

تلفیق روش عددی آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA) و روش جابجایی ناپیوستگی (DDM) به منظور تحلیل پایداری شیب سنگ‌های درزه‌دار (مطالعه موردی: دیواره شمالی معدن چغارت)

محسن خانی‌زاده بهابادی^۱، علیرضا یاراحمدی بافقی^{۲*}، محمد فاتحی مرجی^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی معدن، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

(دریافت: خرداد ۱۳۹۵، پذیرش: دی ۱۳۹۵)

چکیده

امروزه روش‌های عددی جایگاه ویژه‌ای در مکانیک سنگ پیدا کرده‌اند. این روش‌ها بسته به نوع مسئله و محیط بصورت ترکیبی نیز به کار می‌روند که اصطلاحاً روش‌های هیبریدی نام گرفته‌اند. در شیب سنگ‌های درزه‌دار وقتی ناپیوستگی‌ها ناممتد باشند، همه بلوک‌های بالقوه به دلیل عدم برخورد درزه‌ها بوجود نمی‌آیند. در این شرایط تمرکز تنش می‌تواند موجب انتشار درزه شده و امکان اتصال آنها را بوجود آورده و بلوک‌های جدید را ایجاد کند. در این تحقیق از روش جابجایی ناپیوستگی (DDM) جهت رشد درزه و از روش آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA) جهت مدلسازی جابجایی‌های بزرگ در این شیروانی‌ها بصورت تلفیقی استفاده شده است. ابتدا مدلسازی هندسی ناپیوستگی‌ها به روش دیسک‌های تصادفی در برنامه $3DGM$ در محیط متمتیکا صورت گرفت، سپس ناپیوستگی‌های ناممتد در یک مقطع دو بُعدی توسط برنامه $TDDQCR$ در محیط متمتیکا تا تعادل نهایی رشد یافتند. در مرحله نهایی، پس از انجام اصلاحاتی بر روی خروجی‌ها جهت ایجاد قابلیت ورود به برنامه DDA و $UDEEC$ ، تحلیل پایداری به دو روش اجزای مجزای ضمنی و صریح انجام گرفت. مورد مطالعاتی این پژوهش دیواره شمالی معدن چغارت است. در تحلیل مقایسه‌ای صورت گرفته به وضوح قابلیت روش آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA) نسبت به روش المان گسسته (DEM) در مدلسازی جابجایی‌های بزرگ به خصوص حرکت‌های چرخشی آشکار است. از طرفی دیگر با مدلسازی هندسی به روش درزه‌های نامحدود در $3DGM$ و مقایسه با مدلسازی هندسی به روش دیسک‌های تصادفی قبلی، تفاوت تحلیل پایداری با و بدون رشد ترک دیده شد و مشخص گردید که رشد ترک خود باعث ایجاد مدل هندسی متفاوت و پیرو آن نتایج متفاوتی در تحلیل پایداری شیروانی است.

کلید واژه‌ها

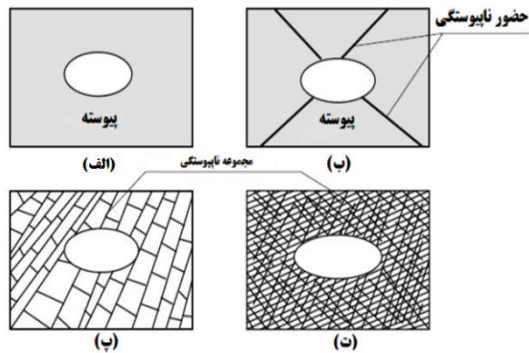
روش‌های هیبرید، مدلسازی هندسی، رشد ترک، روش جابجایی ناپیوستگی (DDM)، روش آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA)

ارجاع به این مقاله:

خانی‌زاده بهابادی، م.، یاراحمدی بافقی، ع.، فاتحی مرجی، م.، (۱۳۹۵)، تلفیق روش عددی آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA) و روش جابجایی ناپیوستگی (DDM) به منظور تحلیل پایداری شیب سنگ‌های درزه‌دار (مطالعه موردی: دیواره شمالی معدن چغارت)، روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، ۶(۱۲)، ۹۱-۱۰۵.

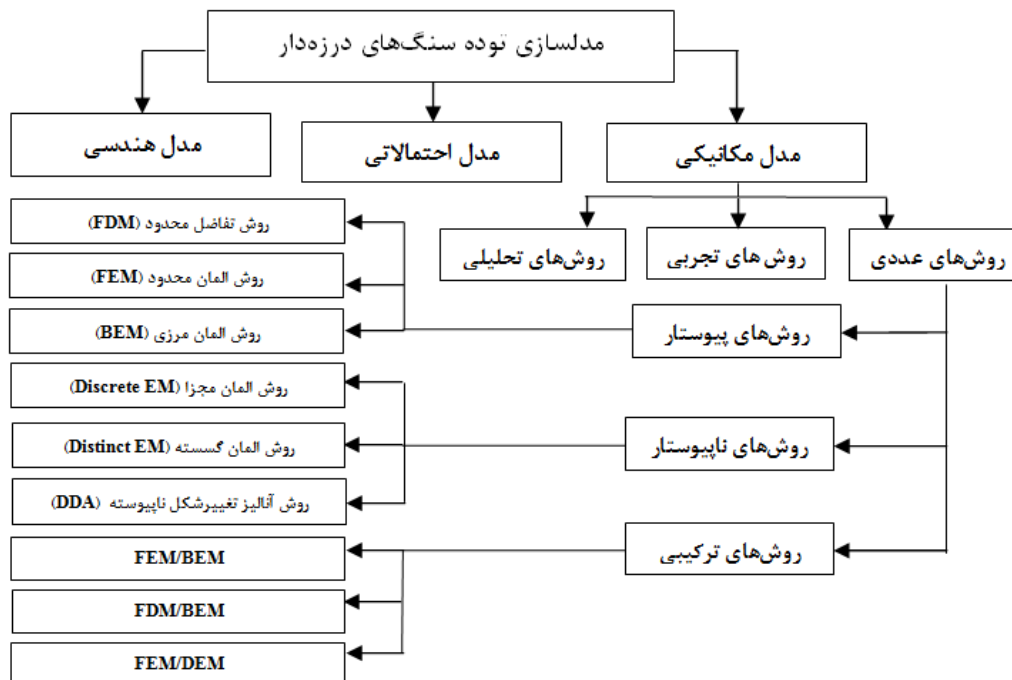
۱- مقدمه

روش‌های عددی متفاوتی برای تحلیل سیستم‌های پیوستار و ناپیوستار توسعه یافته‌اند که رایج‌ترین روش‌های عددی به کار برده شده برای مسائل مکانیک سنگی در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۱: شایستگی روش‌های عددی مختلف برای مدل سازی سازه در توده سنگ: (الف) روش پیوسته؛ (ب) پیوسته با المان‌های شکستگی و یا روش ناپیوسته؛ (پ) روش ناپیوسته و (ت) روش پیوسته با ویژگی‌های معادل [۱]

یکی از وظایف اصلی مدلسازی عددی در مکانیک سنگ، توانایی توصیف ناپیوستگی‌های فیزیکی در یک مدل کامپیوتری بطور صریح^۱ و یا ضمنی^۲ موسوم به «مدل هندسی» است. تقسیم‌بندی اصلی روش‌های عددی بر اساس نوع محیط مورد کاربرد است. این روش‌ها طی سال‌های گذشته بر مبنای تئوری محیط‌های پیوسته و ناپیوسته ایجاد شده‌اند. انتخاب روش‌های پیوسته یا ناپیوسته به بسیاری از فاکتورهای معین مسئله بستگی داشته و این وابستگی عمدتاً به مقیاس مسئله و هندسه سیستم ناپیوستگی‌هاست. شکل ۱ نشان‌دهنده انتخاب‌های جایگزین برای شرایط مختلف ناپیوستگی در مسائل مکانیک سنگ است [۱].

