

## تبدیل به قطب آنومالی‌های مغناطیسی با استفاده از بسط سری تیلور با مطالعه موردی در معدن سنگ آهن سیریز کرمان

کمال علمدار<sup>1\*</sup>، احمد معدنچی<sup>2</sup>

1- استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد  
2- مربی، مجتمع دانشگاهی آمایش و پدافند غیر عامل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت: مهر 1392 پذیرش: اسفند 1393)

### چکیده

به خاطر ماهیت دو قطبی آنومالی‌های مغناطیسی توده‌های مولد آنومالی مغناطیسی با پارامترهای متقارن به غیر از قطبین مغناطیسی در محل‌های دیگر آنومالی‌های مغناطیسی نامتقارن تولید می‌کنند که تفسیر این آنومالی‌ها دشوار است. با استفاده از تکنیک تبدیل به قطب می‌توان این محدودیت را برطرف کرد و آنومالی برداشت شده در هر موقعیتی را به آنومالی اندازه گیری شده در قطبین مغناطیسی تبدیل کرد. این روش معمولاً در حوزه فرکانس صورت می‌گیرد که باعث القاء نویز به داده‌ها خواهد شد. محدودیت دیگر این روش لزوم ثابت بودن زاویه میل و انحراف بردار مغناطیسی در چهارگوش مورد بررسی است. الگوریتم‌های زیادی برای حل این مشکل ارائه شده است. روشی که در این نوشته ارائه می‌شود بر اساس بسط سری تیلور تبدیل به قطب حول میانگین زاویه میل و انحراف بردار مغناطیسی در محدوده برداشت است. این روش بر روی داده‌های مغناطیسی معدن سنگ آهن سیریز استان کرمان به کاربرده شده و نتایج با آن با تبدیل به قطب در حوزه فرکانس مقایسه شده است.

### کلمات کلیدی

تبدیل به قطب، زاویه میل، زاویه انحراف، بسط سری تیلور

\* عهده دار مکاتبات: kamal.alamdar@gmail.com

## 1- مقدمه

یکی از عوامل مؤثر بر شکل آنومالی‌های مغناطیسی زاویه میل بردار میدان مغناطیس زمین است. مقدار زاویه میل در قطبین مغناطیسی 90 درجه، در استوا صفر درجه و سایر محل‌ها مقادیری بین صفر و 90 درجه دارد [1]. به غیر از مواردی که توده در قطب مغناطیسی واقع شده است، سایر آنومالی‌های مغناطیسی شکل نامتقارن دارند. تبدیل به قطب عملگری است که شکل نامتقارن آنومالی مغناطیسی را به شکلی متقارن تبدیل می‌کند. به این ترتیب آنومالی مغناطیسی به آنومالی اندازه‌گیری شده در قطب مغناطیسی تبدیل می‌شود و ضمناً باعث جانمایی دقیق آنومالی بر روی توده می‌شود.

این عملگر در حوزه فرکانس از رابطه زیر به دست می‌آید [2]:

$$A'(u, v) = \frac{A(u, v)}{(\sin \theta + i \cos \theta \sin(\varphi + \alpha))^2} \quad (1)$$

در این رابطه  $A(u, v)$  شدت آنومالی در فرکانس‌های  $(u, v)$ ،  $\theta$ ،  $\varphi$  به ترتیب زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس زمین و  $\alpha = \tan^{-1}(v/u)$  است.

انجام تبدیل به قطب در حوزه فرکانس و با استفاده از رابطه (1) سبب بروز مشکلاتی در نتایج خواهد شد. به عنوان مثال در مواردی که توده در عرض‌های جغرافیایی پایین مغناطیس شده و یا برای توده‌هایی که مغناطیس باقیمانده ناشناخته دارند نتایج این روش قابل استناد نیست [3]. به علاوه چون این روش در حوزه فرکانس عمل می‌کند، زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس زمین باید در چهارگوش مورد مطالعه ثابت باشد. تغییرات زاویه انحراف بردار ژئومغناطیس در ایران در حد 4-5 درجه است لذا تغییرات اندک آن تأثیر چندانی بر روی نتایج تبدیل به قطب ندارد. اما تغییرات زاویه میل را نمی‌توان نادیده گرفت. روش‌های مختلفی برای حل این مشکل ارائه شده است. لو و همکاران (2003) از کامپیوترهایی که به طور شبکه به هم وصل بودند داده‌های مغناطیسی در یک شبکه  $n \times m$ ،  $n \times m$  بار به قطب منتقل کردند. در این روش تغییرات زاویه میل در منطقه مورد مطالعه در مقیاس ناحیه برداشت مغناطیسی به نقشه در آورده می‌شود. سپس برای

