

استفاده از روش ناپیوستگی جابه‌جایی در تحلیل مکانیسم انتشار ترک‌ها در مواد شبه سنگی

هادی حائری^۱، کوروش شهریار^۲، محمد فاتحی مرجی^۳، پرویز معارف‌وند^۴

۱- دانشجوی دکترای مکانیک سنگ، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن و متالوژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالوژی، دانشگاه یزد

۴- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالوژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(دریافت تیر ماه ۹۲، پذیرش اسفند ۹۲)

چکیده

در طبیعت، مواد ترد سنگی ترک دار (ترک‌های از پیش موجود) معمولاً تحت بارگذاری فشاری قرار می‌گیرند. مطالعه مکانیسم انتشار ترک‌ها در سنگ برای طراحی سازه‌های سنگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این تحقیق، مکانیسم شروع، گسترش و بهم پیوستگی ترک‌های از پیش موجود در مدل‌های عددی و نمونه‌های شبه سنگی تحلیل شده است. همچنین، تأثیر زاویه ترک بر تنش شروع رشد ترک، تنش بهم پیوستگی و زاویه شروع رشد ترک مورد بحث قرار گرفته است. روش عددی بکارگرفته شده ناپیوستگی جابه‌جایی به همراه المان‌های مرتبه بالا (المان‌های کوادراتیک) است که یکی از زیر مجموعه‌های روش المان مرزی غیر مستقیم می‌باشد. نمونه‌های آزمایشگاهی از مواد شبه سنگی (ترکیبی از سیمان، ماسه و آب) تهیه شده‌اند و در آن‌ها ترک‌های از پیش موجود با زوایای مختلف و فاصله داری یکسان نسبت به همدیگر ایجاد شده است. با بارگذاری محوری این نمونه‌ها تنش شروع ترک، تنش شکست و مسیر انتشار و بهم پیوستگی ترک‌ها تعیین گردیده است. اثر زاویه ترک‌های اولیه نسبت به همدیگر باعث تغییر مسیر بهم پیوستگی و مسیر نهایی شکست می‌گردد. بر اساس نتایج بدست آمده از آزمایشات و مدل‌سازی عددی، ترک‌های باله‌ای ابتدا شروع به انتشار می‌کنند و نقش اصلی را در شکست نهایی نمونه‌های شبه سنگی دارند، اما امکان تشکیل شدن ترک‌های ثانویه از نوک ترک‌های از پیش موجود وجود دارد. مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که روند انتشار و بهم پیوستگی ترک‌ها از تطابق بسیار خوبی برخوردار هستند.

کلمات کلیدی

نمونه‌های شبه سنگی، مسیر بهم پیوستگی ترک‌ها، تحلیل‌های عددی و آزمایشگاهی

۱- مقدمه

ترک‌ها می‌توانند به عنوان هسته‌ای بحرانی برای شکست نمونه سنگی باشند که از بهم پیوستن و رشد متناوب آن‌ها، شکست نهایی سنگ اتفاق می‌افتد [۱]. بنابراین، مطالعه تولید، گسترش و بهم پیوستن این ترک‌ها در پیش بینی فرآیند شکست سنگ نقش مهمی را ایفا می‌کنند [۲].

مکانیسم رشد ترک‌های از پیش موجود در سنگ برای حالت‌های بارگذاری کششی و برشی متفاوت است و معمولاً به دلیل پایین بودن چقرمگی شکست کششی سنگ اغلب به صورت کششی اتفاق می‌افتد [۳]. غالباً در بارگذاری فشاری تک محوری مسیر رشد ترک‌ها به موازات تنش فشاری بیشینه است [۴، ۵]. برای مطالعه تجربی روند انتشار ترک‌ها در سنگ معمولاً از نمونه‌های شبه سنگی (به دلیل در دسترس بودن، قابلیت تکرارپذیری نتایج و امکان مقایسه نتایج دیگران با یکدیگر)، استفاده می‌شود.

آزمون‌های آزمایشگاهی برای مطالعه فرآیند شکست در نمونه‌های سنگی و شبه سنگی حاوی ترک‌های از پیش موجود تحت آزمایش‌های فشاری توسط محققین انجام شده است [۶، ۱۹]. در این مطالعات آزمایشگاهی اختلاف‌هایی در الگوهای ترک‌های ایجاد شده تحت تنش فشاری دیده شده که بستگی به مواد به کار رفته دارند. الگوی ترک‌های ایجاد شده عبارت از (شکل ۱): ترک‌های باله‌ای و ترک‌های ثانویه، ترک‌های باله‌ای، ترک‌های کششی هستند که از مجاور نوک ترک از پیش موجود شروع می‌شوند و به صورت منحنی و در امتداد فشار بیشینه گسترش می‌یابند. ترک‌های ثانوی، ترک‌های برشی هستند که در ابتدا از نوک ترک‌ها شروع می‌شوند و به دو دسته تقسیم بندی می‌شوند. ۱- ترک‌های صفحه‌ای یا شبه صفحه‌ای ۲- ترک‌های مورب.

اخیراً پارک و بوبت [۲۰] در سال ۲۰۱۰ فرآیند شکست را در نمونه‌های شبه سنگی حاوی ۳ ترک باز و بسته از پیش موجود تحت فشاری تک محوری مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها اختلافات و مشابهات بین ترک‌های باز و بسته با هندسه‌های متفاوت ترک را تشخیص دادند. در این راستا لی و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۱۱ با انجام آزمایش تک محوری در نمونه‌های پلی متیل متاکریلی (PMMA)،

گرانیت دیاستون و گرانیت هانگ دانگ حاوی ۱ و ۲ ترک از پیش موجود، فرآیند انتشار ترک و نحوه پیشروی آن را تحت بررسی قرار دادند.



شکل ۱: الگوی ترک‌های ایجاد شده در نمونه شبه سنگی حاوی ترک شیب‌دار مرکزی تحت فشار تک محوری [۱]

روش‌های آنالیز عددی مانند روش‌های اجزاء محدود و اجزاء مرزی به طور گسترده‌ای برای حل مسائل مربوط به مکانیک شکست بر اساس تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده شده است. برای افزایش دقت در محاسبه ناپیوستگی‌های جابه‌جایی در نزدیک نوک‌های ترک (که در نهایت فاکتورهای شدت تنش بر اساس آن‌ها محاسبه می‌شوند)، از المان‌های ویژه نوک ترک استفاده شده است. با توجه به شرایط مرزی در نظر گرفته برای هر ترک (دو شرط مرزی برای هر ترک) سیستم‌های معادلات جبری حاکم بر مسئله تا حدی مشکل می‌گردد که از طریق روش ناپیوستگی جابه‌جایی قابل حل می‌باشد. در اینجا، گسترش ترک و نیز تمرکز تنش در نوک ترک و نیز ضریب شدت تنش را می‌توان از طریق روش ناپیوستگی جابه‌جایی بدست آورد.