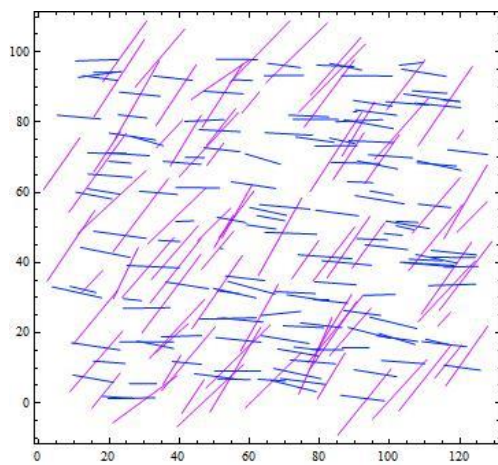


شکل ۲: انواع روش‌های عددی رایج در مکانیک سنگ

ویژه به مرزها و ایجاد امکان مدلسازی ناپیوستگی‌ها در محیط‌های پیوستار، ترکیب روش المان مرزی و المان محدود (FEM/BEM) توسط زینکویچ و همکاران در سال ۱۹۷۷ پیشنهاد شد و سپس توسط بردی و واسینگ (۱۹۸۱) و بیر (۱۹۸۳) به عنوان تکنیک کلی آنالیز تنش دنبال شد [۲-۴]. روش المان مرزی و تفاضل محدود

در واقع هیچگونه مزیت مطلق از یک روش تحلیل عددی بر روش دیگر وجود ندارد و معمولاً جهت رفع معایب ذاتی یک روش می‌توان مدل‌های ترکیبی پیوسته-ناپیوسته را مورد استفاده قرار داد. مدل‌های هیبریدی غالباً در مهندسی سنگ برای مسائل تنش/تغییر شکل و جریان سنگ‌های درزه‌دار توسعه یافته‌اند. به طور مثال برای توجه

مدل‌ها معمولاً چگالی درزه‌داری را بیشتر از واقعیت نشان می‌دهند. اما مدل‌های هندسی واقعی‌تر در روش‌های مدلسازی محدود و ناممتد ممکن می‌گردد. شکل ۳ یک مدل هندسی سه‌بُعدی ایجاد شده به روش دیسک‌های تصادفی و مقطع دو بُعدی آن را نشان می‌دهد. امروزه تقریباً اغلب نرم‌افزارهای تجاری شده مدلسازی ژئومکانیکی، امکان تحلیل این محیط ناپیوسته را به دلیل عدم برخورد همه ناپیوستگی‌ها ندارند. این بدین معنی است که در چنین مدل‌هایی توجه به مکانیسم شکست و مدلسازی انتشار ترک الزامی است.



شکل ۳: مدل سه‌بُعدی و دو بُعدی درزه‌های مدل شده به روش سیستم دیسک‌های تصادفی

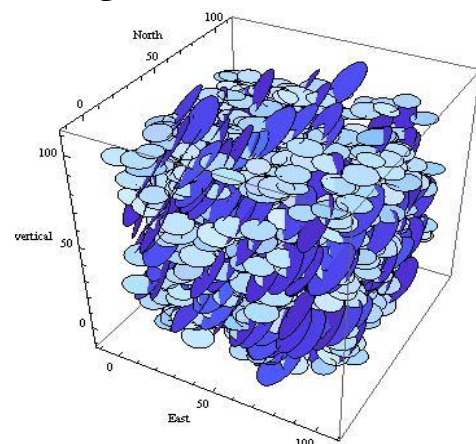
به وجود می‌آورد. لازم به ذکر است که این ترکیب تاکنون کمتر مورد توجه قرار گرفته است و لذا جهت اعتبارسنجی مدل، روش المان گسسته (DEM) استفاده شده در نرم‌افزار UDEC مورد استفاده قرار گرفته است.

۲- روش عددی آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA)

در سال ۱۹۹۳، شی و گودمن روش جدیدی برای محاسبه کرنش‌ها و جابجایی‌های یک سیستم بلوکی ابداع نمودند، که انطباق مناسبی را با مشاهدات مربوط به جابجایی‌ها و کرنش‌های واقعی حاصل از رفتارنگاری در تعداد نقاط کافی به خود اختصاص می‌داد. در روش آنالیز تغییر شکل ناپیوسته از جابجایی‌ها به عنوان مجهولات حل مسئله استفاده می‌شود و مشابه با روش عددی المان محدود، معادلات تعادل بر اساس آنالیز ماتریسی ساختارهای موجود توسعه و حل می‌شود. آنالیز تغییر شکل ناپیوسته به تحلیل برهم کنش‌های میان نیروها و

(FDM/BEM) برای روش المان گسسته صریح، در کد UDEC و 3DEC پیاده‌سازی گردید. این تکنیک توسط لوریگ و بردی (۱۹۸۲ تا ۱۹۸۶) ایجاد و توسط لموس (۱۹۸۷) بر روی UDEC پیاده‌سازی شد [۵-۸]. وی (۱۹۹۲) و وی و هادسون (۱۹۹۸) توسعه‌ای از مدل‌های هیبرید پیوسته - مجزا را برای تحلیل‌های ترکیبی هیدرومکانیکی توده‌سنگ‌های درزه‌دار، با استفاده از ترکیب روش‌های DEM، DFN و BEM ارائه کردند [۹، ۱۰].

