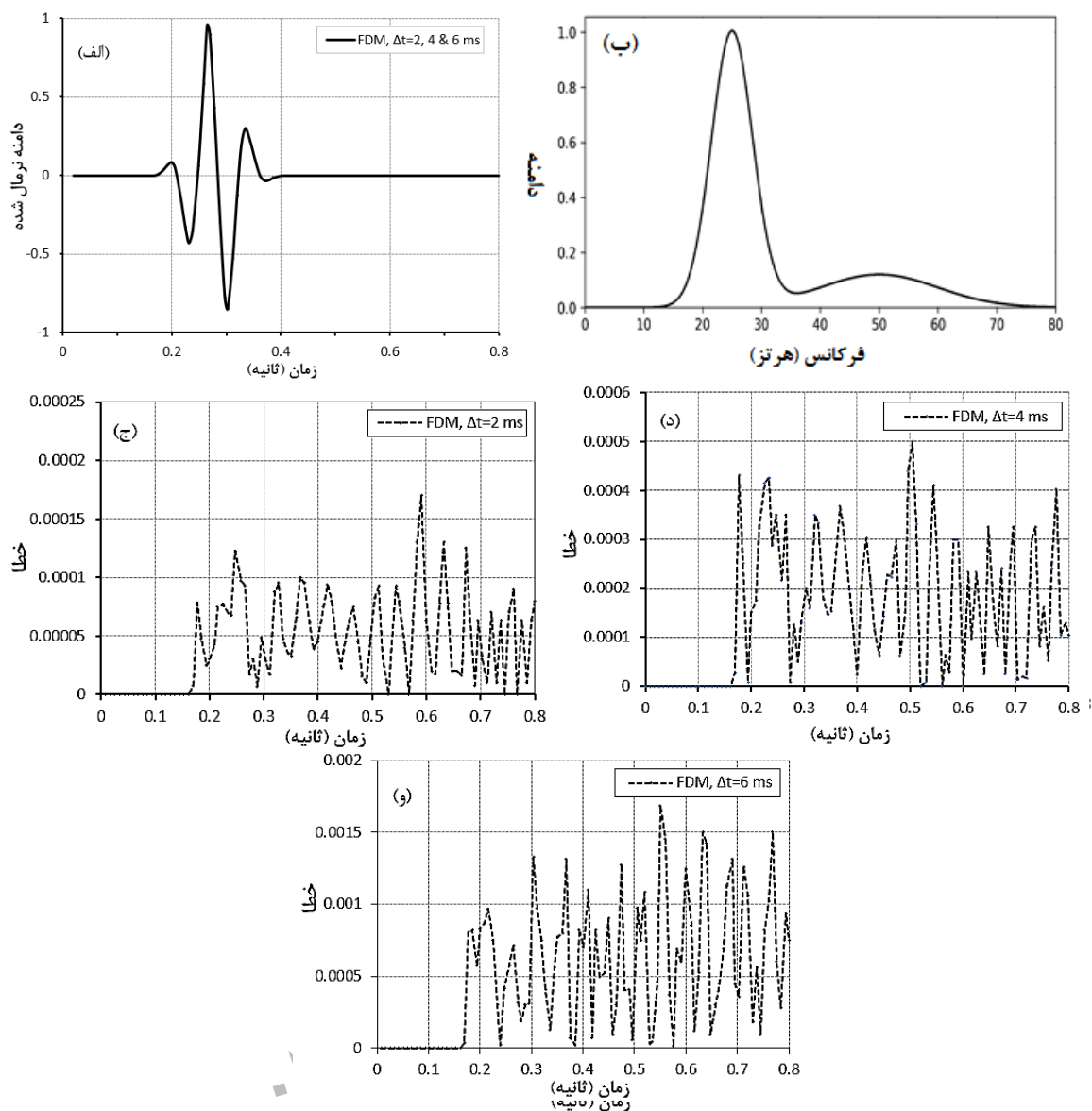
- اعمال شرط تصویرسازی: این شرط نقاط چشمه و گیرنده را مطابق رابطه (۱۲)، در زمان همبسته می‌کند، تا تصویر نهایی زیرسطحی تولید گردد.

$$I(x) = \int_0^{t_{\max}} S(x,t)R(x,t)dt \quad (12)$$

بطوریکه  $S(x,t)$  میدان موج برونمایی شده از چشمه،  $R(x,t)$  میدان موج برونمایی شده از گیرنده و  $I(x)$  شرط تصویرسازی می‌باشد.

