

## مدلسازی اثر کندشوندگی تیغه های برش *TBM* در هنگام نفوذ سنگ با استفاده از روش المان مرزی

محمد فاتحی<sup>۱</sup>; هادی حائری<sup>۲</sup>; کوروش شهریار<sup>۳</sup>; حمید خان باواپور<sup>۴</sup>

۱-دانشیار دانشکده معدن و متالورژی دانشگاه بی‌زد، mfatehi@yazduni.ac.ir

۲-دانشجوی دکتری مکانیک سنگ، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، hadihaeri@yahoo.com

۳-استاد دانشگاه صنعتی امیرکبیر، k.shahriar@aut.ac.ir

۴-کارشناس ارشد مکانیک سنگ، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

### چکیده

دستیابی به درون زمین، شامل مراحلی است که بی‌شک مرحله نفوذ یکی از ابتدایی‌ترین و مهم‌ترین آنهاست. وارد شدن تیغه‌های دیسکی *TBM* در سنگ و ایجاد خردنهایی از سنگ در ابعاد کوچک و بزرگ و نیز ایجاد ترک‌های داخلی در آن به عنوان فرآیند نفوذ شناخته شده است. در این تحقیق از علم مکانیک شکست خطی سنگ و معیار شکست تنش کششی‌ماکزیمم برای بررسی انتشار ترک و امتدادش تحت تیغه‌های دیسکی استفاده شده است. برای مدل‌سازی انتشار ترک‌ها تحت تیغه‌های برش *TBM* کند از روش ناپیوستگی جابجایی که زیرمجموعه‌ای از روش المان مرزی است، استفاده شده است. در مدل‌سازی انجام شده، به منظور بالابردن دقیق و کاوش مقدار خطأ در محاسبه ناپیوستگی جابجایی‌ها، در تمامی المان‌های مرتبه بالا (المان‌های کوادراتیک) و برای جلوگیری از خطای ناشی از سینگولاریتی تنش و جابجایی در نزدیکی نوک ترک از سه المان مخصوص نوک ترک، کمک گرفته شده است. از آنجاییکه تیغه‌های دیسکی در *TBM* بعد از مدتی فرسایش پیدا می‌کنند. به همین دلیل تاثیر کندشوندگی بصورت عددی با نتایج آزمایشگاهی تست LCM مقایسه شده است. جهت مدل کندشوندگی از تیغه‌های صلب- ثابت (CCS با قطر 432mm و ضخامت 80mm)، استفاده شده است. به منظور تولید اتحانه در نوک ترک مدل CCS المان در نظر گرفته شده، که این اتحان موجب کاوش راندمان و افزایش انرژی ویژه مورد نیاز می‌شود.

### کلمات کلیدی

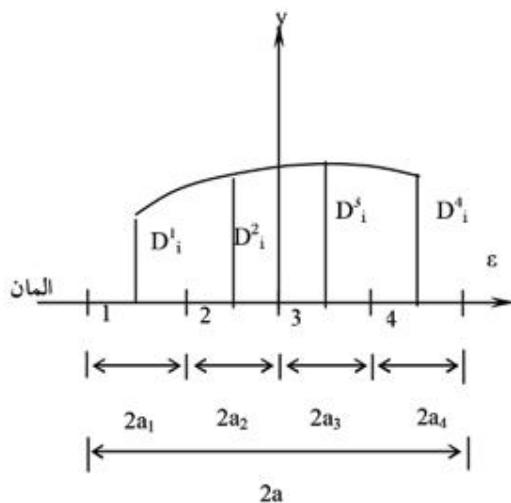
روش جابجایی ناپیوستگی با مرتبه بالا، الاستیک خطی، المان مرزی، فرسایش