شکل ۱ و بحث شایستگی روش‌های عددی مطرح شده بالا شامل مدل‌های هندسی نامحدود و ممتد است که درزه‌ها محدود به مرز مدل و یا درزه‌های اصلی هستند. این



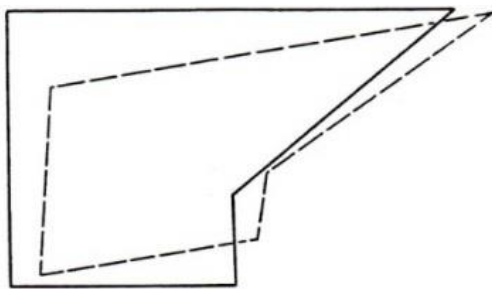
در شیروانی‌های سنگی به دلیل جابجایی‌های رخ داده در اثر عوامل طبیعی و مصنوعی و افزایش تمرکز تنش در ناپیوستگی‌های ناممتد، این ترک‌ها شروع به رشد کرده و در اثر مرور زمان بلوک‌های جدید را به وجود می‌آورند. جابجایی بلوک‌ها و تشکیل بلوک جدید، به عنوان یکی از مهمترین عوامل ناپایداری در سطح شیروانی است که در این تحقیق مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به مطالعات و پژوهش‌های صورت گرفته پیرامون این موضوع، روش آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDA) مناسب‌ترین روش جهت مدلسازی چرخش‌ها و جابجایی‌های بزرگ و روش جابجایی ناپیوستگی (DDM) روشی مناسب جهت مدلسازی رشد ترک در اثر جابجایی بلوک‌ها تشخیص داده شد. روش ترکیبی جابجایی ناپیوستگی - آنالیز تغییر شکل ناپیوسته (DDM-DDA) جهت ایجاد امکان انتشار درزه‌های ناممتد تا برخورد به دیگر درزه‌ها و یا مرز مدل و تحلیل جابجایی بلوک‌های اولیه و جدید به صورت یک محیط ناپیوستار را

مجهولات برابر با مجموع درجات آزادی همه بلوک‌ها است [۱۲].

در روش DDA ، مجموعه‌ای از اجسام توسط تعدادی بلوک تغییرشکل‌پذیر به شکل دلخواه که قادر به حرکت به طور مستقل از یکدیگر هستند، مدل می‌شود. به علت تقریب مرتبه اول جابجایی اتخاذ شده در اینجا، هر بلوک حالت یکنواختی از تنش و کرنش را داراست. بردار متغیرهای مربوط به بلوک منحصر بفرد به صورت رابطه ۱ بیان می‌شود [۱۳].

$$d^T = (u_0, v_0, \gamma_0, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})^T \quad (1)$$

که در آن (u_0, v_0) جابه‌جایی نقطه مشخص (x_0, y_0) در این بلوک است، γ_0 زاویه چرخش بلوک با مرکز چرخش (x_0, y_0) است که واحد زاویه γ_0 رادیان در نظر گرفته شده است. $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ کرنش‌های عمودی و برشی این بلوک می‌باشند، شکل ۴ تغییرشکل‌های کلی مربوط به بلوک را نشان می‌دهد [۱۱].



شکل ۴: تغییرشکل کلی بلوک [۱۱]

در دو بُعد، تقریب مرتبه اول جابجایی (v, u) در هر نقطه (y, x) بلوک i بدین صورت درونیابی می‌شود:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = [T] \{d\} \quad (2)$$

که در آن $[T]$ ماتریس تبدیل به صورت رابطه (۳) است.

$$[T] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -(y-y_0) & (x-x_0) & 0 & (y-y_0) \\ 0 & 1 & -(x-x_0) & 0 & (y-y_0) & (x-x_0) \end{pmatrix} \quad (3)$$

که در آن $[\sigma]$ بردار تنش، $[\varepsilon]$ بردار کرنش و e بیانگر کار انجام شده توسط نیروهای خارجی است. اولین عبارت در رابطه (۴)، کل انرژی تغییرشکل N بلوک را شرح می‌دهد، در حالیکه دومین عبارت کل کار انجام شده توسط نیروهای خارجی بر روی بلوک‌ها، از جمله بارهای نقطه‌ای و

جابجایی‌ها در سیستم‌های بلوکی می‌پردازد. این روش شامل دو بخش آنالیز پیش‌رونده و آنالیز بازگشتی است که هر یک از آنها برای جابجایی‌ها و تغییرشکل‌های بزرگ به کار می‌روند [۱۱].

آنالیز تغییرشکل ناپیوسته نسبت به روش المان گسسته کاندل که به صورت وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد، متفاوت است. این روش جدید یک روش مبتنی بر جابجایی است که مجهولات در معادلات تعادل، جابجایی‌ها هستند؛ این در حالی است که روش المان گسسته کاندل^۲ یک روش مبتنی بر نیرو است که سعی بر تبدیل نیروهای موجود در محل‌های تماس به اعداد ثابت بر اساس مفهوم میرایی دارد. بر این اساس، این روش یک روش سریع و دقیق است که به آسانی قابل درک بوده و حل آن مستلزم انرژی و زمان معقولی است [۱۱].

از لحاظ تئوری روش آنالیز تغییرشکل ناپیوسته، تعمیمی از روش المان محدود است. این روش نوعی شبکه المان محدود را حل می‌کند که در آن تمام المان‌ها به صورت بلوک‌های واقعی مجزا هستند که به وسیله ناپیوستگی‌های از قبل موجود مرزبندی شده‌اند. از این رو، این روش تعمیم بالایی دارد، زیرا المان‌ها یا بلوک‌های بکار رفته در روش DDA می‌توانند از هر نوع شکل محدب یا معقر یا حتی چند ضلعی‌های دارای حفره (سوراخ) باشند، این در حالی است که روش المان محدود تنها می‌تواند المان‌هایی (بلوک‌هایی) با اشکال استاندارد و متعارف را شامل شود. علاوه بر این، در روش DDA می‌توان از قانون کولمب برای سطوح مشترک محل تماس بلوک‌ها هنگام برخورد استفاده کرد و معادلات تعادل همزمانی متناسب را بر اساس هر مرحله افزایش زمان یا بارگذاری انتخاب و حل نمود. در روش المان محدود تعداد مجهولات برابر با مجموع درجات آزادی همه گره‌ها است، اما در روش DDA تعداد

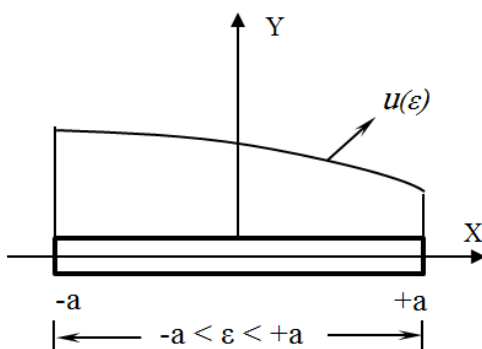
فرمولاسیون تعادل در روش DDA توسط اصل کمینه‌سازی انرژی پتانسیل حاصل می‌شود. برای سیستمی با N بلوک، انرژی پتانسیل کل، π ، را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\pi = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} [\varepsilon]^T [\sigma] dx dy \right) - e \quad (4)$$

تأثیر هرکدام از این المان‌ها و تشکیل معادلات جبری مربوطه، میزان ناپیوستگی که باعث ایجاد مقدار مشخصی تنش و تغییرشکل بر روی مرز می‌شود محاسبه می‌شود [۱۴].