### ۱.۳. نتایج حل عددی به روش تفاضلات محدود

انتخاب مناسب پارامترهای گسسته‌سازی مکانی و زمانی نقش تعیین‌کننده‌ای در دقت و پایداری شبیه‌سازی عددی دارد. فاصله شبکه باید به اندازه‌ای کوچک انتخاب شود که کوتاه‌ترین طول موج مورد نظر به‌طور مناسب نمونه‌برداری گردد. در هنگام اجرای عددی نه تنها دقت، که زمان پردازش و حافظه مورد نیاز نیز موضوعات مهمی تلقی می‌شوند. طرح ارائه شده رابطه (۱۰)، برای برونمایی میدان موج دقت خوبی را بدست می‌دهد. در شکل ۲، دقت نتایج برونمایی میدان موج با استفاده از روش تفاضلات محدود برای یک محیط با سرعت ثابت و موجک ریکر با ماکزیمم فرکانس ۲۵ هرتز، تزریق شده در وسط مدل نشان داده شده است. موجک ریکر با فرکانس غالب ۲۵ هرتز استفاده شد، زیرا این فرکانس یکی از متداول‌ترین فرکانس‌های مورد استفاده در مطالعات لرزه‌نگاری اکتشافی بوده و تعادل مناسبی میان قدرت تفکیک و عمق نفوذ امواج ایجاد می‌کند. بطوریکه این فرکانس با مشخصات مدل و فاصله نمونه‌برداری مکانی انتخاب‌شده سازگاری مناسبی داشته و امکان انتشار پایدار میدان موج را فراهم می‌کند. همچنین سه گام زمانی ۲، ۴ و ۶ میلی‌ثانیه انتخاب شدند تا رفتار



شکل ۲- مقایسه خطای مطلق دامنه نرمال شده ردهای لرزه‌ای. (الف) موجک ریکر استفاده شده برای پرونیایی میدان موج با استفاده از روش تفاضلات محدود. برای گام‌های زمانی، (ب) طیف فرکانسی موجک، (ج)  $\Delta t = 2 \text{ ms}$ ، (د)  $\Delta t = 4 \text{ ms}$ ، (و)  $\Delta t = 6 \text{ ms}$ .

محاسباتی صورت گرفت تا ضمن جلوگیری از پراکندگی عددی، جزئیات ساختاری مدل نیز به‌خوبی بازسازی شود.

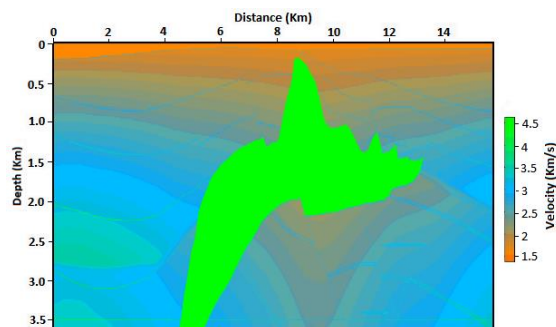
در نهایت الگوریتم پیشنهاد شده برای گام‌های زمانی ( $\Delta t$ ) مختلف شامل ۲، ۴، ۶ و ۸ میلی‌ثانیه مورد آزمایش قرار گرفت تا تأثیر بزرگی گام زمانی بر دقت انتشار موج، پایداری محاسبات و کیفیت تصویر نهایی بررسی شود. مقایسه نتایج حاصل از این بازه‌های زمانی نشان می‌دهد که با افزایش گام زمانی، هزینه محاسباتی کاهش می‌یابد، اما در مقابل احتمال بروز پراکندگی عددی و ناپایداری در بازسازی مرزهای پیچیده افزایش پیدا می‌کند. از این رو،

به‌منظور گسسته‌سازی مدل، در راستای افقی ( $x$ ) تعداد ۱۵۵۰ نقطه شبکه با فاصله نمونه‌برداری ۱۰ متر ( $\Delta x = 10$ ) در نظر گرفته شد و در راستای  $z$  نیز تعداد ۳۶۰ نقطه با فاصله نمونه‌برداری ۱۰ متر ( $\Delta z = 10$ ) مورد استفاده قرار گرفت. در نتیجه، ابعاد مدل برابر با ۱۵/۵ کیلومتر در جهت افقی و ۳/۶ کیلومتر در جهت عمقی خواهد بود که امکان شبیه‌سازی ساختارهای بزرگ‌مقیاس و پیچیده را فراهم می‌کند. انتخاب فاصله نمونه‌برداری ۱۰ متر با هدف حفظ تعادل میان دقت عددی و هزینه