راه حل‌های تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی متفاوتی برای حل مسائل رشد ترک‌ها در نمونه‌های سنگی و شبه سنگی ارائه شده است. معمولاً به دلیل پیچیدگی این مسائل، استفاده هم‌زمان این روش‌ها می‌تواند منجر به راه حل‌های قابل اعتماد تری می‌گردد. در این مطالعه از مدل‌سازی

المان مرتبه دوم است با فرض $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3$ توابع شکل در یک المان مرتبه دوم سه گره موجود در مرکز سه زیرالمان به عنوان نقاط برهم نهی شناخته می‌شوند. در شکل ۲ از دسته المان‌های سه تایی برای حالت کوادراتیک استفاده شده است. ضمناً طول المان‌ها در هر دسته المان با هم مساوی در نظر گرفته شده است ($\ell_1 = \ell_2 = \ell_3$).

رفتار ویژه نوک ترک برای افزایش دقت لازم است برای محاسبه ناپیوستگی در جابه‌جایی‌ها از المان‌های با مرتبه بالا (المان‌های کوادراتیک) استفاده شود. در این تحقیق از سه المان ویژه نوک ترک جهت دست یافتن به دقت بالایی در جابه‌جایی‌های ناپیوستگی موجود در نزدیک به انتهای طرفین ترک، استفاده شده است (شکل ۳). برای استفاده از سه المان ویژه نوک ترک از رابطه (۳) می‌توان استفاده کرد.

$$DD_j(\delta) = [\Gamma_{\ell_1}(\delta)]DD_j^1(\ell) + [\Gamma_{\ell_2}(\delta)]DD_j^2(\ell) + [\Gamma_{\ell_3}(\delta)]DD_j^3(\ell) \quad (3)$$

با در نظر گرفتن طول کل المان نوک ترک با سه زیرالمان $\ell = (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3)$ ، شکل معادلات عمومی $\Gamma_{\ell_1}(\delta)$ و $\Gamma_{\ell_2}(\delta)$ و $\Gamma_{\ell_3}(\delta)$ می‌تواند به صورت زیر بدست آید:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\ell_1}(\delta) &= \frac{15\delta^{\frac{1}{2}}}{8\ell_1^{\frac{1}{2}}} - \frac{\delta^{\frac{3}{2}}}{\ell_1^{\frac{3}{2}}} + \frac{\delta^{\frac{5}{2}}}{8\ell_1^{\frac{5}{2}}}, \\ \Gamma_{\ell_2}(\delta) &= \frac{-5\delta^{\frac{1}{2}}}{8\ell_1^{\frac{1}{2}}} + \frac{3\delta^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{3}\ell_1^{\frac{3}{2}}} - \frac{\delta^{\frac{5}{2}}}{4\sqrt{3}\ell_1^{\frac{5}{2}}}, \\ \Gamma_{\ell_3}(\delta) &= \frac{3\delta^{\frac{1}{2}}}{8\sqrt{5}\ell_1^{\frac{1}{2}}} - \frac{\delta^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{5}\ell_1^{\frac{3}{2}}} + \frac{\delta^{\frac{5}{2}}}{8\sqrt{5}\ell_1^{\frac{5}{2}}} \end{aligned} \quad (4)$$

۳- اعتبار سنجی روش عددی پیشنهادی

به منظور بررسی دقت و صحت مقادیر تنش‌ها و تغییر شکل‌ها و همچنین فاکتورهای شدت تنش در نوک ترک، رفتار یک ترک مرکزی ساده تحت تنش به صورت تحلیلی و عددی بررسی شده است.

ترک مرکزی مایل در فضای نامحدود در شکل ۴ نشان داده شده است. زاویه ϕ نسبت به محور X تغییر کرده و

عددی المان مرزی بر پایه اصول مکانیک شکست سنگ استفاده شده است. همچنین نمونه‌های آزمایشگاهی از مواد شبه سنگی تهیه شده و راه حل آزمایشگاهی هم ارائه گردیده است. از راه حل تحلیلی که معمولاً برای مسائل بسیار ساده مکانیک شکست است، بهره گرفته شده است. این روش‌ها را می‌توان برای اعتبار سنجی نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی بکار برد.

۲- روش ناپیوستگی جابه‌جایی بالاتر

روش ناپیوستگی جابه‌جایی که یک روش المان مرزی غیرمستقیم است توسط کروش [۲۲، ۲۳] توسعه داده شده است. این روش برای مدل‌سازی مسائل گسترش ترک در مکانیک شکست سنگ بسیار کاربردی و مناسب است. در این روش میزان تغییر شکل نرمال و موازی با ترک (تغییر شکل ناشی از بازشدگی ترک و تغییر شکل ناشی از لغزش ترک) به راحتی قابل محاسبه است. به طور ویژه، این روش می‌تواند تخمین تنش و تغییرشکل برای مسائلی همانند یک ترک خمیده، یک ترک متقاطع و یک ترک دارای نیروهای اصطکاکی را تسهیل بخشد [۲۹، ۲۴]. در این مقاله المان‌های ناپیوستگی جابه‌جایی با مرتبه بالاتر (المان‌های کوادراتیک یعنی المان‌هایی که هر کدام از مرتبه دو بوده و دارای سه زیرالمان هستند) جهت دست یافتن به دقت بالا در جابه‌جایی‌های ناپیوستگی استفاده شده است.

شکل ۲ توزیع ناپیوستگی جابه‌جایی مرتبه دوم را نشان می‌دهد که می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [۲۲]:

$$DD_j(\delta) = \sum_{i=1}^3 \Gamma_j(\delta) DD_j^i, \quad j = x, y \quad (1)$$

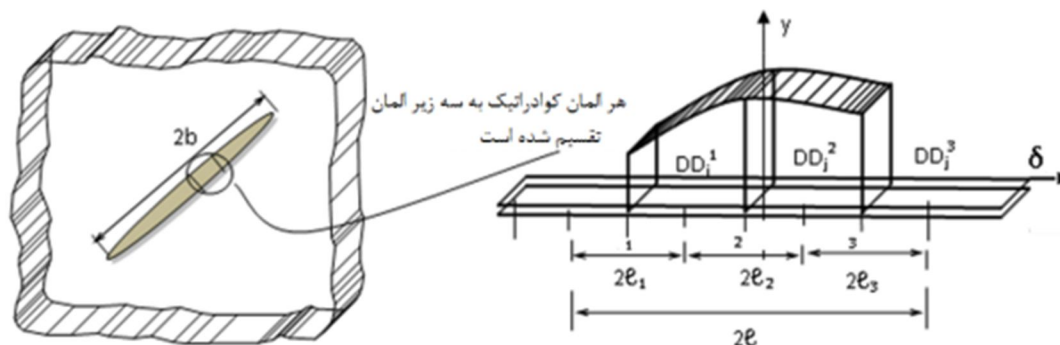
که در آن DD_j^1 ، DD_j^2 و DD_j^3 گره‌های مرتبه دوم (کوادراتیک)، δ ، فاصله از نوک ترک در راستای محور x در یک المان ناپیوستگی جابه‌جایی است و

$$\begin{aligned} \Gamma_1(\delta) &= -(3\ell_1^3 - \ell_1^2\delta - 3\ell_1\delta^2 + \delta^3)/(48\ell_1^3), \\ \Gamma_2(\delta) &= (9\ell_1^3 - 9\ell_1^2\delta - \ell_1\delta^2 + \delta^3)/(16\ell_1^3), \\ \Gamma_3(\delta) &= (9\ell_1^3 + 9\ell_1^2\delta - \ell_1\delta^2 - \delta^3)/(16\ell_1^3) \end{aligned} \quad (2)$$