هر داده مغناطیس برداشت شده، زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس مربوط به آن نقطه انتخاب و در تبدیل به قطب داده‌ها استفاده می‌شود و این کار در مورد تمام داده‌های مغناطیسی انجام می‌گیرد. عیب این روش زیاد بودن عملیات محاسباتی، وقت گیر بودن و نیاز به چندین کامپیوتر است. روش لایه‌های معادل نیز برای تبدیل به قطب داده‌های مغناطیسی با مقادیر مختلف زاویه میل می‌تواند استفاده شود [5] (وان فرز و همکاران 1986). در این روش با استفاده از روش وارون سازی که مقادیر خودپذیری مغناطیسی نیز تخمین زده می‌شود، مدل‌هایی با مقادیر زاویه میل و انحراف مختلف در ابعاد شبکه برداشت در نظر گرفته می‌شود، سپس یک مدل پیشرو برای تبدیل به قطب داده‌ها و محاسبه پاسخ مغناطیسی آن‌ها در زاویه میل 90 درجه (متناسب با قطب) محاسبه می‌شود. در این روش نیز مشکل پیچیده بودن محاسبات و عملیات ریاضی باعث عدم کاربرد عملی آن برای داده‌های برداشت شده در مقیاس وسیع می‌شود. در صورتی که تغییرات زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس زمین ناچیز باشد، برای تبدیل به قطب می‌توان از میانگین مقادیر زاویه میل و انحراف استفاده کرد. در مواردی که این تغییرات زیاد باشد می‌توان منطقه مورد مطالعه را به قسمت‌هایی که زاویه میل و انحراف تغییر چندانی ندارند تقسیم و از میانگین آن‌ها در تبدیل به قطب استفاده کرد. ارکانی حامد [6] این تکنیک را در حوزه فرکانس به کار برد. اما نیاز به حافظه زیاد برای ذخیره داده‌های هر قسمت و وقت گیر بودن عملیات از دلایل عدم کاربرد این روش است. راه حل بهینه که بتوان تکنیک تبدیل به قطب را در کمترین زمان ممکن و توسط مقادیر مختلف زاویه میل انجام داد، و در ضمن مشکل القاء نویز نیز به حداقل برسد، انجام تبدیل به قطب در حوزه مکان است. روشی که در این نوشته از آن استفاده می‌شود، استفاده از بسط سری تیلور در تبدیل به قطب آنومالی‌های مغناطیسی است. این روش در حوزه مکان انجام گرفته، محدودیت‌های تبدیل به قطب در حوزه فرکانس را ندارد و در ضمن بسیار ساده تر و سریع تر از الگوریتم‌های دیگر صورت می‌پذیرد. نتایج کاربرد این روش بر روی داده‌های مغناطیسی معدن سنگ آهن سیریز استان کرمان به کار برده شده است.

## 2- تبدیل به قطب آنومالی های مغناطیسی با استفاده از بسط سری تیلور

سری تیلور بسط سری تابع حول یک نقطه است که برای تابع  $f(x)$  سری تیلور آن حول نقطه  $a$  از رابطه (2) به دست می آید.

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n + \dots \quad (2)$$

برای تبدیل به قطب آنومالی های مغناطیسی با استفاده از بسط سری تیلور از رابطه (3) استفاده می شود. در این رابطه تابع  $f(x) = RTP$  و نقطه  $a$  برابر میانگین زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس زمین در محدوده مورد مطالعه است.