نتایج مربوط به گام زمانی ۴ میلی‌ثانیه نیز کیفیت تصویری قابل قبولی را نشان می‌دهد و در مقایسه با حالت ۲ میلی‌ثانیه تنها کاهش اندکی در وضوح برخی رخدادهای باریک مشاهده می‌شود. با وجود این، اکثر ساختارهای اصلی زمین‌شناسی همچنان به‌خوبی قابل تشخیص هستند و آثار پراکندگی عددی هنوز در سطح ناچیزی قرار دارد. این موضوع نشان می‌دهد که در این بازه زمانی، شرط پایداری عددی همچنان برقرار بوده و الگوریتم توانسته است بدون ایجاد خطاهای محسوس، انتشار موج را مدل‌سازی کند. از منظر عملی، این نتیجه حائز اهمیت است؛ زیرا کاهش تعداد گام‌های زمانی نسبت به حالت ۲ میلی‌ثانیه، زمان پردازش و هزینه محاسباتی را به‌طور قابل توجهی کاهش می‌دهد، در حالی که افت کیفیت تصویر بسیار محدود است.

در مقابل، نتایج حاصل از گام‌های زمانی ۶ و ۸ میلی‌ثانیه به‌وضوح تحت تأثیر پراکندگی و ناپایداری عددی قرار گرفته‌اند (شکل‌های ۴-ج و ۴-د). در این تصاویر، بازتاب‌ها دچار اعوجاج شده و پیوستگی جانبی رخدادها به میزان محسوسی کاهش یافته است. همچنین، بخش‌هایی از تصویر شامل نویزهای مصنوعی، رخدادهای غیرواقعی و پراکندگی عددی هستند که هیچ ارتباطی با ساختار واقعی مدل ندارند. این پدیده به‌ویژه در نواحی با تغییرات شدید سرعت، مانند مرز گنبد نمکی و بخش‌های پرشیب، شدت بیشتری دارد. در این نواحی، انتشار موج شامل زوایای انتشار متنوع، شکست‌های پیچیده و مؤلفه‌های فرکانسی گسترده است؛ از این رو هرگونه افزایش بیش از حد در گام زمانی باعث می‌شود الگوریتم نتواند تغییرات سریع میدان موج را به‌درستی دنبال کند و خطاهای فازی و دامنه‌ای در پاسخ عددی ایجاد شود. در واقع افزایش گام زمانی موجب کاهش دقت تقریب مشتقات زمانی در حل عددی معادله موج می‌شود. در نتیجه سرعت انتشار عددی میدان موج به تدریج از سرعت واقعی انتشار فاصله گرفته و اختلاف فاز میان پاسخ عددی و پاسخ واقعی افزایش می‌یابد. این اختلاف باعث تغییر شکل جبهه موج، کاهش تمرکز انرژی بازتابی و در نهایت ایجاد پدیده پراکندگی عددی می‌شود. از آنجا که در روش RTM تصویر نهایی از همبستگی میدان موج چشمه و گیرنده به دست می‌آید، هرگونه خطا در انتشار میدان موج در مراحل مختلف

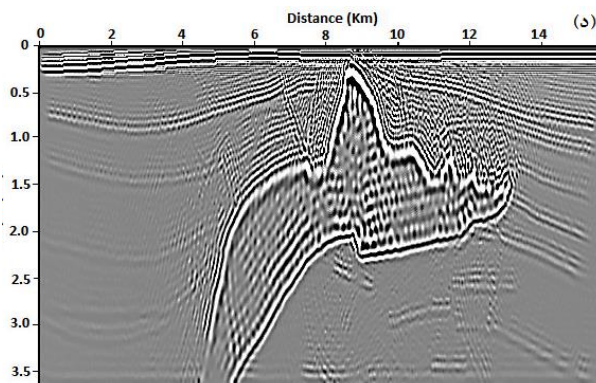
انتخاب گام زمانی مناسب نقش مهمی در ایجاد توازن میان سرعت محاسبات و دقت تصویرسازی لرزه‌ای دارد.