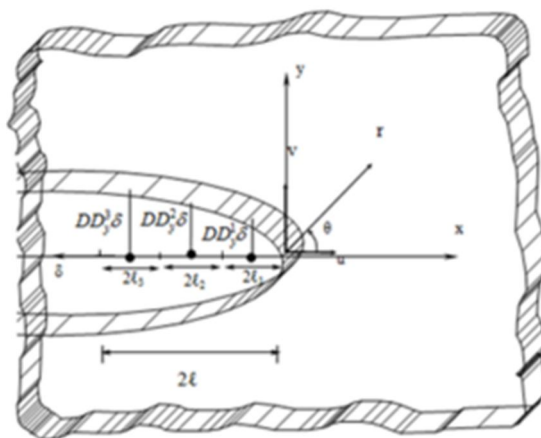
توابع شکل دارای برهم‌نهی مرتبه دوم هستند. ℓ_1 ، ℓ_2 ، ℓ_3 نصف طول سه زیرالمان موجود در یک

روش تحلیلی که برای محاسبه فاکتور شدت تنش برای ترک مرکزی مایل در فضای نامحدود وجود دارد، در رابطه (۵) آمده است [۱۸].

تنش فشاری به موازات محور Y وارد می‌شود. خصوصیات مکانیکی یک نمونه فرضی نامحدود حاوی یک ترک شیب‌دار مرکزی در جدول ۳ ارائه شده است.



شکل ۲: المان‌های جابه‌جایی ناپیوستگی با مرتبه بالاتر با استفاده از تکنیک منظم مرزی کوادراتیک



شکل ۳: طرز عمل سه المان در نوک ترک با استفاده از تکنیک منظم مرزی [۲۲]

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a \varpi_I} \quad (5)$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a \varpi_{II}}$$

که در آن K_I و K_{II} به ترتیب فاکتورهای شدت تنش حالت I و حالت II و σ ، تنش فشاری، b ، نصف طول ترک و ϖ_I و ϖ_{II} ضرایب بی بعد، توابعی از ϕ هستند که می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\varpi_I = \frac{1 + \cos 2\phi}{2}$$

$$\varpi_{II} = \frac{\sin 2\phi}{2}$$

(۶)

جدول ۱: خصوصیات مکانیکی یک نمونه فرضی در فضای نامحدود

واحد	مقدار	پارامتر	توصیف
mm	۱۰	2b	طول ترک
MPa	۱۰	σ	تنش فشاری
GPa	۱۰	E	مدول یانگ
-	۰/۲	ν	ضریب پواسون
MPa mm ^{1/2}	۱/۸	K_{IC}	شکست چقرمگی
mm	۰/۲	L	طول نوک ترک
Deg.	-	ϕ	زاویه شیب ترک

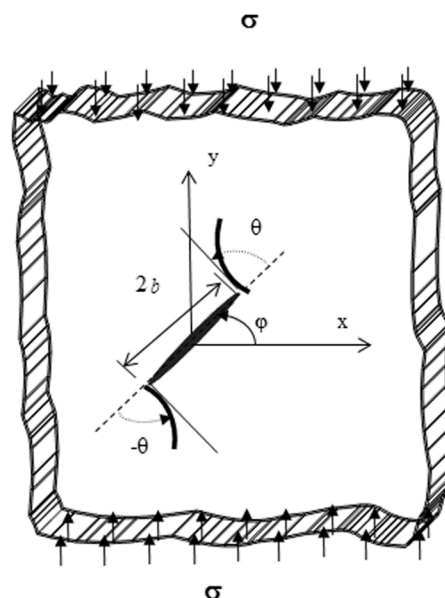
مقدار خود می‌رسد. علاوه بر این، بارگذاری خالص حالت I در $\varphi=0^\circ$ و بارگذاری خالص حالت II در $\varphi=45^\circ$ اتفاق افتاده است. در تحلیل‌های عددی و تحلیلی، از فاکتورهای شدت تنش نرمال‌سازی شده (K_I^N و K_{II}^N) استفاده شده است.

$$K_I^N = \frac{K_I}{\sigma \sqrt{\pi b}} \quad (7)$$

$$K_{II}^N = \frac{K_{II}}{\sigma \sqrt{\pi b}}$$

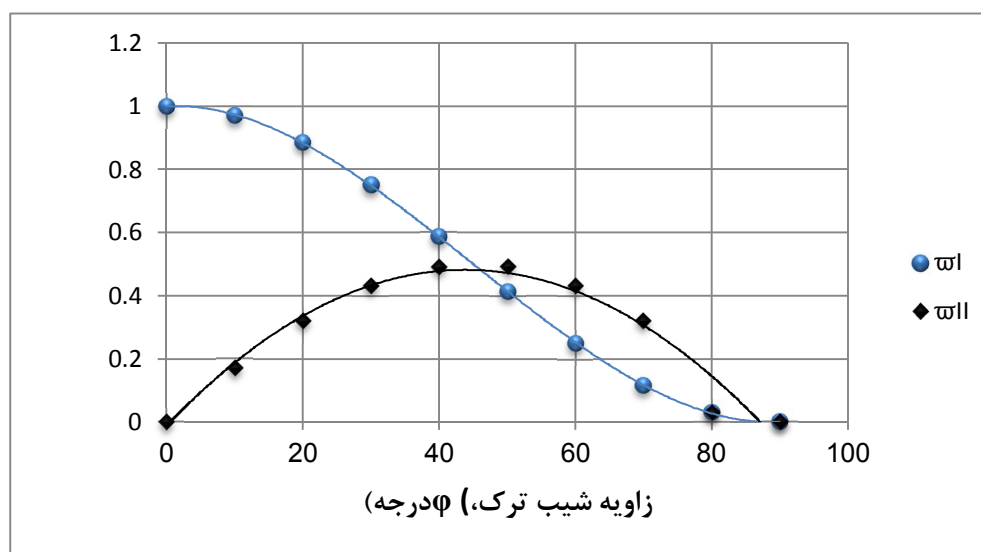
مقادیر عددی و تحلیلی فاکتورهای شدت تنش (K_I^N و K_{II}^N) برای مسئله ترک شیب‌دار مرکزی در شکل ۶ توصیف شده است. برای حل این مسئله، طول ترک به 90° المان مرتبه دوم و 3° المان نوک ترک تقسیم شده است. با توجه به تأثیر نسبت المان نوک ترک به نصف طول ترک (L/b)، با انجام آنالیز حساسیت مقدار 0.2 برای این نسبت در نظر گرفته شد.