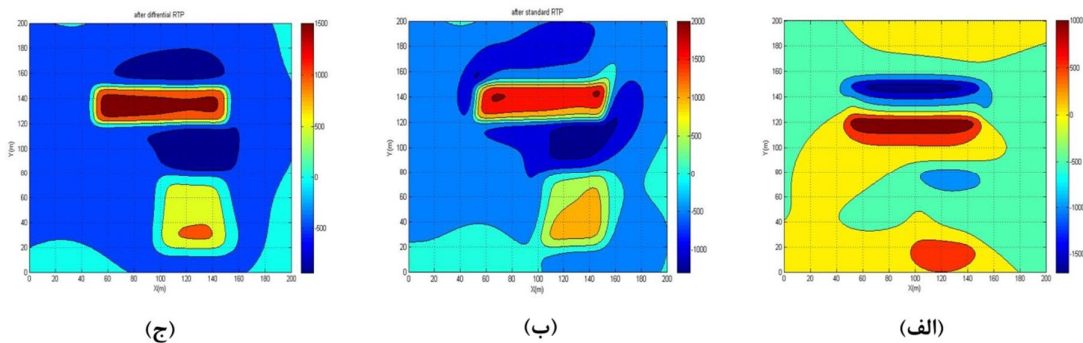
$$RTP_{var} = RTP_{mean} + (I_{cdp} - I_{mean}) \frac{\partial RTP}{\partial inc} + 0.5(I_{cdp} - I_{mean})^2 \frac{\partial^2 RTP}{\partial inc^2} + (D_{cdp} - D_{mean}) \frac{\partial RTP}{\partial dec} + 0.5(D_{cdp} - D_{mean})^2 \frac{\partial^2 RTP}{\partial dec^2} + \dots \quad (3)$$

در این رابطه  $RTP_{var}$  تبدیل به قطب با مقادیر متغیر زاویه میل،  $RTP_{mean}$  تبدیل به قطب با استفاده از میانگین زاویه میل و انحراف در چهارگوش مورد مطالعه،  $I_{cdp}$  و  $D_{cdp}$  (cdp = current data point) به ترتیب مقادیر

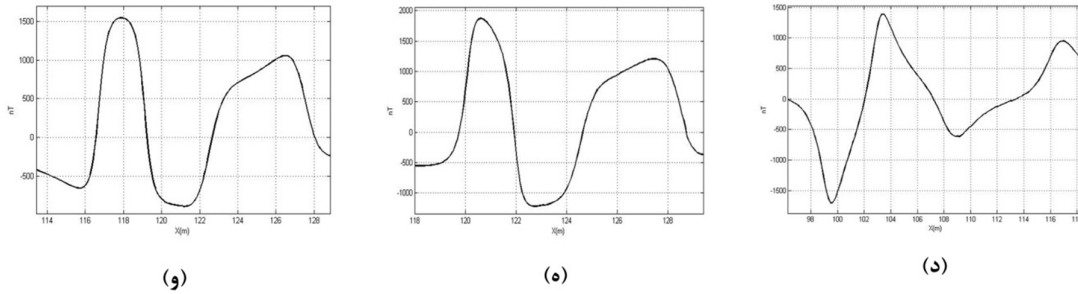
زاویه میل و انحراف نقطه انتخابی و  $I_{mean}$  و  $D_{mean}$  به ترتیب میانگین زاویه میل و انحراف در چهارگوش مورد مطالعه است [7].

همانطور که گفته شد برای استفاده از رابطه (1) جهت تبدیل به قطب داده های مغناطیسی باید زاویه میل و انحراف مورد استفاده ثابت باشد از طرف دیگر ثابت بودن زاویه میل و انحراف و به طور خاص زاویه میل، سبب کاهش اعتبار نتایج تبدیل به قطب می شود. لذا با استفاده از رابطه (1) و میانگین زاویه میل و انحراف در محدوده برداشت تبدیل به قطب انجام می شود ( $RTP_{mean}$ ). برای لحاظ کردن تغییرات زاویه میل و انحراف نقاط مختلف برداشت شده، بسط سری تیلور تابع  $RTP_{mean}$  حول نقطه میانگین زاویه میل و انحراف نوشته می شود. بدین ترتیب طبق رابطه (3) کلیه مقادیر زاویه میل و انحراف نقاط برداشت شده در تبدیل به قطب شرکت خواهند داشت. در ضمن برای جلوگیری از القاء نویز به داده ها مشتقات لازم در حوزه مکان و با استفاده از روش اختلاف محدود<sup>1</sup> محاسبه می شود [8].