شکل ۳- مدل سرعت گنبد نمکی SEG/EAGE

نتایج حاصل از مهاجرت زمانی معکوس عمقی پس از اعمال فیلتر بالاگذر در شکل ۴، ارائه شده است. استفاده از فیلتر بالاگذر سبب تعدیل نوفه‌های فرکانس پایین و افزایش وضوح مرزهای ساختاری شده و امکان ارزیابی دقیق‌تر کیفیت تصویرسازی را فراهم می‌کند. همان‌گونه که در شکل‌های ۴-الف و ۴-ب مشاهده می‌شود، نتایج مربوط به گام‌های زمانی ۲ و ۴ میلی‌ثانیه از کیفیت تصویری بسیار مناسبی برخوردار هستند. در این حالت، مرز ساختارهای زیرسطحی، بویژه لبه‌ها و بخش‌های پرشیب گنبد نمکی، با وضوح و تفکیک‌پذیری مناسبی بازسازی شده‌اند و رخدادهای بازتابی از پیوستگی جانبی قابل قبولی برخوردارند. همچنین، دامنه بازتاب‌ها در نواحی عمیق‌تر نیز تا حد زیادی حفظ شده و آثار ناشی از تضعیف عددی یا محوشدگی رخدادها به حداقل رسیده است.

در تصاویر حاصل از گام زمانی ۲ میلی‌ثانیه، دقت انتشار میدان موج بسیار بالا بوده و مرزهای ساختاری به‌صورت نرم و پیوسته نمایش داده شده‌اند. این موضوع بیانگر آن است که تقریب عددی مشتقات زمانی و مکانی توانسته است رفتار واقعی انتشار موج را با دقت شبیه‌سازی کند. علاوه بر این، در نواحی با تغییرات شدید سرعت، مانند اطراف گنبد نمکی، بازتاب‌ها از تمرکز مناسبی برخوردار بوده و پدیده‌هایی نظیر شکست و انحراف موج به‌درستی مدل‌سازی شده‌اند. با این حال، استفاده از چنین گام زمانی کوچکی منجر به افزایش تعداد تکرارهای زمانی و در نتیجه افزایش قابل توجه زمان اجرا و حجم محاسباتی می‌شود.

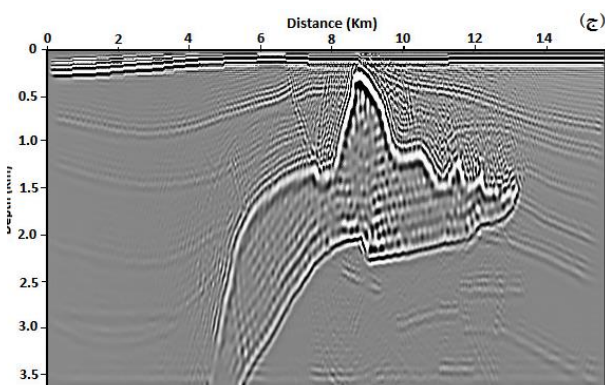
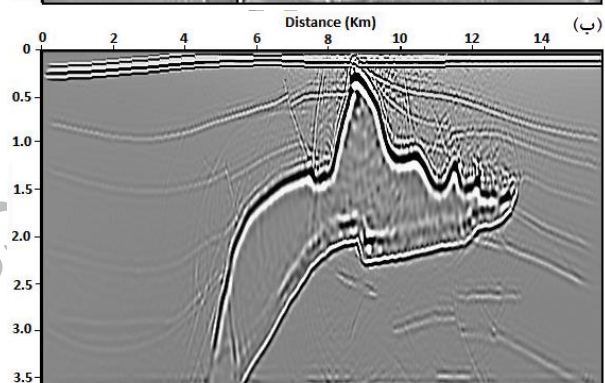
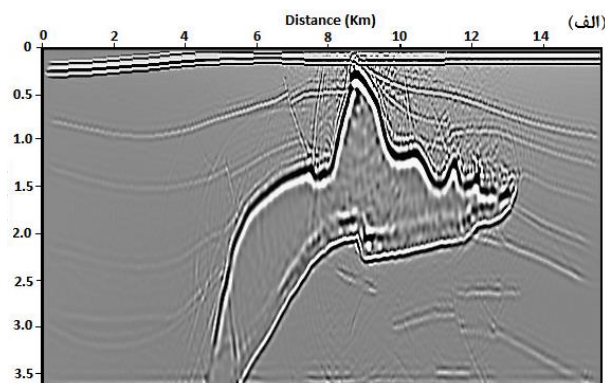


شکل ۴- نتایج تصویرسازی حاصل از روش مهاجرت زمانی معکوس برای گام‌های زمانی مختلف. الف) تصویر حاصل برای گام زمانی  $\Delta t = 2 \text{ ms}$ ، ب) تصویر حاصل برای گام زمانی  $\Delta t = 4 \text{ ms}$ ، ج) تصویر حاصل برای گام زمانی  $\Delta t = 6 \text{ ms}$ ، د) تصویر حاصل برای گام زمانی  $\Delta t = 8 \text{ ms}$ .