مقایسه نتایج عددی و تحلیلی، سودمندی و دقت روش عددی را در برآورد مقادیر فاکتور شدت تنش در نوک ترک نشان می‌دهد (شکل ۶).

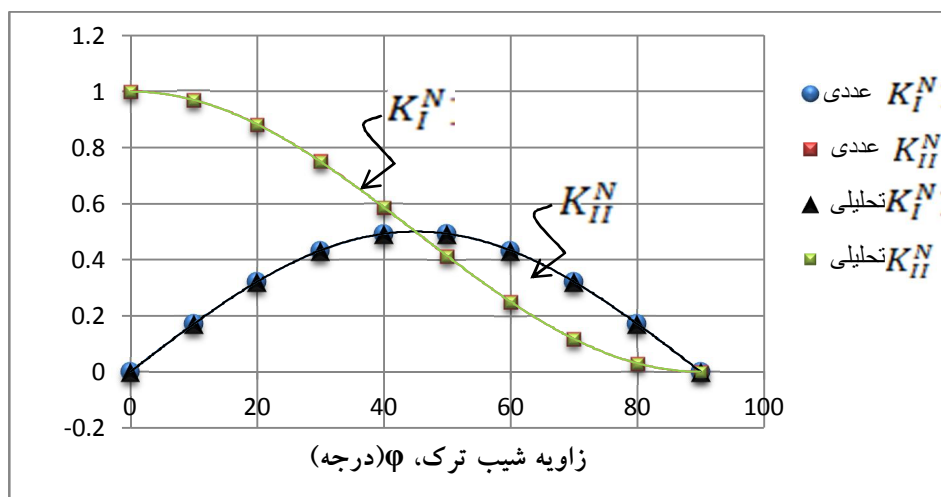


شکل ۴: ترک مرکزی مایل در فضای نامحدود تحت تنش فشاری

از روابط (۵) و (۶) می‌توان دید که فاکتورهای شدت تنش به هندسه ترک از قبیل طول ترک و زاویه شیب ترک وابسته هستند. تغییرات K_I و K_{II} نسبت به φ برای نمونه نامحدود فرضی در شکل ۵ توصیف شده است. چنانکه در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش φ به طور یکنواخت کاهش می‌یابد. در حالی که K_{II} در $\varphi=45^\circ$ به بیشترین



شکل ۵: تغییرات K_I و K_{II} نسبت به زاویه‌های شیب ترک φ



شکل ۶: مقادیر عددی و تحلیلی فاکتورهای شدت تنش (K_{II}^N و K_I^N) برای ترک شیب‌دار مرکزی

مختلف ($\varphi=50^\circ$ ، 80° ، 110° ، 140°) ایجاد شده است. این ترک‌ها با فروکردن ۲ ورقه فولادی به عرض ۱۰ میلی‌متر و ضخامت ۱ میلی‌متر قبل از ریختن دوغاب در قالب‌ها ایجاد شده‌اند.

جدول ۲: خصوصیات مکانیکی نمونه‌های شبه سنگی بدون ترک

واحد	مقدار	پارامتر	توصیف
MPa	۲۶	σ_c	مقاومت فشاری تک محوری
MPa	۳	σ_t	مقاومت کششی برزیلی
GPa	۱۷	E	مدول یانگ
-	۰/۲۱	ν	نسبت پواسون
MPa m ^{1/2}	۲	K _{IC}	چقرمگی شکست

تنش فشاری تک محوری، σ به طور یکنواخت با نگهداشتن نرخ ثابت 0.2 MPa/s در حین بارگذاری اعمال شده‌اند. شکل ۸ تصویر شماتیکی از ۲ ترک تصادفی (ترک ۱ و ۲) با طول‌های مساوی $b=10$ میلی‌متر را نمایش می‌دهد. همچنین مکان‌های این ۲ ترک توسط موقعیت نوک‌های ترک یعنی به ترتیب نوک ۱ و نوک ۲ و نوک ۳ و نوک ۴ تعیین شده است.

بنابراین پنج نمونه، که نمونه اول حاوی یک ترک شیب‌دار مرکزی و چهار نمونه دیگر حاوی ۲ ترک تصادفی ۱ و ۲ با فاصله داری $S=20$ میلی‌متر آماده شد. فاصله داری S عبارتست از فاصله افقی مرکز به مرکز ترک‌ها که در شکل ۹ آورده شده است.

۴- روش آزمایشگاهی و آماده‌سازی نمونه‌های حاوی ترک

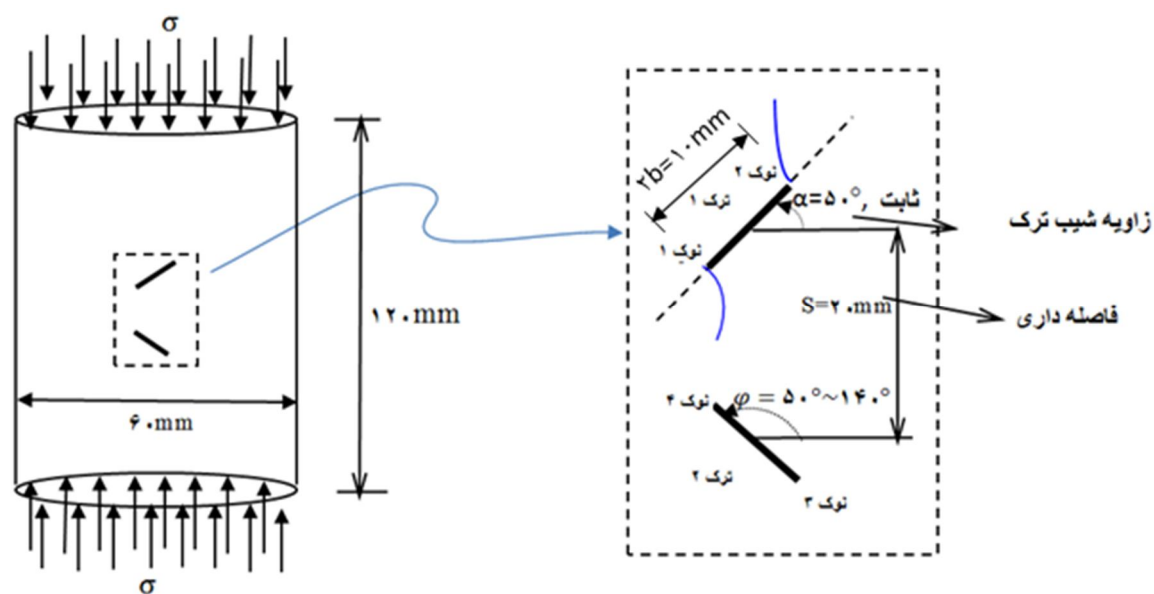
در این مطالعه، نمونه‌های شبه سنگی از سیمان پورتلند پوزالانی، ماسه ریز و آب به نسبت‌های مناسب آماده شده‌اند. قطر و طول نمونه‌های آماده شده به ترتیب ۶۰ و ۱۲۰ میلی‌متر می‌باشند (شکل ۷). خصوصیات مکانیکی نمونه‌های شبه سنگی بدون ترک (بکر) در جدول ۲ آورده شده است.