شکل 1 کاربرد روش را روی داده های مغناطیس مصنوعی دو توده منشوری نشان می دهد. هندسه مدل ها در شکل 2 نشان داده شده است. جدول 1 مشخصات پارامترهای به کار رفته در تولید پاسخ مغناطیسی مدل ها را نشان می دهد.



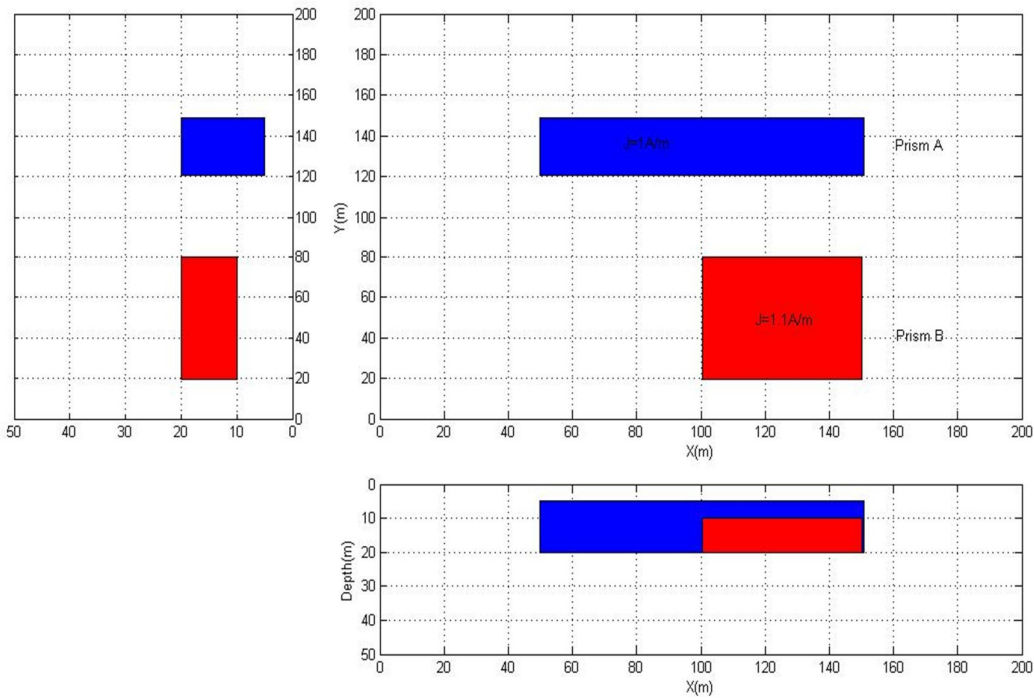
شکل 1: الف) پاسخ مغناطیسی دو توده منشوری با سطح مقطع مستطیل. ب) تبدیل به قطب داده های قسمت الف در حوزه فرکانس و با استفاده از الگوریتم استاندارد. ج) تبدیل به قطب داده های قسمت الف توسط بسط سری تیلور و در حوزه مکان با مقادیر متغیر زاویه میل و انحراف



ادامه شکل 1: (د) مقطع شمالی - جنوبی داده‌های مغناطیسی شکل 1 (الف). (ه) مقطع شمالی - جنوبی داده‌های تبدیل به قطب استاندارد شکل 1 (ب). (و) مقطع شمالی - جنوبی داده‌های تبدیل به قطب در حوزه مکان شکل 1 (ج)

جدول 1: پارامترهای به کار رفته در تولید مدل مصنوعی شکل 1

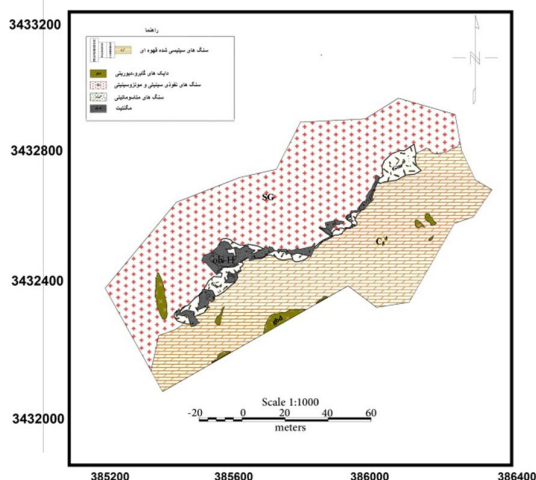
ردیف	نام توده	طول (متر)	عرض (متر)	ضخامت (متر)	مغناطیس شدگی (A/m)	زاویه میل (درجه)	زاویه انحراف	مغناطیس باقیمانده
1	منشور A	100	25	15	1	30	10	دارد
2	منشور B	50	50	10	1/1	30	10	ندارد