افزون بر این، در گام‌های زمانی بزرگ‌تر، بخشی از انرژی موجی به صورت غیرفیزیکی در شبکه عددی منتشر می‌شود که نتیجه آن ایجاد رخدادهای کاذب و از دست رفتن تمرکز بازتاب‌ها است. این مسئله نشان می‌دهد که اگرچه افزایش گام زمانی باعث کاهش زمان محاسبات می‌شود، اما در مدل‌های پیچیده‌ای مانند گنبد نمکی، این کاهش هزینه محاسباتی با افت شدید کیفیت تصویر همراه خواهد بود. در واقع، حساسیت بالای مهاجرت زمانی معکوس نسبت به دقت انتشار میدان موج سبب می‌شود که کوچک‌ترین خطای عددی در مراحل انتشار مستقیم یا پس‌انتشار، در تصویر نهایی تقویت گردد.

از دیدگاه محاسباتی، استفاده از گام‌های زمانی کوچک‌تر نیازمند تعداد تکرارهای بیشتر و در نتیجه زمان اجرا و حافظه بالاتر است، اما در مقابل پایداری و دقت تصویرسازی را تضمین می‌کند. در مقابل، گام‌های زمانی بزرگ‌تر اگرچه هزینه محاسباتی را کاهش می‌دهند، اما احتمال نقض شرط پایداری و ایجاد پراکندگی عددی را افزایش می‌دهند. بر اساس نتایج این مطالعه، گام زمانی ۴ میلی‌ثانیه مناسب‌ترین توازن میان دقت تصویرسازی و کارایی محاسباتی را فراهم کرده است؛ زیرا ضمن حفظ وضوح ساختارهای اصلی و جلوگیری از بروز ناپایداری عددی، زمان پردازش را نیز نسبت به حالت ۲ میلی‌ثانیه به طور محسوسی کاهش می‌دهد. این نتیجه نشان می‌دهد که انتخاب بهینه گام زمانی، به‌ویژه در مدل‌های پیچیده

محاسبات تقویت شده و به صورت کاهش وضوح بازتاب‌ها، اعوجاج مرزهای ساختاری و ایجاد رخدادهای غیرواقعی در تصویر نهایی ظاهر می‌شود. این اثر در مدل‌هایی با تغییرات شدید سرعت، مانند مدل گنبد نمکی، به دلیل پیچیدگی مسیر انتشار امواج و شکست‌های متعدد، با شدت بیشتری مشاهده می‌شود.



زمین‌شناسی، نقش کلیدی در موفقیت الگوریتم‌های مهاجرت زمانی معکوس ایفا می‌کند. خلاصه نتایج اجرای طرح RTM-FDM شامل زمان محاسبات، دقت و پراکندگی عددی در جدول ۱، ارائه شده است.

جدول ۱. ارزیابی اثر گام زمانی بر عملکرد محاسباتی، دقت عددی و کیفیت تصویر مهاجرت یافته روش RTM در مدل گنبد نمکی (SEG/EAGE) با استفاده از سیستم با پردازنده هفت هسته ای و RAM ۱۶ گیگابایت.

| گام زمانی<br>(میلی ثانیه) | زمان اجرا<br>(دقیقه) | کاهش زمان<br>نسبت به گام<br>زمانی ۲ میلی<br>ثانیه (درصد) | خطای دامنه<br>(درصد) | خطای فاز<br>(درجه) | میزان پراکندگی عددی | کیفیت تصویر<br>مهاجرت یافته نهایی |
|---------------------------|----------------------|----------------------------------------------------------|----------------------|--------------------|---------------------|-----------------------------------|
| ۲                         | ۳۸۵                  | -                                                        | ۱٫۸                  | ۲٫۵                | Very low            | Excellent                         |
| ۴                         | ۲۰۵                  | ۴۷                                                       | ۳٫۶                  | ۴٫۸                | Low                 | Very good                         |
| ۶                         | ۱۲۲                  | ۴۰٫۵                                                     | ۸٫۷                  | ۱۰٫۵               | Moderate            | Acceptable                        |
| ۸                         | ۷۱                   | ۴۱٫۸                                                     | ۱۶٫۲                 | ۱۸٫۶               | High                | Poor                              |

### نتیجه گیری

داشته و می‌تواند در مطالعات لرزه‌ای و اکتشافی مورد استفاده قرار گیرد.