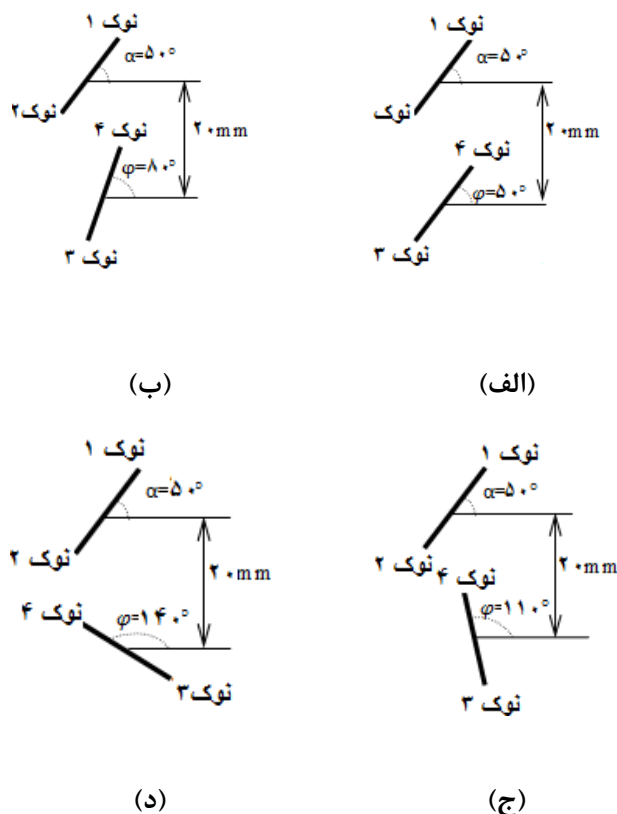
شکل ۷: نمونه شبه سنگی بدون ترک آماده شده برای تست

آزمایشگاهی

آزمون‌های فشاری تک محوری روی نمونه‌های حاوی ۲ ترک تصادفی ۱ و ۲ انجام شده است. در این نمونه‌ها، ترک ۱ با زاویه شیب ($\alpha=50^\circ$) ثابت بوده و شیب ترک ۲ با زوایای



شکل ۸: هندسه ترک تصادفی در نمونه شبه سنگی تحت فشار تک محوری



شکل ۹: نمایش هندسی ترک‌ها با فاصله‌داری $S=20$ میلی‌متر (الف) $\alpha = 50^\circ, \varphi = 50^\circ$ (ب) $\alpha = 50^\circ, \varphi = 80^\circ$ (ج) $\alpha = 50^\circ, \varphi = 110^\circ$ (د) $\alpha = 50^\circ, \varphi = 140^\circ$

۵- نتایج آزمایشگاهی

۵-۱- ایجاد ترک‌های باله‌ای و ثانویه با در نظر گرفتن یک

ترک شیب‌دار مرکزی (ترک ۱)

برای مطالعه مکانیسم شروع انتشار ترک‌های باله‌ای و ثانویه، ابتدا نمونه‌ای حاوی یک ترک شیب‌دار مرکزی با زاویه شیب $\alpha=50^\circ$ تحت بارگذاری فشاری تک محوری قرار گرفت. شکل ۱۰ رشد ترک‌های باله‌ای و ثانویه از نوک‌های اصلی ترک شیب‌دار مرکزی 50° درجه را نشان می‌دهد. ترک‌های باله‌ای نزدیک نوک ترک شروع شده و در راستای بارگذاری به صورت پایدار گسترش یافته‌اند. با گسترش بیشتر ترک‌های باله‌ای، باز شدگی آنها نیز افزایش یافته است. ترک‌های ثانویه از نوک ترک موجود پس از شروع ترک‌های باله‌ای شروع شده و ممکن است در دو امتداد مختلف انتشار بیابد: ۱) ترک‌های شبه صفحه‌ای که در امتداد ترک از پیش موجود پیشروی می‌کنند ۲) ترک‌های مورب که در امتداد ترک‌های از پیش موجود ولی در جهت مخالف شکل می‌گیرند (شکل ۱۰).



شکل ۱۰: الگوی ترک‌های ایجاد شده در نمونه شبه سنگی حاوی

ترک مرکزی شیب‌دار

۵-۲- بهم پیوستگی ترک‌ها در نمونه‌های شبه سنگی

حاوی ۲ ترک از پیش موجود

پدیده بهم پیوستگی زمانی رخ می‌دهد که ترک‌های باله‌ای و یا ترک‌های ثانویه به همدیگر اتصال یابند. در آزمون‌های آزمایشگاهی، بارگذاری به صورت شبه استاتیکی بوده است.

در این نمونه‌های شبه سنگی، گسترش و بهم پیوستگی ترک‌های باله‌ای علت اصلی شکست قبل از گسترش ناپایدار ترک‌های ثانویه بوده است. همچنین مشاهده شده است که ترک‌های ثانویه همیشه ممکن است ظاهر نشوند ولی ترک‌های باله‌ای به محض شروع بارگذاری ایجاد می‌گردند. ترک‌های باله‌ای در سطح تنش حدود نصف مقاومت نمونه‌ها شروع شده‌اند ولی ترک‌های ثانویه تقریباً نزدیک مقاومت حداکثر نمونه‌ها مشاهده شده‌اند. شکل‌های ۱۱ (الف-د) ۴ مورد از مسیرهای بهم پیوستگی ناشی انتشار ترک‌های باله‌ای که منجر به شکست نمونه‌ها شده‌اند را نشان می‌دهند.