در این روش میزان تغییر شکل نرمال و موازی با ترک (تغییر شکل ناشی از بازشدگی ترک و تغییرشکل ناشی از لغزش ترک) به راحتی قابل محاسبه است. بطور ویژه، این روش می‌تواند تخمین تنش و تغییر شکل برای مسائلی همانند یک ترک خمیده، یک ترک متقاطع و یک ترک دارای نیروهای اصطکاکی را تسهیل بخشد [۱۴].

یک المان ناپیوستگی جابجایی با طول $2a$ که در امتداد محور x قرار دارد، در شکل ۵ نشان داده شده است و در آن توزیع کلی ناپیوستگی جابجایی $u(\varepsilon)$ مشخص شده است [۱۴].



شکل ۵: المان ناپیوستگی جابجایی به همراه توزیع $u(\varepsilon)$ [۱۴]

با در نظر گرفتن اجزاء u_x و u_y برای ناپیوستگی جابجایی کلی و فرض ثابت بودن آنها و همچنین برابری آنها با مقادیر D_x و D_y در بازه $(-a, +a)$ که در شکل ۶ نشان داده شده است، دو سطح المان ناپیوستگی جابجایی می‌توانند در امتداد محور y به دو بخش مثبت و بخش منفی تقسیم شوند. تغییر شکل، یک تغییر ثابت را در زمان عبور از یک طرف سطح به طرف دیگر تحمل می‌کند. بنابراین مقادیر ثابت تغییر شکل D_x و D_y می‌تواند به صورت رابطه ۷ نوشته شود [۱۴].

$$\begin{aligned} D_x &= u_x(x_1 - 0_-) - u_x(x_1 - 0_+) \\ D_y &= u_y(x_1 - 0_-) - u_y(x_1 - 0_+) \end{aligned} \quad (7)$$

ثقل، نیروهای تماسی بلوک به بلوک، تنش‌های اولیه، نیروهای اینرسی و بارهای مرزی است. با استفاده از قرارداد المان محدود، کمینه‌سازی انرژی پتانسیل، π ، برای بلوک i نسبت به متغیرهای جابجایی آن، شش معادله (۵) حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial d_j} = k_{ij}d_j - f_j = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, 6 \quad (5)$$

سیستم کامل تعادل کلی برای N بلوک را می‌توان به شکل ماتریسی به صورت زیر نوشت:

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & k_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

که در آن f_j یک بردار 6×1 نیروهای اعمالی به بلوک i است. زیرماتریس‌های غیرقطری، k_{ij} ، حاوی مولفه‌های سختی وابسته به تماس بین بلوک i و j و k_{ii} اشاره به مولفه‌های سختی مواد بلوک i دارد [۱۳].

۳- روش عددی ناپیوستگی جابجایی (DDM)

روش المان مرزی (BEM) روش عددی دیگری است که به طور وسیع برای مدل‌سازی مکانیسم شکست به کار می‌رود و کارآمدی و دقت آن برای حل مسائل رشد ترک به اثبات رسیده است. از مزایای روش اینکه در تحلیل‌ها تنها نیازمند مرز و سطح ترک گسسته است. بنابراین نیازمند محاسبات کمتری برای تولید المان‌های جدید در رشد ترک است. این روش به دو دسته مستقیم و غیرمستقیم تقسیم می‌شود [۱۴].

از جمله زیر روش‌های المان مرزی غیرمستقیم می‌توان به روش ناپیوستگی جابجایی (DDM) اشاره کرد که مناسب‌ترین روش برای شبیه‌سازی رشد و توسعه ترک است. روش ناپیوستگی جابجایی توسط کروچ، توسعه داده شده است. این روش اساساً مشابه روش معادلات انتگرالی است که با استفاده از تابع گرین به دست می‌آیند. در این روش با استفاده از توابع تأثیر مجموعه‌ای از معادلات جبری که تنها ناشی از شرایط مرزی هستند شکل می‌گیرد. فرآیند این روش عددی شامل گسسته‌سازی مرز به تعداد مشخصی المان ناپیوستگی جابجایی است که با برآورد توابع

جابجایی‌ها یک تغییر ثابت $D_i = (D_x, D_y)$ را خواهد داشت [۱۵].

ناپیوستگی جابجایی به صورت تغییر در جابجایی بین دو طرف سگمنت تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} D_i &= u_i(x_1, 0_-) - u_i(x_1, 0_+) \\ D_x &= u_x(x_1, 0_-) - u_x(x_1, 0_+) \\ D_y &= u_y(x_1, 0_-) - u_y(x_1, 0_+) \end{aligned} \quad (۸)$$

مطابق شکل ۵ و ۶، D_y مثبت و دو سطح ترک به سمت هم حرکت می‌کنند و همپوشانی دارند چیزی که به صورت ریاضی قابل قبول اما در فیزیک مسئله غیر ممکن است. D_y نسبت به طول ترک بسیار کوچک است. کروج در سال ۱۹۷۶ مسئله را به این صورت حل کرد که جابجایی‌ها و تنش‌ها می‌توانند به شکل روابط ۹ و ۱۰ نوشته شوند [۱۵].

$$u_x = D_x [2(1-\nu)f_{,y} - yf_{,xx}] + D_y [-(1-2\nu)f_{,x} - yf_{,xx}] \quad (۹)$$

$$\begin{aligned} u_y &= D_x [2(1-\nu)f_{,x} - yf_{,xy}] + D_y [-(1-2\nu)f_{,y} - yf_{,yy}] \\ \sigma_{xx} &= 2GD_x [2f_{,xy} + yf_{,xyy}] + 2GD_y [2f_{,yy} + yf_{,yyy}] \\ \sigma_{yy} &= 2GD_x [-yf_{,xyy}] + 2GD_y [f_{,yy} - yf_{,yyy}] \\ \sigma_{xy} &= 2GD_x [2f_{,yy} + yf_{,yyy}] + 2GD_y [-yf_{,xyy}] \end{aligned} \quad (۱۰)$$

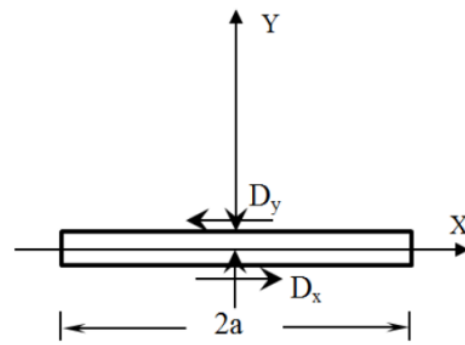
تابع پتانسیل $f(x, y)$ که مشتقات جزیی دوم و سوم آن در روابط دیده می‌شود، به صورت رابطه ۱۱ تعریف می‌شود.

$$f(x, y) = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \left[y \left(\tan^{-1} \frac{y}{x-a} - \tan^{-1} \frac{y}{x+a} \right) - (x-a) \ln \sqrt{((x-a)^2 + y^2)} + (x+a) \ln \sqrt{((x+a)^2 + y^2)} \right] \quad (۱۱)$$