وسعی مورد تحقیق و بررسی قرار نگرفته و مکانیزم واقعیش (انتشار ترک) بطور کامل شناخته نشده است. نقطه آغاز ترک و مسیر انتشار آن و نیروهای مورد نیاز را می توان (بطور نسبتاً دقیق) از طریق معیارهای شکست تعیین کرد. بنابراین مکانیزم شکست سنگ، توان بهتر درک کردن مکانیک شکست سنگ، کاربردهای وسیعی در پروژه های مهندسی ژئوتکنیک، معدن، نفت و عمران (در تکنولوژی شکست هیدرولیکی، خردایش سنگ در فرآیندهای حفاری و انفجار و هم چنین در کارآیی ماشین های حفر تونل و سایر ماشین لات حفاری) دارد. با فرض تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM) که در آن ناحیه پلاستیک نزدیک نوک ترک ناچیز است به طوری که می توان آنرا نادیده گرفت [۸ - ۱۲]؛ با فرض اینکه شروع ترک و انتشار آنها تابع یکی از سه معیار کلاسیک شکست (عنی معیار G، معیار ۵ و معیار S) است نقطه آغاز شکست، زاویه شروع انتشار و مسیر انتشار ترک را می توان پیش بینی کرد. در این مطالعه، از معیار تنش مماسی ماکریم (معیار ۵) که یک معیار کلاسیک مرکب است، استفاده شده است. اردوغان و سی [۱۹۶۳]، از اولین کسانی بودند که گسترش ترک را در بارگذاری صفحه ای مورد بررسی قرار دادند و ۵۰ (تش تانزانی) را در نوک ترک آزمایش کردند [۱۱ - ۱۴]. در این مدلسازی از روش جابجایی ناپیوستگی که دارای المان های مرتبه بالا است و هم چنین از سه المان در نوک ترک که بطور کامل شرح داده می شود، استفاده شده است. در این روش عددی تنش های نوک ترک و توزیع جابجایی ها می توانند بطور نسبتاً دقیق تعیین شوند که منجر به تعیین دقیق نرخ رهاسازی انرژی کرنشی و فاکتورهای شدت تنش می شود. برای اطمینان یافتن از صحت نتایج به دست آمده از این روش عددی، از روش آزمایشگاهی (LCM) که یک مدل توسعه یافته است نیز برای پیش بینی میسر انتشار ترک استفاده شده است.

## ۱- مقدمه

یکی از مسائل پیچیده در ژئومکانیک، برش سنگ و نفوذ ابزار مکانیکی در آن است که از دیرباز مورد توجه محققین بوده است. حجم وسیع استفاده از روش های خردایش سنگ با ابزار مکانیکی در معادن و فعالیت های عمرانی مؤید با اهمیت بودن تحقیقات در این زمینه است تا با پیش بینی ها و برآوردهایی که از حل مکانیسم شکست سنگ بدست می آید، بتوان در بهینه نمودن برنامه ریزی ها و طراحی های زمانی و اقتصادی پروژه ها استفاده کرده و ریسک ها را کاهش داد [۱]. اخیراً یک سری مطالعاتی جهت بررسی مکانیزم خردایش سنگ در اثر حفر TBM با استفاده از تکنیک های اصلی شکست به کمک روش های عددی المان محدود و المان مرزی (روش جابجایی ناپیوستگی) صورت گرفته است. صفحه ای برندۀ یکی از مهمترین پارامترها در ساخت TBM است. پارامترهای مهم در طراحی صفحه برش، تعداد تیغه ها، نیروی فشار، نیروی چرخش، فاصله بین تیغه ها و عمق نفوذ هستند [۲ - ۳ - ۴]

روابط تجربی وسیعی از محققین مختلف در این زمینه ارائه شده است که نتایج این روابط با نتایج مدلسازی عددی مقایسه شده است. زمانی که برای تحلیل شکست از روش های عددی استفاده می شود، در کنار نوشتمن معادلات سیستم، دو موضوع اصلی وجود دارد که این دو موضوع شامل ارزیابی فاکتورهای شدت تنش (SIF) و شبیه سازی رشد ترک است که اساس آن بر تعیین مدلهای تغییر شکل شکست و معیارهای متفاوت رشد ترک است که می توان از هر یک از این معیارهای به تنهایی و یا ترکیبی، در روش ناپیوستگی جابجایی استفاده کرد. روش ناپیوستگی جابجایی یکی از روش های المان مرزی غیر مستقیم است [۵ - ۶ - ۷]. از این روش برای یافتن اثر تقریبی پارامترهای مؤثر بر نفوذ تیغه های دیسکی TBM در سنگ استفاده شده و به ارائه مقادیر بهینه بعضی از این پارامترهای مؤثر پرداخته است؛ که مطابقت خوبی با نتایج تجربی و تشوری دیگر محققین دارد. مطالعه انتشار ترک در ارتباط با فرآیند برش سنگ پیچیده است بنابراین بطور