شکل 2: هندسه مدل مصنوعی متشکل از دو توده منشوری

قطب داده‌های مغناطیسی شکل 1 (الف) توسط بسط سری تیلور و با استفاده از مقادیر متغیر زاویه میل آمده است. در شکل 1، (د-و) مقاطع شمالی جنوبی شکل‌های (1، الف-ج)

شکل 1 (الف) آنومالی مغناطیسی مدل‌ها را نشان می‌دهد. شکل 1 (ب) تبدیل به قطب استاندارد (متداول) داده‌های مغناطیسی شکل 1 (الف) را در حوزه فرکانس برای تمام داده‌ها نشان می‌دهد. در شکل 1 (ج) تبدیل به



شکل 3: نقشه زمین شناسی ساده شده محدوده مورد مطالعه

عملیات مغناطیس سنجی در منطقه مورد مطالعه در یک شبکه منظم و در 56 پروفیل شرقی - غربی به طول 1500 متر انجام شده است. پس از برداشت داده ها و اعمال تصحیحات لازم، نقشه مغناطیس باقیمانده منطقه رسم شد که در شکل 4 آمده است. همانطور که مشاهده می شود در این منطقه چندین دوقطبی در امتداد شمال غربی - جنوب شرقی دیده می شود که همگی یک منشأ دارند و در اثر عوامل تکتونیکی به صورت گسسته دیده می شوند. مقادیر زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس زمین در منطقه مورد مطالعه توسط سیستم میدان مغناطیس مرجع جهانی<sup>3</sup> (IGRF) به ترتیب برابر با 40/19 درجه و 5/23 درجه به دست آمد. ابتدا تبدیل به قطب در حوزه فرکانس و با مقادیر ثابت زاویه میل و انحراف به دست آمده از سیستم IGRF انجام شد که در شکل 5 نشان داده شده است. به منظور تبدیل به قطب داده های مغناطیسی توسط بسط سری تیلور و در حوزه مکان تغییرات زاویه میل و انحراف در منطقه مورد مطالعه بررسی شد با توجه به خطی بودن تغییرات زاویه میل و انحراف تبدیل به قطب در حوزه مکان از با استفاده از رابطه (3) و با دو جمله از بسط سری تیلور انجام شد که در شکل 6 نشان داده شده است. با مقایسه دو شکل 5 و 6 مشاهده می شود که در شکل 5 به دلیل این که از طول و عرض جغرافیایی مرکز منطقه در تخمین زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس زمین (سیستم IGRF) استفاده شده نتیجه تبدیل به قطب داده ها از این مقادیر متأثر شده و به طرف مرکز نقشه کشیده شده است

آمده است. همانطور که مشخص است در شکل (1، و) تقارن آنومالی نسبت به شکل (1، ه) بهبود یافته است.

تعداد جملات مورد استفاده در رابطه (3) به دقت مورد نیاز بستگی دارد. اما تخمینی از خطا در هر نقطه از با استفاده جمله باقیمانده<sup>2</sup> سری تیلور به دست می آید.

$$R_n = \frac{(x - x_0)^{n+1} f^{n+1} x^*}{(n+1)!} \quad (4)$$

در این رابطه  $x^*$  نقطه ای است که بین  $x$  و  $x_0$  قرار دارد. در مورد تبدیل به قطب رابطه (4) به شکل زیر بازنویسی می شود.

$$R_n = \frac{(I_{cdp} - I_{mean})^{n+1}}{(n+1)!} RTP_{mean}^{n+1} inc^* + \frac{(D_{cdp} - D_{mean})^{n+1}}{(n+1)!} RTP_{mean}^{n+1} dec^* \quad (5)$$

در این رابطه  $inc^*$  بین صفر و  $(I_{cdp} - I_{mean})$  و  $dec^*$

نیز بین صفر و  $(D_{cdp} - D_{mean})$  قرار دارد.