$\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ قابل بیان است که به هر دو عامل، تنش وارده به قطعه در دوردست (σ) و هندسه‌ی قطعه (شامل طول ترک)، بستگی دارد. این فاکتور تنش موضعی در نوک ترک را به تنش دوردست مرتبط می‌نماید. با استفاده از روش ناپیوستگی جابجایی، یافتن فاکتورهای شدت تنش مود یک و دو (K_I و K_{II}) توسط روابط ۱۲ و ۱۳ امکان‌پذیر است [۱۶].

$$K_I = \frac{\mu}{4(1-\nu)} \left(\frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{1}{2}} D_y(a) \quad (۱۲)$$

$$K_{II} = \frac{\mu}{4(1-\nu)} \left(\frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{1}{2}} D_x(a) \quad (۱۳)$$

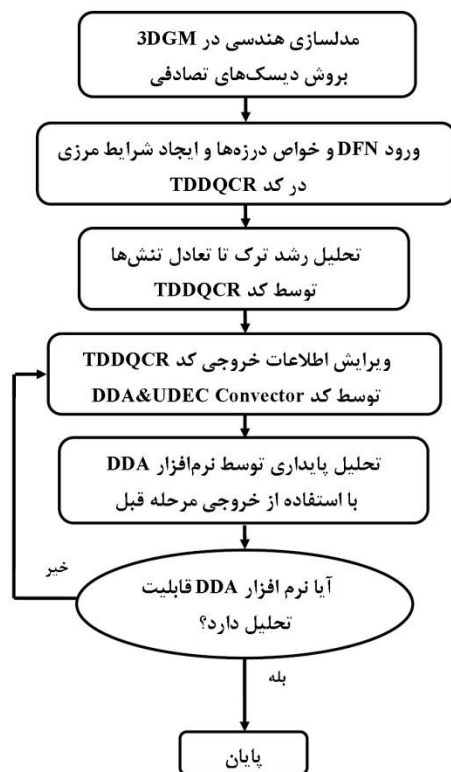


شکل ۶: المان ثابت در روش ناپیوستگی جابجایی

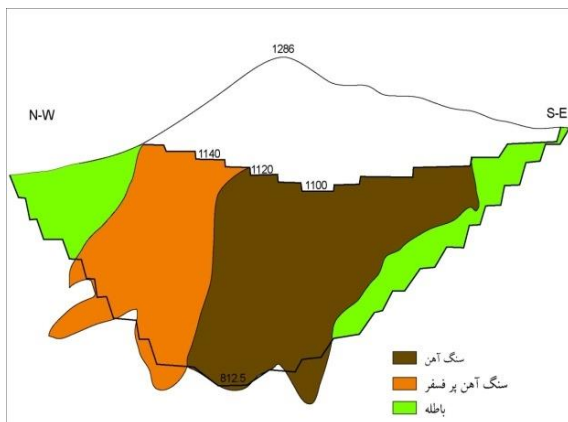
در مسئله ناپیوستگی جابجایی یک سگمنت خطی محدود بر صفحه‌ی x و y در جسم نامحدود، جابجایی‌ها در همه جا به جز در سگمنت خطی، پیوسته است. این سگمنت (شکل‌های ۵ و ۶) می‌تواند یک ترک دارای مختصات $|x| \leq a$ و $y = 0$ باشد. دو بخش مثبت و منفی در دو سطح بسیار نزدیک به هم ترک قابل تشخیص است. در عبور از یک طرف سگمنت به طرف دیگر مقدار

ملاحظه می‌شود که به جز در عبور از سگمنت خطی $|x| \leq a$ و $y = 0$ در سایر نقاط جسم نامحدود، جابجایی پیوسته است [۱۵]. مکانیسم شکست در اغلب سنگ‌ها، ترد است. شکست ترد که به رشد ناپایدار و سریع ترک اطلاق می‌شود، معمولاً در مواردی اتفاق می‌افتد که جسم دارای میزان نرمی پایینی (مانند سنگ) باشد و به همین علت تغییر شکل پلاستیک ناچیزی در اطراف نوک ترک به وجود می‌آید که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد، بنابراین می‌توان از مفاهیم مکانیک شکست الاستیک خطی ($LEFM^*$) برای آن استفاده نمود. مهم‌ترین اصل مکانیک شکست الاستیک این است که توزیع تنش نزدیک یک ترک نوک تیز بر حسب یک کمیت به نام فاکتور شدت تنش K ، با واحد

۴- فلوجارت روش تلفیقی DDM-DDA



شکل ۷: فلوجارت روش تلفیقی DDM-DDA



شکل ۸: مقطع طولی زمین‌شناسی معدن سنگ آهن چغارت (وضعیت سال ۱۳۷۲)

مطالعات ژئومکانیکی توده‌سنگ چغارت جهت ایجاد سازه یک معدن روباز به عمق بیش از ۳۵۰ متر ابتدا توسط روس‌ها، سپس در دو مرحله در سال‌های ۱۳۷۲ تا ۱۳۹۰ توسط شرکت مهندسين مشاور کاوشگران انجام گرفته است. این مطالعات شیب پایدار دیواره‌های معدن را به ترتیب بین ۵۰ تا ۵۵ درجه و ۴۴ تا ۵۲ درجه و نهایتاً ۳۴ تا ۴۸ درجه در نظر گرفته‌است [۱۸]. لذا محدوده‌های نهایی طراحی شده نیز بر اساس این مطالعات دستخوش تغییرات

برای استفاده از این دو روش در تحلیل پایداری توده‌سنگ‌های درزه‌دار، ابتدا به روش دیسک‌های تصادفی توسط کد 3DGM یاراحمدی - گودرزی [۱۷، ۱۸] مدل هندسی یا DFN مورد نظر ایجاد می‌شود. سپس با استفاده از برنامه کدنویسی شده TDDQCR در محیط متمتیکا توسط فاتحی - عزیزی [۱۴] و یاراحمدی - پیرنیا [۱۵] مراحل متوالی انتشار ترک تعدیل یافته، رشد ترک کششی و ترک برشی مدلسازی می‌شود.

کد DDA نسخه ۱.۱ نوشته شده توسط سیتار و مک لاگهیلن (۲۰۰۱) بر اساس کد اصلی شی دارای نواقص متعددی بوده که از جمله آن می‌توان به عدم نمایش درزه‌های غیرمتصل به مرز و عدم قابلیت در تحلیل مدل‌های هندسی پیچیده اشاره کرد. از این‌رو خروجی TDDQCR مستلزم اصلاحاتی از جمله اتصال آخرین مرحله رشد ترک به مرز و حذف نقاط اضافی ناشی از مش‌بندی در رشد ترک بود که این عملیات توسط برنامه DDA&UDEC Connector در محیط متمتیکا انجام می‌گیرد به طوری که فایل‌های ورودی DDA با پسوند geo و ورودی UDEC با پسوند txt خروجی آن است. این مراحل را می‌توان در قالب فلوجارت نشان داده شده در شکل ۷ مشاهده کرد.