شکل ۱: المان های جابجایی ناپیوستگی با مرتبه بالاتر با استفاده از تکنیک منظم مرزی کوبیک [۲۱]

در شکل (۱) از دسته المان های چهارتایی برای حالت کوبیک استفاده شده است. ضمناً طول المان ها در هر دسته المان با هم مساوی در نظر گرفته شده است ( $a_1=a_2=a_3=a_4$ ). [۲۲]

### ۳- المان ویژه نوک ترک

برای افزایش دقت ضروری است که از المان های با مرتبه بالا (المان های کوبیک) برای محاسبه ناپیوستگی در جابجایی ها استفاده شود [۲۱]. در مطالعات قبلی معمولاً از یک یا دو المان ویژه در نوک ترک استفاده شده ولی در این تحقیق از المان های مرتبه ی بالاتری (یعنی سه المان) برای دست یافتن به دقت بالایی برای محاسبه های جابجایی ناپیوستگی موجود در نزدیک به انتهای طرفین ترک، استفاده شده است (شکل ۲). برای استفاده از سه المان مخصوص نوک ترک از رابطه زیر استفاده شده است:

$$D_i(\varepsilon) = C_1 \varepsilon^{\frac{1}{2}} + C_2 \varepsilon^{\frac{3}{2}} + C_3 \varepsilon^{\frac{5}{2}} \quad (5)$$

$$D_i(\varepsilon) = [N_{c1}(\varepsilon)] D_i^1(a) + [N_{c2}(\varepsilon)] D_i^2(a) + [N_{c3}(\varepsilon)] D_i^3(a) \quad (6)$$

### ۲- روش ناپیوستگی در جابجایی مرتبه بالاتر

روش ناپیوستگی جابجایی یکی از روش های المان مرزی غیر مستقیم است که در آن تنש ها و جابجایی ها در روی مرز مسئله و در داخل جسم بر حسب ناپیوستگی در جابجایی های محاسبه شده برای هر المان در طول مرز مسئله محاسبه می شوند [۱۵]-[۱۶]-[۱۷]-[۱۹]-[۲۰]. در این مقاله، از المان های ناپیوستگی جابجایی با مرتبه بالای کوبیک (یعنی دارای چهار زیرالمان) جهت دست یافتن به نتایج دقیق تراستفاده شده است. المان فوق بر اساس توابع پتانسیلی  $g(x,y)$  و  $f(x,y)$  برای محاسبه ناپیوستگی در جابجایی ها در طول آن المان استفاده می شود [۲۱].

$$f(x, y) = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{j=1}^k D_x^j F_j(I_{j-1}) \quad (1)$$

$$g(x, y) = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{j=1}^k D_y^j F_j(I_{j-1})$$

که  $k=1,2$  برای المان های خطی  $k=1,2,3$  برای المان کوادراتیک و  $j=1,2,3,4$  برای المان کوبیک. جابجایی های ناپیوستگی با مرتبه بالاتر ( $D_i(\varepsilon)$ ) را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$D_i(\varepsilon) = \sum_{j=1}^k N_j(\varepsilon) D_i^j, \quad i = x, y \quad (2)$$

مطلوب آنچه را که در شکل ۱ نشان داده شده است و با در نظر گرفتن چهار المان در اهر المان کوبیک، تغییرات جابجایی ناپیوستگی به شکل زیر نوشته می شود [۲۱]-[۲۲].

$$D_i(\varepsilon) = N_1(\varepsilon) D_i^1 + N_2(\varepsilon) D_i^2 + N_3(\varepsilon) D_i^3 + N_4(\varepsilon) D_i^4, \quad i = x, y \quad (3)$$

که  $D_i^3$  و  $D_i^4$  جابجایی ناپیوستگی گرهی کوبیک و

$$N_1(\varepsilon) = -(3a_1^3 - a_1^2\varepsilon - 3a_1\varepsilon^2 + \varepsilon^3)/(48a_1^3),$$