### ۵. منابع

- [1] Schuster, G.T. (2017). Reverse Time Migration. Yonghe Sun, Seismic Inversion, Tulsa, Ok: SEG, pp. 123-136. <https://doi.org/10.1190/1.9781560803423.fm>.
- [2] Biondi, B. (2006). 3D Seismic Imaging. SEG, Tulsa, Ok. <https://doi.org/10.1190/1.9781560801689.fm>.
- [3] Hemon C. (1978). Equations d'onde et modes. Geophysical prospecting 26: 790 - 821.
- [4] Baysal, E., Kosloff, D.D., Sherwood, J.W.C. (1983). Reverse time migration. Geophysics 48: 1514e1524. <https://doi.org/10.1190/1.1441434>.
- [5] Loewenthal, D., Mufti, I.R. (1983). Reverse time migration in spatial frequency domain. Geophysics 48 (5): 627-635. <https://doi.org/10.1190/1.1441493>.
- [6] McMechan G. A. (1983). Migration by extrapolation of time-dependent boundary values, Geophysical Prospecting 31: 413-420. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1983.tb01060.x>.

در این پژوهش، حل عددی معادله موج صوتی با استفاده از روش تفاضلات محدود به منظور تصویرسازی لرزه‌ای ساختارهای پیچیده زمین‌شناسی در قالب مهاجرت زمانی معکوس (RTM) مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور، مشتقات زمانی با تقریب مرتبه دوم و مشتقات مکانی با تقریب مرتبه چهارم گسسته‌سازی شدند تا ضمن حفظ پایداری عددی، دقت مناسبی در انتشار میدان موج حاصل گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در محیط همگن و همچنین مدل گنبد نمکی (SEG/EAGE) نشان داد که انتخاب گام زمانی تأثیر مستقیمی بر کیفیت تصویر مهاجرت یافته و پایداری عددی دارد. در گام‌های زمانی ۲ و ۴ میلی‌ثانیه، بازتاب‌ها از پیوستگی و وضوح مناسبی برخوردار بوده و مرزهای ساختاری، به‌ویژه بخش‌های پرشیب گنبد نمکی، به‌خوبی بازسازی شدند. در مقابل، در گام‌های زمانی ۶ و ۸ میلی‌ثانیه آثار پراکندگی و ناپایداری عددی به‌صورت مصنوعات کاذب، اعوجاج بازتاب‌ها و کاهش کیفیت تصویر مشاهده شد. بررسی نتایج همچنین نشان داد که اگرچه استفاده از گام‌های زمانی کوچک‌تر موجب افزایش دقت تصویرسازی و کاهش خطاهای عددی می‌شود، اما زمان اجرا و هزینه محاسباتی را نیز افزایش می‌دهد. بر این اساس، گام زمانی ۴ میلی‌ثانیه مناسب‌ترین توازن میان دقت عددی و کارایی محاسباتی را فراهم کرد و به‌عنوان مقدار بهینه برای اجرای الگوریتم پیشنهاد شد. به‌طور کلی، نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که روش تفاضلات محدود مرتبه بالا در چارچوب RTM، قابلیت مناسبی برای تصویرسازی ساختارهای پیچیده زیرسطحی

finite difference pre-stack reverse time migration and GPU implementation. Chin. J. Geophys 53 (4): 600-610. <https://doi.org/10.1002/cjg2.1530>.

[16] Liu, H., Ding, R., Liu, L., Liu, H. (2012a). Wavefield reconstruction methods for reverse time migration. J. Geophys. Eng 10 (1): 015004. <https://doi.org/10.1088/17422132/10/1/015004>.

[17] Liu, H., Li, B., Tong, X., Liu, Q., Wang, X., Liu, W. (2012b). The issues of prestack reverse time migration and solutions with graphic processing unit implementation. Geophys. Prospect 60 (5): 906-918. <https://doi.org/10.1111/j.13652478.2011.01032.x>.

[18] Dai, W., Wang, X., Schuster, G.T. (2011). Least-squares migration of multisource data with a deblurring filter. Geophysics 76 (5): R135-R146. <https://doi.org/10.1190/geo2010-0159.1>.