۶- مدل‌سازی عددی نمونه‌های آزمایشگاهی

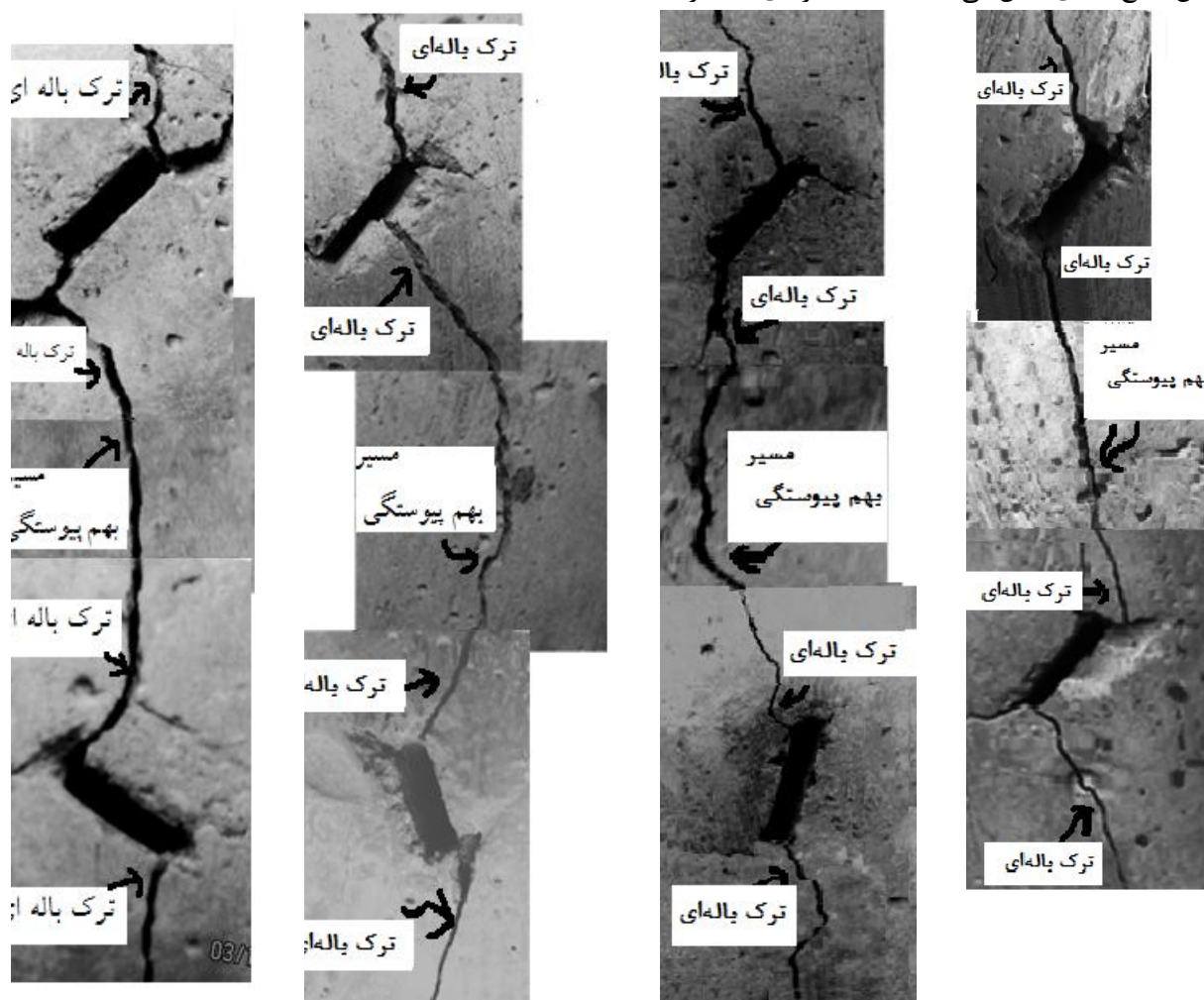
۴ نمونه آزمایشگاهی که در شکل ۱۱ (الف-د) نشان داده شد، به صورت عددی مدل‌سازی گردید و نتایج حاصل از آن در شکل ۱۲ (الف-د) نشان داده شده است. الگوهای شکست عددی (شکل ۱۲) بسیار به الگوهای شکست آزمایشگاهی (شکل ۱۱) نزدیک است.

شکل ۱۳ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی تنش‌های شروع و بهم پیوستگی ترک‌ها را نشان می‌دهد. مقادیر عددی تنش‌های شروع ترک‌های باله‌ای برای ۴ نمونه معرفی شده در حدود $10/3 - 13/8$ MPa و مقادیر آزمایشگاهی تنش‌های شروع ترک‌های باله‌ای در حدود $6/8 - 12/7$ MPa متغیر است. از سوی دیگر، تنش‌های به هم پیوستگی ترک‌های عددی در حدود $19/3 - 23/7$ MPa و تنش‌های شروع ترک‌های باله‌ای آزمایشگاهی در حدود $17/8 - 20/3$ MPa متغیر است.

یکی از پارامترهای مهم و تأثیرگذار در روند انتشار ترک، زاویه رشد آن است که به مقادیر فاکتورهای شدت تنش (K_I^N و K_{II}^N) و زاویه شیب ترک بستگی دارد. در فرآیند عددی بهم پیوستگی ترک‌ها به روش گام به گام، در هر گام مقادیر فاکتورهای شدت تنش (K_I^N و K_{II}^N) و زاویه شروع ترک‌های باله‌ای محاسبه گردیده است. در این مرحله، گسترش ترک از هر ترک از پیش موجود به اندازه 1 mm تا 2 mm توسعه یافته و در یک نقطه‌ای بین پل سنگ به هم می‌پیوندند. مقادیر عددی فاکتورهای شدت تنش نرمال سازی شده (K_I^N و K_{II}^N) برای ۴ نمونه معرفی شده در شکل

۹، در گام اول فرآیند انتشار ترک در جدول ۳ آورده شده است. این نتایج عددی نشان می‌دهد که مسیرهای انتشار

ترک نهایی شدیدا به زاویه شیب ترک ۲ وابسته است.