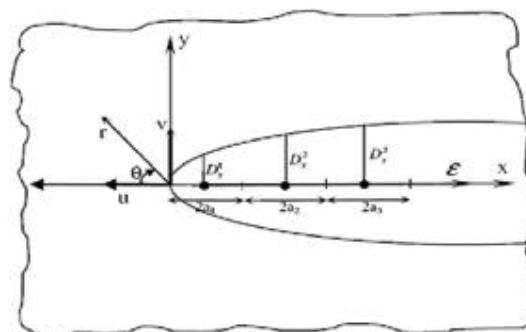
$$N_2(\varepsilon) = (9a_1^3 - 9a_1^2\varepsilon - a_1\varepsilon^2 + \varepsilon^3)/(16a_1^3) \quad (4)$$

$$N_3(\varepsilon) = (9a_1^3 + 9a_1^2\varepsilon - a_1\varepsilon^2 - \varepsilon^3)/(16a_1^3),$$

$$N_4(\varepsilon) = -(3a_1^3 + a_1^2\varepsilon - 3a_1\varepsilon^2 - \varepsilon^3)/(48a_1^3)$$

## ۴- مدل تیغه دیسکی فرسایش یافته

از آنجایی که تیغه های دیسکی در TBM بعد از مدتی در اثر تماس با سنگ فرسایش می یابد، به همین دلیل تاثیر فرسایش بصورت عددی مدل شد. همانطور که در بالا اشاره شد از تیغه های CCS با قطر 432mm و ضخامت 80mm، چهت مدل فرسودگی استفاده شد. بدین منظور به تعدادی از المان های مختلف و سه المان ویژه نوک ترک و به منظور تولید انحنای در نوک در مدل تیغه های صلب- ثابت CCS، المان در نظر گرفته شد، که این انحنای موجب کاهش راندمان و افزایش میزان انرژی ویژه مصرفی مورد نیاز می شود. در شکل (۳) مسیرهای انتشار برای ترک های CR1.CR2.CR3.CR4 نشان داده شده است که معرف عمل شکستشان هستند. در این شکل مسیر انتشار ترک برای  $S/Pd=10$  و زاویه لبه  $60^\circ$  درجه، عمق نفوذ ترک  $Pd=6$  mm و افزایش طول  $\Delta b=4$  mm (۸ تکرار) نشان داده شده است. ترک ها با یک زاویه ای نسبت به ترک اولیه انتشار پیدا می کنند و پس از چندین (۸) تکرار در محدوده ای بین تیغه ها به هم می رسند.



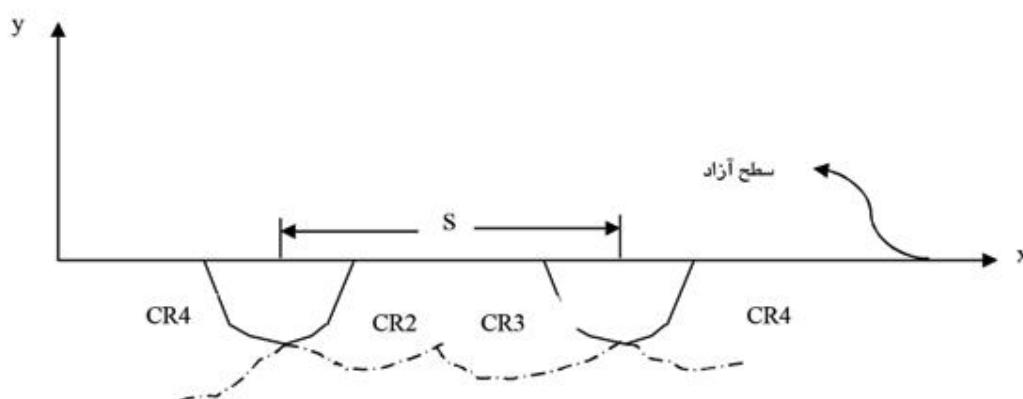
شکل ۲: طرز عمل سه المان در نوک ترک با استفاده از تکنیک منظم مرزی