[19] Dai, W., Schuster, G.T. (2013). Plane-wave least-squares reverse-time migration. Geophysics 78 (4): S165-S177. <https://doi.org/10.1190/geo2012-0377.1>.

[20] Liu, G., Liu, Y., Ren, L., Meng, X. (2013). 3D seismic reverse time migration on GPGPU. Comput. Geosci. 59: 17-23. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2013.05.009>.

[21] Dussaud, E., Symes, W.W., Williamson, P., Lemaistre, L., Singer, P., Denel, B., Cherrett, A. (2008). Computational strategies for reverse-time migration. SEG Expand. Abstracts 27: 2267-2271. <https://doi.org/10.1190/1.3059336>.

[22] Liu, G.F., Liu, H., Li, B., Liu, Q., Tong, X.L. (2009). Method of prestack time migration of seismic data of mountainous regions and its GPU implementation. Chin. J. Geophys. 52 (6): 1381-1388. <https://doi.org/10.1002/cjg2.1463>.

[7] Bednar, J.B. (2005). A brief history of seismic migration Geophysics 70: 3-20. <https://doi.org/10.1190/1.1926579>.

[8] Boechat, J.B., Bulaco, A., Filho, D.M.S., Cunha, P.M., Mansur, W.J., Moreira, T. (2007). A 3D reverse-time migration scheme for offshore seismic data. SEG Expand. Abstract 26, 2427-2431. <https://doi.org/10.1190/1.2792971>.

[9] Jones, I.F., Goodwin, M.C., Berranger, I.D., Zhou, H., Farmer, P.A. (2007). Application of anisotropic 3D reverse time migration to complex North Sea imaging. SEG Expand. Abstracts 26, 2140-2144. <https://doi.org/10.1190/1.2792911>.

[10] Yan, J., Sava, P. (2008). Isotropic angle-domain elastic reverse time migration. Geophysics 73: S229-S239. <https://doi.org/10.1190/1.2981241>.

[11] McMechan, G.A. (1982). Determination of source parameters by wave field extrapolation. Geophys. J. Int. 71: 613-628. <http://doi/10.1111/j.1365-246X.1982.tb02788.x>.

[12] Whitmore, N.D. (1983). Iterative depth migration by backward time propagation. SEG Tech. Progr. Expand. Abstr. 2, 382-385. <https://doi.org/10.1190/1.1893867>.

[13] Yoon, K., Marfurt, K.J. (2006). Reverse-time migration using the Poynting vector. Explor. Geophys. 37: 102-107. <http://doi/abs/10.1071/EG06102>.

[14] Moradpouri, F., Moradzadeh A., Pestana R. C., Soleimani Monfared, M. (2016). An improvement in RTM method to image steep dip petroleum bearing structures and its superiority to other methods. Journal of Mining and Environment 8(4): 573-578. DOI: [10.22044/jme.2016.635](https://doi.org/10.22044/jme.2016.635). DOI: [10.22044/jme.2016.635](https://doi.org/10.22044/jme.2016.635).

[15] Liu, H.W., Li, B., Liu, H., Tong, X.L., Liu, Q. (2010). The algorithm of high order