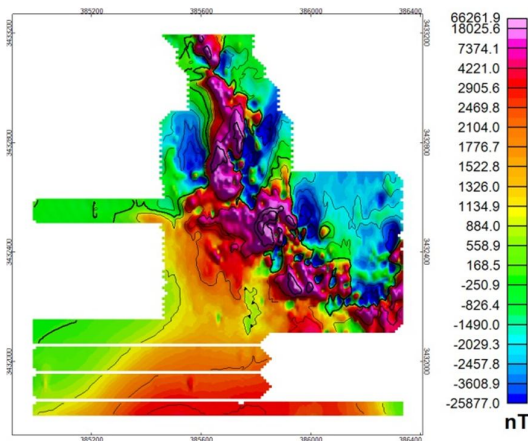
در حالت کلی تعداد جملات مورد نیاز بسط سری تیلور، به الگوی تغییر زاویه میل در منطقه مورد بررسی بستگی دارد. به عنوان مثال در شکل (1) الگوی تغییرات زاویه میل مدل دوقطبی، خطی است لذا استفاده از دو جمله سری تیلور مناسب به نظر می رسد. در صورتیکه الگوی تغییرات پیچیده باشد بسته به دقت مورد نیاز جملات بیشتری از سری تیلور را می توان مورد استفاده قرار داد.

### 3- کاربرد روش بر روی داده های مغناطیسی معدن سنگ آهن سیریز کرمان

محدوده سنگ آهن سیریز در چهارگوش 1:250000

زمین شناسی راور استان کرمان واقع شده است. ماده معدنی به صورت یک رخنمون سنگ آهن مگنتیت - هماتیت درون گسلی تشکیل شده است که تقریباً از امتداد شمال شرقی - جنوب غربی برخوردار بوده و بیشتر حالت دایکی دارد. این رخنمون در مرز مشترک آهک ها همراه با ماسه سنگ ها و سینیت با سنگ های نفوذی مشاهده می شود (شکل 3).

انجام عملیات‌ها در حوزه مکان که باعث عدم القاء نویز به داده‌ها می‌شود. این روش بر روی داده‌های مغناطیس باقیمانده معدن سنگ آهن سیریز کرمان به کار برده شده که نتایج آن در مقایسه با نتایج تبدیل به قطب در حوزه فرکانس بهبود یافته است. تبدیل به قطب داده‌ها در حوزه فرکانس که با استفاده از طول و عرض جغرافیایی مرکز منطقه مورد مطالعه انجام شده است باعث جابجایی آنومالی به طرف مرکز منطقه می‌شود در حالیکه تبدیل به قطب با استفاده از الگوریتم جدید باعث جانمایی دقیق آنومالی بر روی توده مولد آنومالی می‌شود.

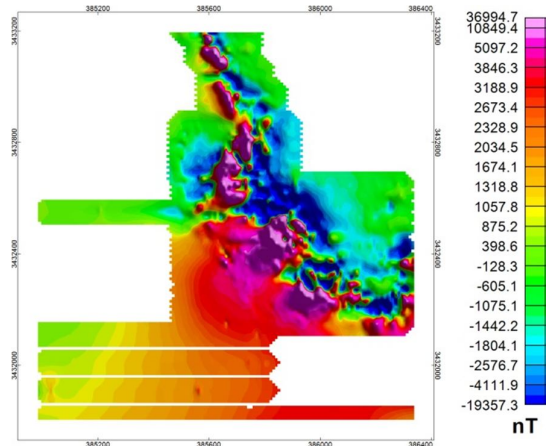


شکل 6: نقشه تبدیل به قطب داده‌های مغناطیس باقیمانده معدن سنگ آهن سیریز در حوزه مکان و با استفاده از سری تیلور