با درنظر گرفتن طول کل المان نوک ترک با سه زیر المان  $N_{c1}(\varepsilon), N_{c2}(\varepsilon), N_{c3}(\varepsilon)$  و  $(\varepsilon)$  می تواند به صورت زیر بدست آید:

$$N_{c1}(\varepsilon) = \frac{15\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{8a_1^{\frac{1}{2}}} - \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{a_1^{\frac{3}{2}}} + \frac{\varepsilon^{\frac{5}{2}}}{8a_1^{\frac{5}{2}}},$$

$$N_{c2}(\varepsilon) = \frac{-5\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{4\sqrt{3}a_1^{\frac{1}{2}}} + \frac{3\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{3}a_1^{\frac{3}{2}}} - \frac{\varepsilon^{\frac{5}{2}}}{4\sqrt{3}a_1^{\frac{5}{2}}},$$

$$N_{c3}(\varepsilon) = \frac{3\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{8\sqrt{5}a_1^{\frac{1}{2}}} - \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{5}a_1^{\frac{3}{2}}} + \frac{\varepsilon^{\frac{5}{2}}}{8\sqrt{5}a_1^{\frac{5}{2}}} \quad (V)$$



شکل ۳: مسیر انتشار ترک برای  $S/Pd=10$  و تیغه دیسکی ۶۰ درجه فرسایش یافته،  $Pd=6$  mm و افزایش طول  $\Delta b=4$  mm (۸ تکرار).

محدوده ۱۵-۷/۵ قرار دارد که سازگاری خوبی با نتایج تجربی دارد.

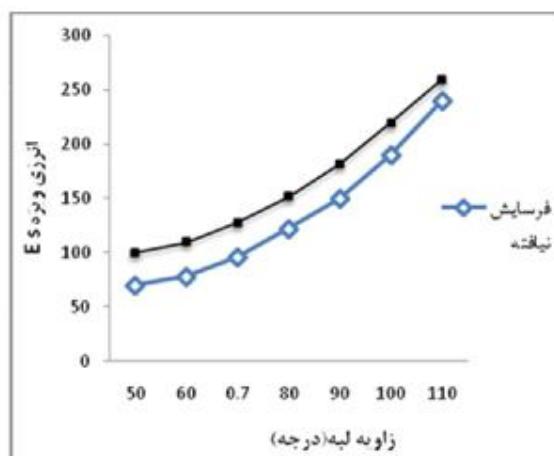
## ۵- نتیجه گیری

مکانیزم انتشار ترک تحت تیغه های دیسکی بصورت عددی مدل سازی شد و با استفاده از روش جابجایی ناپوستگی مرتبه بالاتر مورد مطالعه قرار گرفت. جهت افزایش دقیق، از چهار المان در طول کل ترک و سه المان ویژه‌ی نوک ترک برای بررسی رفتار و انتشار انتهای ترک مورد استفاده قرار گرفته است. شایان ذکر است که مدل مورد بحث در این مقاله در محیط پیوسته می‌باشد. از معیار شکست تنش برشی ماکزیمم برای بررسی انتشار ترک و امتدادش تحت تیغه های دیسکی استفاده شد. برخی از نتایج محاسبه شده با نتایج عددی قبلی مقایسه شده اند که مطابقت خوبی با مقادیر تجربی بدست آمده داشتند.

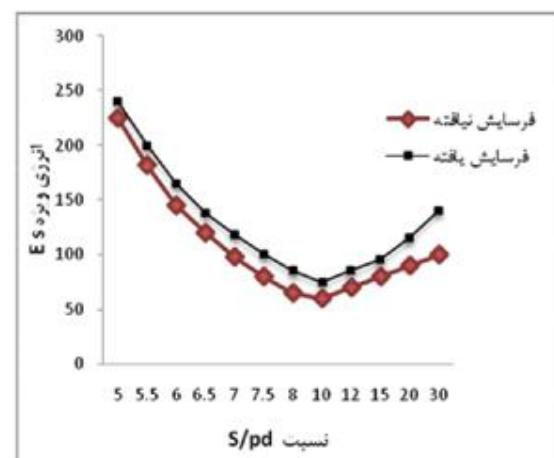
آزمایشات LCM بصورت عددی روی یک سری از سنگ های مختلف اجرا شد، نتایج با نتایج بدست آمده از مدل سازی عددی مقایسه شدند. برای سنگ های ایزوتربو و نسبتاً همگن، مسیر انتشار ترک بدست آمده از شبیه سازی های عددی سازگاری خوبی با نتایج بدست آمده از آزمایشات LCM می باشد. شبیه سازی نه تنها توصیف واقع گرایانه ای از مکانیزم شکست و انتشار ترک ارائه می دهد، بلکه مقادیر عددی قابل اعتمادی را نیز برای انتشار ترک محاسبه می کنند.