الف) $\alpha=50^\circ$ و $\phi=50^\circ$

ب) $\alpha=50^\circ$ و $\phi=80^\circ$

ج) $\alpha=50^\circ$ و $\phi=110^\circ$

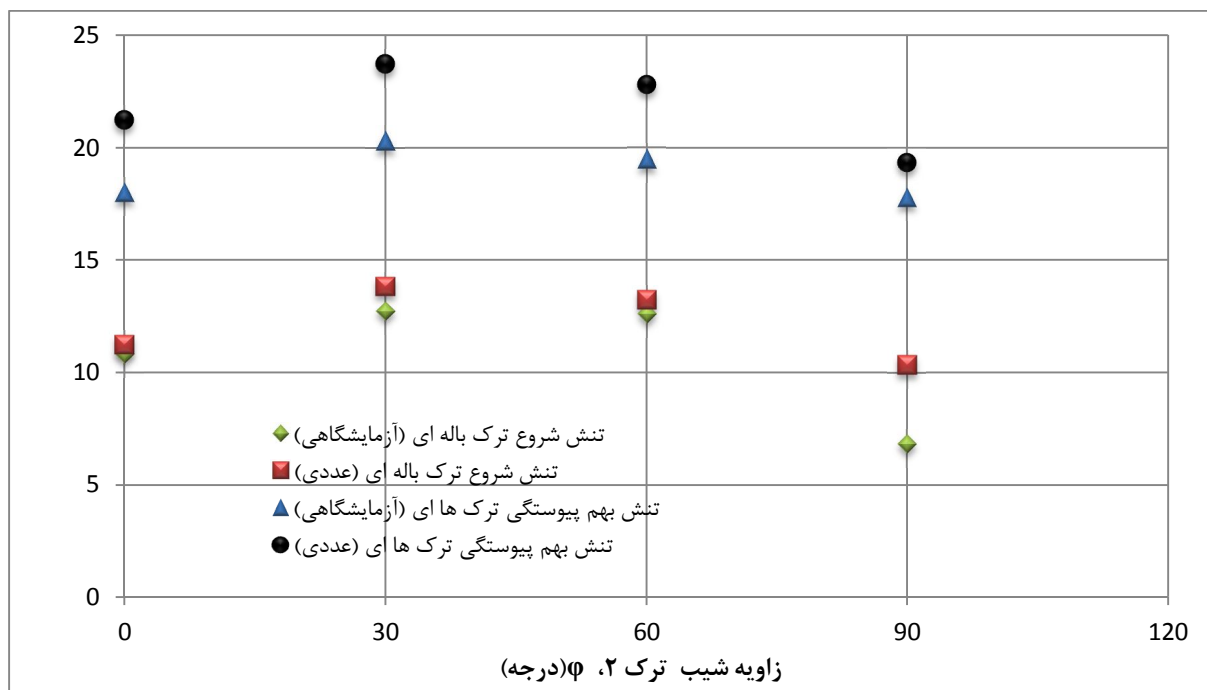
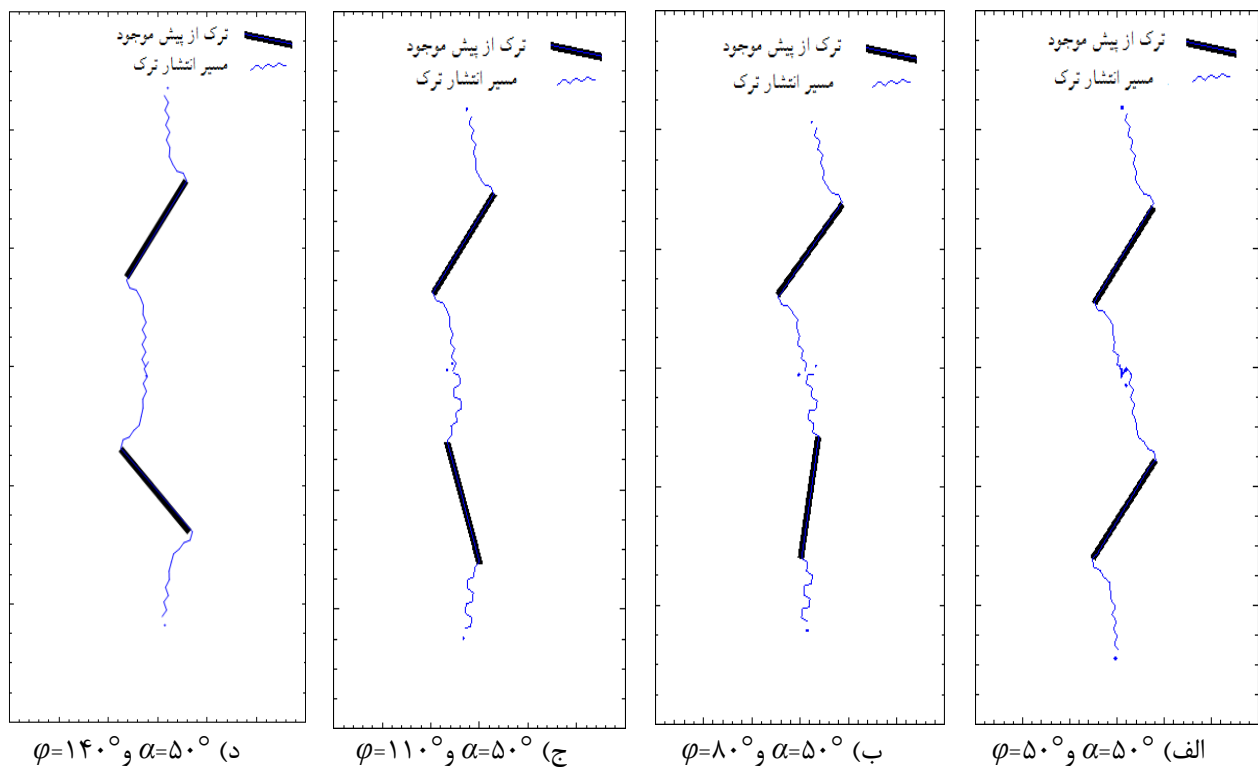
د) $\alpha=50^\circ$ و $\phi=140^\circ$

شکل ۱۱: مسیرهای شکست آزمایشگاهی در نمونه‌های شبه سنگی حاوی ترک ۲

۷- نتیجه گیری

مکانیسم انتشار ترک‌ها در سنگ با توجه به نحوه شروع، رشد و بهم پیوستگی ترک‌ها در مواد ترد مورد مطالعه قرار گرفته است. از روش‌های تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی به طور هم‌زمان برای مطالعه، مقایسه و اعتبار سنجی نتایج بدست آمده استفاده شده است. در تحلیل عددی از روش عددی المان مرزی غیر مستقیم با المان‌های مرتبه بالا (کوادرانتیک) برای بررسی انتشار ترک‌های از پیش موجود در

سنگ، استفاده شده است. اعتبارسنجی این روش عددی با استفاده از حل تحلیلی مسئله ساده مکانیک شکست و مدل‌سازی عددی الگوهای شکست آزمایشگاهی، انجام شده است. نمونه‌های شبه سنگی آزمایشگاهی که دارای ترک‌هایی با زوایای مختلف هستند، تهیه شده و تحت بارگذاری فشاری تک محوری قرار گرفته‌اند. با مقایسه نتایج آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی بدست آمده صحت و دقت نتایج عددی به تأیید رسید.