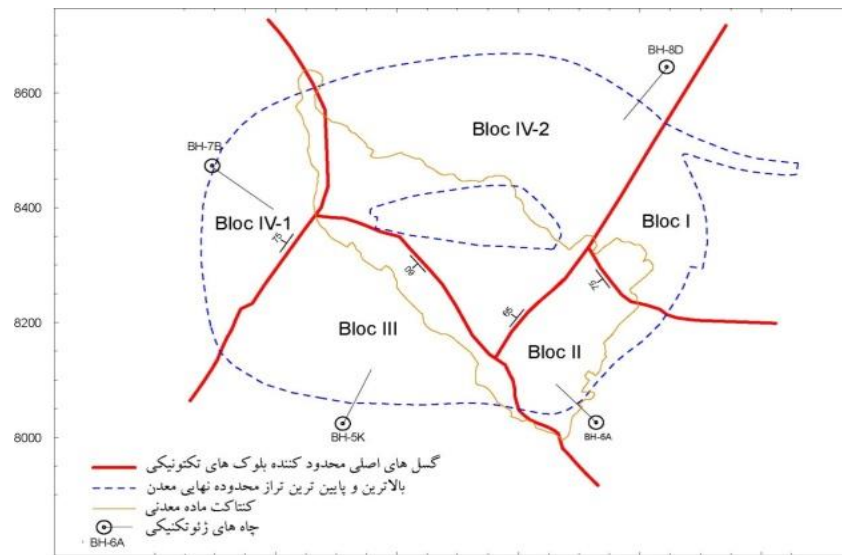
۵- تحلیل پایداری دیواره شمالی معدن چغارت روش تلفیقی DDM-DDA

معدن سنگ آهن چغارت با ذخیره زمین‌شناسی ۱۹۳ میلیون تن، در ۱۲ کیلومتری شمال شرقی شهرستان بافق در حاشیه کویر ایران مرکزی واقع شده است. عملیات استخراج در این معدن به صورت روباز و در محدوده‌ای با نسبت باطله‌برداری حدود ۱:۰/۹ است. شکل ۸ وضعیت ماده معدنی و سنگ‌های در برگیرنده معدن چغارت در مقطع طولی زمین‌شناسی را نشان می‌دهد.

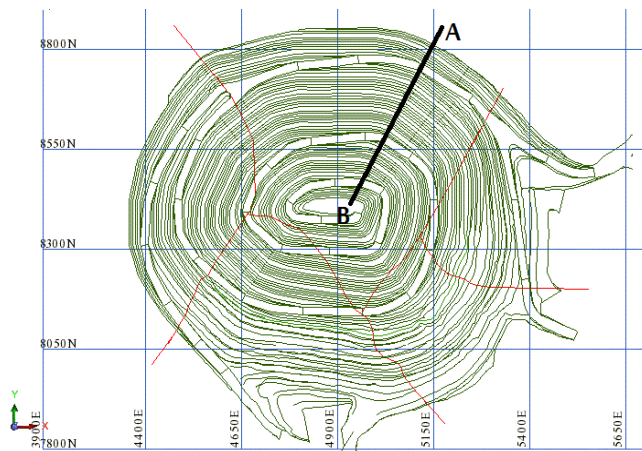
جهت همگن‌سازی آماری در داده‌های هندسی و مکانیکی توده‌سنگ چغارت و تقلیل واریانس داده‌ها و خطاهای شبیه‌سازی، تکتونیک منطقه مهم‌ترین عامل شناخته شد و توده‌سنگ چغارت به پنج بلوک تقسیم شد. شکل ۹ موقعیت این بلوک‌ها را نشان می‌دهد [۱۸].

است بیشترین تغییرات این دو طرح در دیواره‌های بلوک تکتونیکی ۳ و ۴ رخ داده است. شکل ۱۰ کاواک‌های قدیم و جدید معدن چغارت و موقعیت مقطع مورد مطالعه (AB) را نشان می‌دهد.

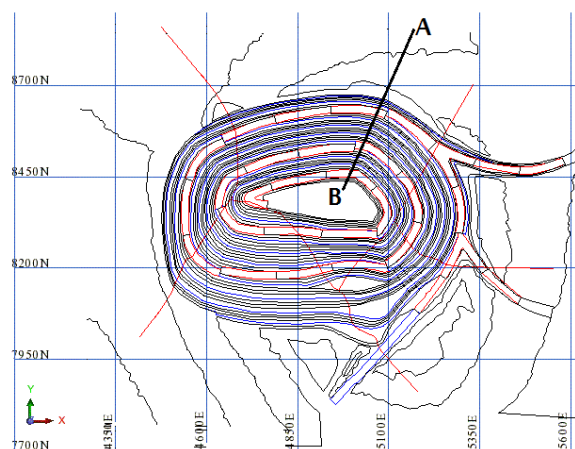
بوده است. در کنار کاواک‌های طراحی شده توسط روس‌ها و شرکت EBE آلمان، دو طرح نهایی کارشناسان معدن به نام طرح قدیم (سال ۱۳۷۴) و طرح کاوشگران با عنوان طرح جدید معدن (سال ۱۳۹۱) اجرایی شده‌اند. لازم به ذکر



شکل ۹: محدوده نهایی و بلوک‌بندی تکتونیکی کاواک قدیمی معدن چغارت [۱۸]



ب



الف

شکل ۱۰: (الف) کاواک قدیم، (ب) کاواک جدید معدن چغارت

هندسی سه‌بعدی و دوبعدی ایجاد شده، در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

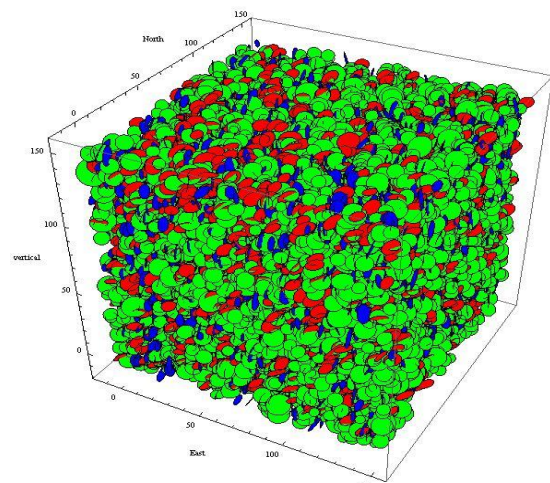
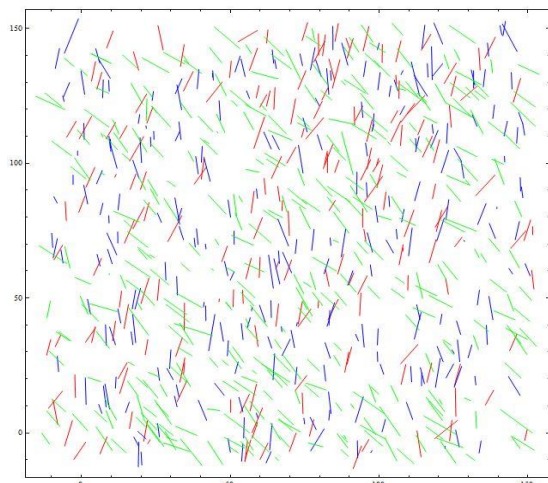
هرچند تمرکز پژوهش حاضر بر روی مدلسازی هندسی به روش دیسک‌های تصادفی است ولی به منظور مقایسه تحلیل پایداری حاصل از دو برنامه DDA و UDEC، منطقه مورد مطالعه به روش سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود ترتیبی نیز مدلسازی شده است (شکل ۱۲).