با افزایش زاویه رأس گوه ( $\varphi$ )، میزان انرژی ویژه مورد نیاز (ES)، افزایش می‌باید. از طرفی در زاویه رأس گوه ثابت  $\varphi$  مقدار ES مورد نیاز برای تیغه فرسایش یافته نسبت به تیغه فرسایش نیافته بیشتر است و در  $\varphi$  های کم اختلاف بین انرژی ویژه مصرفی در دو حالت فرسایش یافته و فرسایش نیافته در مقایسه با  $\varphi$  های بزرگتر، کمتر است. چون در  $\varphi$  های بزرگتر اثر فرسایش در قیاس با  $\varphi$  های کم، بهتر دیده می‌شود. فاکتورهای شدت تنش (KI) و (KII) با افزایش نسبت S/P در حالت تیغه فرسایش یافته و هم در حالت تیغه فرسایش نیافته بترتیب افزایش و کاهش پیدا می‌کند. همچنین مطابق با نتایج دیسک های با فواصل کم ( $S/Pd < 7$ )، به نیروی بزرگتر (انرژی بیشتر) جهت انتشار ترک برای دیسک های داخلی نیاز است و برای دیسک های با فواصل بیشتر ( $S/Pd > 15$ ) انرژی ویژه به آهستگی افزایش می‌باید. اما نرخ بهینه  $S/Pd$  مطابق آنچرا که بصورت تجربی انتظار می رفت در حدود ۱۵-۸ است. نکته

به منظور بررسی تأثیر فرسایش روی عملکرد TBM، نتایج مدل سازی در اشکال (۴) و (۵) نشان داده شده است. مطابق شکل (۴) در  $\varphi$  های کم، اختلاف بین انرژی ویژه مصرفی در دو حالت فرسایش یافته و فرسایش نیافته در مقایسه با  $\varphi$  های بزرگتر، کمتر است. چون در  $\varphi$  های بزرگتر اثر فرسایش در قیاس با  $\varphi$  های کم، بهتر دیده می‌شود.



شکل ۴: رابطه بین انرژی ویژه با  $\varphi$  برای حالتهای تیغه فرسایش یافته و فرسایش نیافته



شکل ۵: انرژی ویژه ارزیابی شده بر حسب  $S/P$  در دو حالت تیغه فرسایش یافته و فرسایش نیافته.

از طرفی مطابق شکل (۵) چون در اثر فرسایش تیغه کنتر می شود. در نتیجه به انرژی ویژه بیشتری نسبت به حالت فرسایش نیافته نیاز است. همچنین از این شکل نتیجه می شود که در هر دو حالت نسبت بهینه  $S/Pd$  در

Netherlands.