- p>wavefield decomposition,
- Geophysics*
- 76: S29–S39.
- [32] Sava P. and Vasconcelos I. (2011). Extended imaging conditions for wave-equation migration, *Geophysical Prospecting* 59: 35-55.
- [33] Whitmore N. D. and Crawley S. (2012). Application of RTM inverse scattering imaging conditions, 82nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1-6.
- [34] Moradpouri, F., Moradzadeh A., Pestana R. C., Soleimani Monfared, M. (2017). Improvement of seismic imaging condition to suppress RTM artifacts. *Geophysics* 82(6): pp. S403-S409. DOI: [10.1190/geo2016-0475.1](https://doi.org/10.1190/geo2016-0475.1).
- [35] Moradpouri, F. (2020). A new approach in reverse time migration for properly imaging of complex geological media. *Acta Geophysica*. 69: 529-538. Doi: 10.1007/s11600-021-00565-x.
- [36] Li, J., Du G., Qin, D., Yin, W., Tan, J., Liu, Z., Song, P. (2024). Excitation-time imaging condition reverse-time migration based on a physics-informed neural network traveltimes calculation with wavefield decomposition using an optical flow vector, *Journal of Geophysics and Engineering* 21(1): pp. 200–220, <https://doi.org/10.1093/jge/gxad106>.
- [37] Wang, J. Li, Q. Qiao, B. and Qi, J. (2025). Reverse Time Migration Using Excitation Amplitude Imaging Condition Based on Accurate First-Arrival Traveltimes Calculation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 63: 1-11. doi: 10.1109/TGRS.2025.3527144.
- [38] Gao, L., Li, Z., Li, H., Yang, W. and Zhand, Q. (2025). Reverse time migration based on local Nyquist cross-correlation imaging condition with accurate first-arrival traveltimes correction. *Front. Earth Sci.* 13:1605436. doi: 10.3389/feart.2025.1605436.
- [23] Zhang, Y., Zhang, G. (2009). One-step extrapolation method for reverse time migration. *Geophysics* 74 (4): A29-A33. <https://doi.org/10.1190/1.3123476>.
- [24] Moradpouri, F. (2021). Seismic data inversion using an optimal least square reverse time migration. *Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering* 11(26): pp. 13-21. doi: 10.22034/anm.2021.1938.
- [25] Guitton, A., Kaelin, B., Biondi, B. (2006). Least-squares attenuation of reverse-timemigration artefacts. *Geophysics* 72 (1): S19-S23. <https://doi.org/10.1190/1.2399367>.
- [26] Fei, T.W., Luo, Y., Yang, J., Liu, H., Qin, F. (2015). Removing false images in reverse time migration: the concept of de-primary. *Geophysics* 80 (6): S237-S244. <https://doi.org/10.1190/geo2015-0289.1>.
- [27] Fletcher, R.P., Fowler, P.J., Kitchenside, P., Albertin, U. (2006). Suppressing unwanted internal reflections in prestack reverse-time migration. *Geophysics* 71 (6): E79-E82. <https://doi.org/10.1190/1.2356319>.
- [28] Wang, P., Gomes, A., Zhang, Z., Wang, M. (2016). Least-squares RTM: Reality and Possibilities for Subsalt Imaging. SEG Technical Program Expanded Abstracts, pp. 4204-4209. <https://doi.org/10.1190/segam2016-13867926.1>.
- [29] Valenciano A. and Biondi B. (2003). 2-D deconvolution imaging condition for shot-profile migration, 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2431–2433.
- [30] Sava P. and Fomel S. (2006). Time-shift imaging condition in seismic migration”, *Geophysics* 71: S209-S217.
- [31] Liu F., Zhang G., Morton S. A. and Leveille J. P. (2011). An effective imaging condition for reverse-time migration using

- 
- <sup>12</sup> Second order approximation
  - <sup>13</sup> Numerical dispersion
  - <sup>14</sup> Source wavefield propagation
  - <sup>15</sup> Particle velocity field
  - <sup>16</sup> Receiver wavefield propagation

[39] Moradpour, F., Moradzadeh, A., Cruz Pestana, R., soleimani Monfared, M. (2015). A new numerical and analytical scheme to solve the full wave equation for seismic modeling based on REM and Leapfrog methods', Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering 5(10): 41-48 [In Persian].

[40] Moradpour, F. (2021). Seismic data inversion using an optimal least square reverse time migration, Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering 11(26): 13-21. doi: 10.22034/anm.2021.1938 [In Persian].

[41] Moradpour, F. (2019). Presentation a new and efficient imaging condition in Reverse Time Migration. Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 9(20): 81-87. doi: 10.29252/anm.2019.1367 [In Persian].

[42] Moradpour, F., Moradzadeh A., Pestana R. C., Soleimani Monfared, M. (2016). Seismic reverse time migration using a new wave-field extrapolator and a new imaging condition. Acta Geophysica 64(5): 1673-1690. DOI: [10.1515/acgeo-2016-0076](https://doi.org/10.1515/acgeo-2016-0076).

[43] Etgen J. (1986). High-order finite-difference reverse time migration with the 2-way non-reflecting wave equation, Stanford Exploration Project, report SEP-48, 133–146.

- 
- <sup>1</sup> Wavefield extrapolation
  - <sup>2</sup> Imaging condition
  - <sup>3</sup> Reverse Time Migration- RTM
  - <sup>4</sup> Hemon
  - <sup>5</sup> Baysal
  - <sup>6</sup> Loewenthal & Mufti
  - <sup>7</sup> McMechan
  - <sup>8</sup> Multiple arrivals
  - <sup>9</sup> Graphics Processing Unit
  - <sup>10</sup> Explicit methods
  - <sup>11</sup> Finite Difference Method-FDM