۵-۱- مدلسازی هندسی

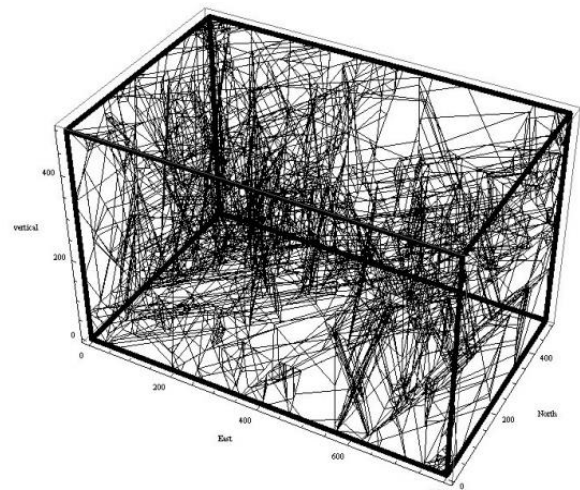
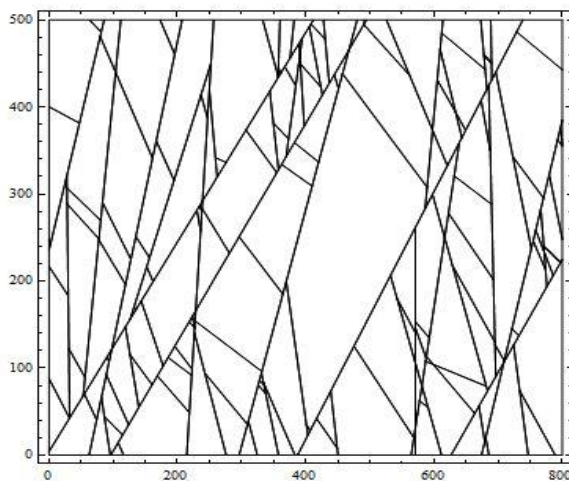
همانطور که قبلاً ذکر شد، با استفاده از برنامه 3DGM و همچنین با توجه به اطلاعات مربوط به قسمت شمالی بلوک ۴ که در جدول ۱ آمده است، مدلسازی هندسی با استفاده از روش دیسک‌های تصادفی انجام شد. مدلسازی

جدول ۱: داده‌های مورد استفاده در مدل‌سازی هندسی درزه‌های ناممتد دیواره شمالی معدن چغارت [۲۰]

دسته درزه	میانگین شیب	میانگین جهت شیب	میانگین طول اثر	انحراف معیار طول اثر	تابع توزیع قطر دیسک	ثابت فشر	زاویه انحراف	چگالی خطی	میانگین فاصله‌داری	انحراف معیار فاصله‌داری
۱	۷۷/۵	۲۳۰/۵	۷/۰۲۹	۲/۲۶	لاگ نرمال	۳۱/۲۵	۴۱/۶۳	۳/۷۱	۲/۴۶۱	۰/۲۰۶
۲	۸۶/۸	۱۰۲/۳	۶/۰۳	۲/۴۶	لاگ نرمال	۱۷/۸۵	۱۱/۳۹	۴/۹	۰/۶۲۷	۰/۴۳۳
۳	۵۹/۱	۴۱/۳	۶/۸۰۳	۲/۵۸	لاگ نرمال	۲۸/۵۷	۵۵/۹۷	۵/۳۱	۰/۷۳۹	۰/۴۳۴



شکل ۱۱: مدل‌سازی سه‌بعدی و مقطع دو‌بعدی دیواره شمالی معدن چغارت به روش دیسک‌های تصادفی در 3DGM



شکل ۱۲: مدل‌سازی سه‌بعدی و مقطع دو‌بعدی دیواره شمالی معدن چغارت به روش سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود ترتیبی در 3DGM

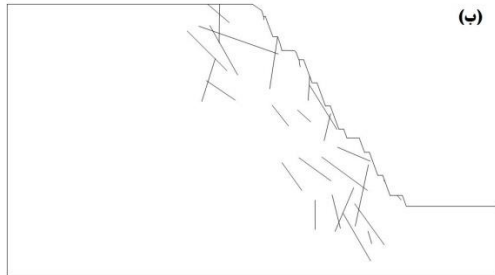
پیشنهادی، برنامه‌ی کامپیوتری *TDDQCR* است که با انتقال به محیط متمتیکا برای مراحل متوالی انتشار ترک تعدیل یافته است [۱۴، ۱۵]. باید توجه داشت که رشد ترک تنها در مورد مدل‌سازی هندسی به صورت درزه‌های ناممتد مفهوم پیدا می‌کند.

به دلیل زمان بر بودن محاسبات مربوط به انتشار درزه‌ها در این مدل، درزه‌ها از نظر فاصله‌داری چند ده برابر

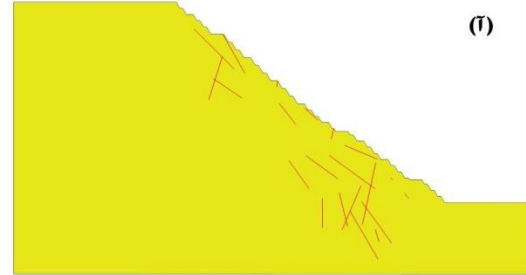
۵-۲- بررسی امکان شبیه‌سازی رشد ترک

برای مدل‌سازی رشد ترک از روش عددی المان مرزی غیر مستقیم ناپیوستگی جابجایی استفاده شد. روش ناپیوستگی جابجایی اخیراً با المان مرتبه‌ی بالا به همراه المان نوک ترک برای حل برخی مسائل مربوط به انتشار ترک مورد استفاده قرار گرفته است. اساس روش

دو بُعدی AB شیروانی و درزه‌های مدل شده دو کاواک جدید و قدیم را نشان می‌دهد. پارامترهای مکانیکی این تحلیل برابر با مطالعات گذشته به صورت جدول ۲ در نظر گرفته شده است.