جدول ۳: مقادیر عددی فاکتورهای شدت تنش نرمالیزه شده (K_{II}^N و K_I^N) برای ۴ نوک ترک

K_{II}^N				K_I^N				زاویه شیب ترک
نوک ۴	نوک ۳	نوک ۲	نوک ۱	نوک ۴	نوک ۳	نوک ۲	نوک ۱	
۰/۴۷۴	۰/۴۷۹	۰/۴۶۹	۰/۴۵۳۱	۰/۵۶۶	۰/۵۷۸	۰/۴۰۵	۰/۳۸۲	$\phi=50^\circ$ و $\alpha=50^\circ$
۰/۲۸۸	۰/۳۰۳	۰/۴۹۰	۰/۴۹۳۴	۰/۱۱۳	۰/۱۲۱	۰/۴۱۲	۰/۴۰۶	$\phi=80^\circ$ و $\alpha=50^\circ$
۰/۱۷۷	۰/۱۸۰	۰/۴۹۹	۰/۴۹۴۱	۰/۰۵۵	۰/۰۴۸	۰/۴۲۸	۰/۴۲۷	$\phi=110^\circ$ و $\alpha=50^\circ$
۰/۲۱۹	۰/۳۹۸	۰/۴۸۳	۰/۴۶۳۰	۰/۶۱۵	۰/۶۳۶	۰/۴۳۷	۰/۴۱۹	$\phi=140^\circ$ و $\alpha=50^\circ$

۸- مراجع

- [1] حائری، هادی؛ (۱۳۹۰)؛ مدل‌سازی عددی ارتباط بین ترک‌های میکرو با ترک‌های ماکرو در مکانیسم شکست سنگ با استفاده از روش ناپیوستگی جابه‌جایی؛ پایان نامه دکتری؛ دانشکده مهندسی معدن؛ دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات، تهران
- [2] Ichikawa, Y., Kawamura, K., Uesugi, K., Seo, Y.S., Fujii, N.; 2001; "Micro-and Macro Behavior of Granitic Rock: Observations and Viscoelastic Homogenization Analysis"; Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.191, pp. 47-72.
- [3] Ke, C.C., Chen, C.S., Tu, C.H.; 2008; "Determination of fracture toughness of anisotropic rocks by boundary element method"; Rock Mech. Rock Engrg. Vol.41, pp.509-538.
- [4] Bieniawski, Z.T.; 1967; "Mechanism of brittle fracture of rock part II—experimental studies"; Int J Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., Vol.4, pp.407-23.
- [5] Hoek, E., Bieniawski, Z.T.; 1965; "Brittle Rock Fracture Propagation in Rock under Compression"; South African Council for Scientific and Industrial Research Pretoria, Int J Frac Mech, Vol. 1, pp.137-155
- [6] Horii, H., Nemat-Nasser, S.; 1985; "Compression-Induced Micro Crack Growth in Brittle Solids: Axial Splitting and Shear Failure"; Journal of Geophysical Research, Vol. 90, pp. 3105-3125.
- [7] Wong, R.H.C., Chau, K.T.; 1998; "Crack coalescence in a rock-like material containing two cracks"; Int. J. Rock Mech. Min. Scie., Vol.35, pp.147-164.
- [8] Reyes, O., Einstein, H.H.; 1990; "Failure Mechanism of Fractured Rock— A Fracture Coalescence Model"; Proceedings 7th International Congress of Rock Mechanics, Vol.1, pp.333-340.
- [9] Shen, B., Stephansson, O., Einstein, H.H., Ghahreman, B.; 1995; "Coalescence of Fractures under Shear Stress Experiments"; Journal of Geophysical Research, Vol. 100, pp.5975-5990.
- [10] Bobet, A., Einstein H.H.; 1998a; "Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression"; Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 35 pp. 863-888.
- [11] Bobet, A., Einstein, H.H.; 1998b; "Numerical modeling of fracture coalescence in a model rock material"; Int J Fracture Vol. 92, pp.221-252.
- [12] Wong, R.H.C., Chau, K.T., Tang, C.A., Lin P.; 2001; "Analysis of crack coalescence in rock-like materials containing three flaws – Part I: experimental approach"; Int. J. Rock Mech. Min. Scie, Vol.38, pp.909-924.
- [13] Sagong, M., Bobet, A.; 2002; "Coalescence of Multiple Flaws in A Rock-Model Material in Uniaxial Compression"; Rock Mech. Min. Scie., Vol. 39, pp.229-241.
- [14] Li, Y.P., Chen, L.Z., Wang, Y.H.; 2005 Experimental research on pre-cracked marble under compression"; Int. J. Solids and Structures, Vol.42, pp.2505-2516.
- [15] Wong, L.N.Y., Einstein, H.H.; 2006; "Fracturing Behavior of Prismatic Specimens Containing Single Flaws"; Golden Rocks, 41st U.S.Symposium on Rock Mechanics.
- [16] Park, C.H., Bobet, A.; 2006; "The initiation of Slip on Frictional Fractures"; Golden Rocks, ARMA/USRMS pp 06-923.
- [17] Park, C.H., Bobet, A.; 2007; "Crack Initiation and Propagation from Frictional Fractures"; Proceedings of the 1st Canada-US Rock Mechanics Symposium pp.557-564.
- [18] Park, C.H.; 2008; "Coalescence of Frictional Fractures in Rock Materials. PhD Thesis, Purdue University West Lafayette, Indiana.
- [19] Park, C.H., Bobet, A.; 2009; "Crack coalescence in specimens with open and closed flaws: A comparison. Int. J. Rock Mech. Min. Scie., Vol.46, pp.819-829C.
- [20] Park CH, Bobet A (2010) "Crack initiation, propagation and coalescence from frictional flaws in uniaxial compression. Engin. Fract. Mech., Vol.77, pp.2727-2748.

- [21] Lee, H., Jeon, S.; 2011; "An experimental and numerical study of fracture coalescence in pre-cracked specimens under uniaxial compression"; Int. J. of Solids and Structures, Vol.48 pp.979-999.
- [22] Crouch, S.L.; 1967a; "Analysis of stresses and displacements around underground excavations: an application of the Displacement Discontinuity Method"; University of Minnesota Geomechanics Report, Minneapolis, Minnesota.
- [23] Crouch, S.L.; 1967b; "Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method"; Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.10, pp. 301-343.
- [24] Guo, H., Aziz, N.I., Schmidt, R.A.; 1990; "Linear Elastic Crack Tip Modeling by Displacement Discontinuity Method"; Engin. Fract. Mech. Vol.36, pp.933-943.
- [25] Scavia, C.; 1990; "Fracture Mechanics Approach to Stability Analysis of Crack Slopes"; Engng. Fract. Mech., Vol.35, pp.889-910.
- [26] Aliabadi, M.H., Rooke, D.P.; 1991; "Numerical Fracture Mechanics"; Computational Mechanics Publications, Southampton, U.K.
- [27] Aliabadi, M.H.; 1998; "Fracture of Rocks"; Computational Mechanics Publications, Southampton, U.K.
- [28] Haeri, H., Ahranjani, K.A.; 2012; "A Fuzzy Logic Model to Predict Crack Propagation Angle under Disc Cutters of TBM"; Int. J. Academic Research, Vol.4, pp.159-169.
- [29] Marji, M.F.; 2013; "On the Use of Power Series Solution Method in the Crack Analysis of Brittle Materials by Indirect Boundary Element Method"; Engin. Fract. Mech., Vol.98, pp.365-382.