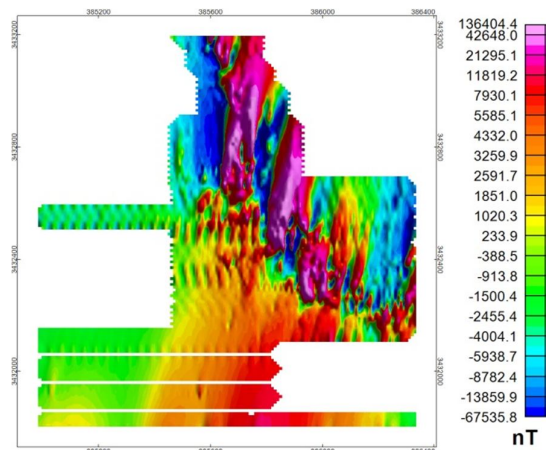
## 5- مراجع

- [1] علمدار، ک. انصاری، ع، 1387. "بررسی عوامل مؤثر بر شکل آنومالی‌های مغناطیسی". سیزدهمین کنفرانس ژئوفیزیک ایران، سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور.
- [2] Baranov, V., 1957; A new method for interpretation of aeromagnetic maps: pseudo-gravimetric anomalies; *Geophysics*, 22 (2), 359-383.
- [3] Silva, J.C.B., 1986; Reduction to the pole as an inverse problem and its application to low latitude anomalies; *Geophysics*, 51(2). 369-382.
- [4] Lu, R.S., Mariano, J., Willen, D.E., 2003; Differential reduction of magnetic anomalies to the pole on a massively parallel computer; *Geophysics*, 68(6), 1945-1951.
- [5] Von Frese, R.R.B., Hinze, W.J., Brail, L.W., 1981; Spherical earth gravity and magnetic analysis by equivalent point source inversion; *Earth and Planetary Science Letters*, 53, 69-83.
- [6] Arkani-Hamed, J., 1988; Differential reduction

که حتی تا گوشه شمال شرقی منطقه نیز ادامه دارد و در نتیجه محدوده آنومالی مغناطیسی بر هم خورده است در صورتیکه در شکل 6 نتیجه آنومالی تبدیل به قطب دارای دقت بیشتری است و بر روی توده قرار گرفته است.



شکل 4: نقشه مغناطیس باقیمانده معدن سنگ آهن سیریز استان کرمان



شکل 5: نقشه تبدیل به قطب استاندارد داده‌های مغناطیس باقیمانده معدن سنگ آهن سیریز در حوزه فرکانس

## 4- نتیجه گیری

در این نوشته روشی ساده برای تبدیل به قطب داده‌های مغناطیسی با مقادیر مختلف زاویه میل و انحراف بردار ژئومغناطیس در محدوده مورد بررسی ارائه شد. این روش بر مبنای بسط سری تیلور تابع تبدیل به قطب حول میانگین زاویه میل و انحراف در محدوده برداشت است. مزیت این روش نسبت به روش‌های قبلی، سریع بودن و

to the pole of regional magnetic anomalies;  
Geophysics, 53 (12), 1592-1600.

[7] Cooper, G.R.J., and Cowan, D.R., 2005;  
Differential reduction to the pole: Computers &  
Geosciences, v.31, p.989-999.

[8] Blakely, R.J., 1995; Potential Theory in Gravity  
and Magnetic Applications, Cambridge University  
press, New York, NY 435pp.

- 
- 1- Finite difference
  - 2- Remainder term
  - 3- International Geomagnetic Reference Field

## Reduction to the pole of magnetic anomaly using Taylor's series expansion with case study in Siriz Iron ore mine

K.Alamdar<sup>1\*</sup>, A. Madanchi

1- Assistant Professor, Dept. of Mining and Metallurgy, Yazd University, Iran  
2- Instructor, Dept. of Passive Defense, Malek Ashtar University of Technology, Iran

\* Corresponding Author: [kamal.alamdar@gmail.com](mailto:kamal.alamdar@gmail.com)  
(Received: October 2013, Accepted: March 2015)

### Abstract

Due to dipolar nature of magnetic anomaly, symmetric causative magnetic bodies located anywhere other than magnetic poles produce asymmetric anomaly, which causes complicated interpretation. Using RTP technique these asymmetric anomalies are converted to that are observed in magnetic poles. This technique is usually utilized in the frequency domain in which induces noise in dataset. Other limitation is restricting the application of the algorithm to regions with constant geomagnetic inclination and declination. Various algorithms have been devised to solve this problem. In this regard, the method based on Taylor's series expansion of RTP data in mean value of inclination and declination in studied area has been devised. This method has been applied on magnetic data from Siriz Iron ore mine and their results are compared to the frequency domain RTP.

### Keywords

Reduction to the Pole (TTP), Inclination, Declination, Taylor's Series Expansion