- [9] Aliabadi M. H.; 1998; Fracture of rocks, Computational Mechanics Publications, Southampton, U.K.
- [10] Bobet A.; 2001; A hybridized displacement discontinuity method for mixed mode I-II-III loading, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 38, pp. 1121-1134.
- [11] Shen B., Stephansson O., Rinne M., Lee H-S, Jing L., and Rosshoff K.; 2004; A fracture propagation code and its application to nuclear waste disposal, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 41, No 3, pp. 448-453.
- [12] Marji M. F., Hosseiniin\_Nasab H. and Kohsary A. H.; 2006; On the uses of special crack tip elements in numerical rock fracture mechanics, Int. j Solids and Structures Vol.43 pp. 1669-1692.
- [13] Shen B. and Stephansson O.; 1994; Modification of the G-criterion for crack propagation subjected to compression, Engng. Fract. Mech., Vol. 47(2), pp. 177-189.
- [14] Erdogan F., and Sih G. C.; 1963; On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, J. Bas. Engng, Vol. 85, pp. 519-527.
- [15] Ingraffea A. R.; 1983; Numerical modeling of fracture propagation, Rock Fracture Mechanics; Rossmanith H. P. (Ed.); Springer Verlagwien; New York, pp. 151-208.
- [16] Stephansson O.; 2002; Recent rock fracture mechanics developments, 1st Iranian Rock Mechanics Conference, pp. 675-698.
- [17] Whittaker B. N., Singh R. N., and Sun G.; 1992; Rock fracture mechanics, Principles, Design and Applications, Elsevier, Netherlands.
- [18] Erdogan F., and Sih G. C.; 1963; On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, J. Bas. Engng, Vol. 85, pp. 519-527.
- [19] Bobet A.; 2001; A hybridized displacement discontinuity method for mixed mode I-II-III loading, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 38, pp. 1121-1134.
- [20] Carpinteri A., and Yang G.; 1997; Size effects in brittle specimen with microcrack interaction, Computers and Structures, 63, pp. 429-437.
- [21] FatehiMarji, M., Hosseini-nasab, H. and Kohsary, A. H.; 2007; A new cubic element formulation of the displacement discontinuity method using three special crack tip elements for crack analysis, JP Journal of Solids and Structures, Vol. 1, pp. 61-91
- [22] Marji M. F., and Dehghani E.; 2010; Kinked crack analysis by a hybridized boundary element / boundary collocation method, Int. j Solids and Structures Vol.47 pp. 922-933.

قابل توجه این است که با افزایش زاویه گوشه، انرژی ویره ES افزایش می‌یابد. با افزایش عمق نفوذ، تنش برشی افزایش می‌یابد. از طرفی در یک عمق نفوذ معین، تنش برشی با افزایش  $\varphi$ ، افزایش می‌یابد. رابطه بین عمق نفوذ و تنش نرمال در  $\varphi$  های مختلف نیز به همین صورت است. با افزایش عمق نفوذ، اولاً میزان نیروی مورد نیاز برای نفوذ نیز بیشتر می شود. چون با افزایش عمق نفوذ به نیروی غلطشی Fr بیشتری جهت چرخش مورد نیاز دیسک و نیز به نیروی فشاری Ft بیشتری جهت حفظ تعادل تیغه در عمق نفوذ زیاد نیاز داریم، ثانیاً در یک عمق نفوذ ثابت با افزایش  $\varphi$  به نیروی غلطشی و نیز به نیروی فشاری بیشتری نیاز داریم. چراکه با افزایش  $\varphi$  (کند شدن نوک تیغه)، از خاصیت نفوذ پذیری تیغه کاسته می شود.

## ۶- مراجع

- [1] Tan, X.C., Kou, S.Q and Lindqvist, P. A.; 1998; Application of the DDM and fracture mechanics model on the simulation of rock breakage by mechanical tools, Engineering Geology, 49, 277284
- [2] Rostami, J. and Ozdemir, L.; 1993; A new model for performance prediction of hard rock TBMs. In: Proceedings, Rapid Excavation and Tunneling Conference (RETC), pp. 793-809
- [3] Acaroglu, O., Ozdemir, L. and Asbury, B.; 2008; A fuzzy logic model to predict specific energy requirement for TBM performance prediction. Tunn. Undergr. Space Technol. 23 (5), pp. 600-608.
- [4] Jung-Woo Cho, Seokwon Jeon, Sang-Hwa Yu and Soo-Ho Chang; 2010; Optimum spacing of TBM disc cutters: A numerical simulation usingthe three-dimensional dynamic fracturing method, Tunnelling and Underground Space Technology 25 230-244
- [5] Guo H., Aziz N. I., and Schmidt R. A.; 1992; Rock cutting study using linear elastic fracture mechanics; Engng. Fract. Mech., Vol. 41, pp. 771-778.
- [6] Scavia C.; 1992; A numerical technique for the analysis of cracks subjected to normal compressive stresses, Int. j. Numer. Meth.Engng., Vol. 33, pp. 929-942.
- [7] Shen B. and Stephansson O.; 1994; Modification of the G-criterion for crack propagation subjected to compression, Engng. Fract. Mech., Vol. 47(2), pp. 177-189.
- [8] Rosmanith H. P.; 1983; Rock fracture mechanics, springer verlagwien, New York Applications, Elsevier,