شدند و در خصوص گسترش با مقیاس واقعی به مدل اضافه گردیدند. از طرفی به منظور سهولت حل مدل و افزایش سرعت آن، درزه‌ها فقط در ناحیه‌ی نزدیک^۵ که تغییرات آن حائز اهمیت است در نظر گرفته شدند. شکل ۱۳ مقطع

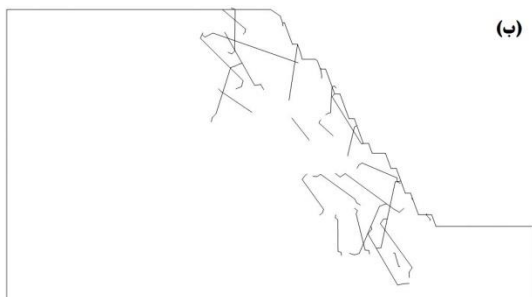


شکل ۱۳: نمایش هندسه مورد مطالعه در مقطعی از دیواره شمالی معدن چغارت برای کاواک جدید (آ) و کاواک قدیم (ب)

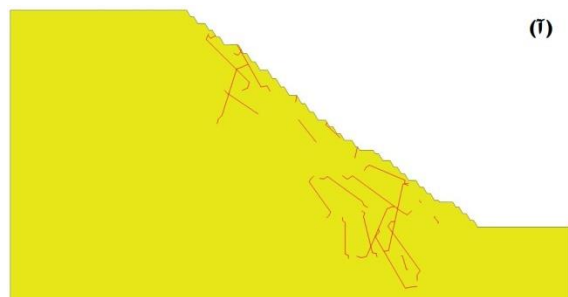
جدول ۲: پارامترهای مکانیکی در نظر گرفته شده در تحلیل رشد ترک [۲۱]

مدول یانگ GPa	نسبت پواسون	دانشسته kg/m^3	چقرمگی شکست $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$
۱۵/۰۲	۰/۲	۲۶۰۳	۰/۷۹۳

می‌شوند، لیکن برنامه DDA قابلیت تحلیل مدل هندسی پیچیده ایجاد شده را ندارد. از اینرو گام انتشار را ۴ مرحله در نظر گرفته تا در مراحل بعدی تحلیل مشکلی ایجاد نگردد.



با اجرای برنامه $TDDQCR$ تا ۴ مرحله انتشار ترک، هندسه نهایی برای کاواک جدید و قدیم به صورت شکل ۱۴ خواهد بود. در این تحلیل گام انتشار ترک یک دهم طول ترک در نظر گرفته شده است. با افزایش گام انتشار ترک، ترک‌ها بیشتر رشد کرده و حتی به یکدیگر متصل



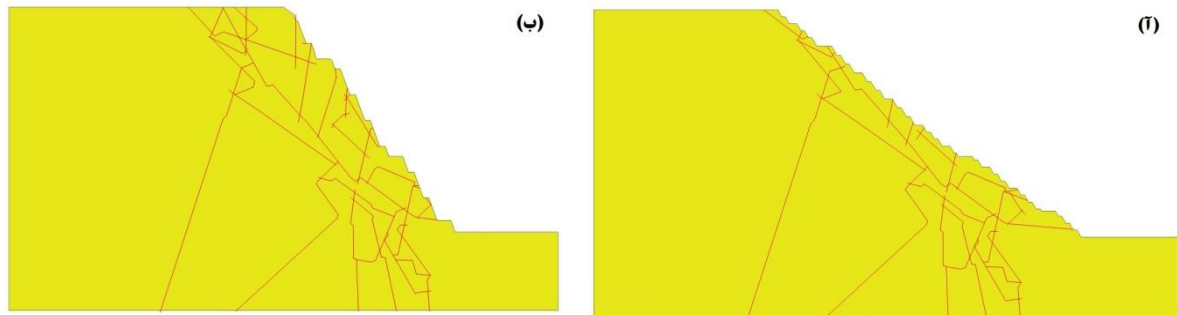
شکل ۱۴: نمایش نتایج تحلیل رشد ترک در مقطع AB از دیواره شمالی معدن چغارت برای کاواک جدید (آ) و کاواک قدیم (ب)

نرم‌افزار تنها قادر به نمایش درزه‌های متصل به یکدیگر و یا به مرز هستند، بنابراین درزه‌های موجود پس از انتشار ترک، در راستای آخرین ترک امتداد یافته تا به مرز برخورد کنند (شکل ۱۵).

در نهایت خروجی این کد، دو فایل متنی با پسوند geo و txt بوده که بترتیب جزو ورودی‌های برنامه DDA و $UDEC$ هستند.

۳-۵- آماده‌سازی اطلاعات مورد نیاز نرم‌افزارهای DDA و $UDEC$

قبل از استفاده از این نرم‌افزارها، لازم است تا اطلاعات ورودی آماده‌سازی شوند. به خصوص که نرم‌افزار DDA بسیار مبتدی بوده و از نقایص فراوانی رنج می‌برد. بدین منظور کد $DDA\&UDEC\ Convector$ در محیط نرم‌افزاری متمتیکا تهیه گردید. از آنجایی که این دو



شکل ۱۵: ویرایش مدل هندسی در برنامه *DDA&UDEC Convector* برای کاواک جدید (آ) و کاواک قدیم (ب)

۴-۵- تحلیل پایداری دو بُعدی مقاطع توسط نرم‌افزار DDA

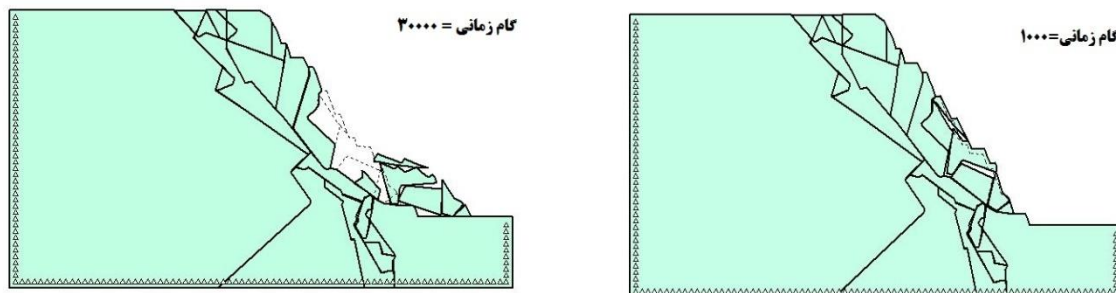
برنامه *DDA* دارای محیطی بسیار ساده و به همین نسبت دارای کاستی‌هایی است. ابتدا باید فایل متنی آماده شده از مرحله قبل را فراخوانی کرد، سپس چنانچه مدل هندسی وارد شده از نظر شرایط برنامه صحیح باشد، با وارد کردن خواص مواد و شرایط مرزی و اولیه تحلیل پایداری

آغاز می‌شود. اطلاعات ورودی مورد نیاز این برنامه مطابق جدول ۳ است.

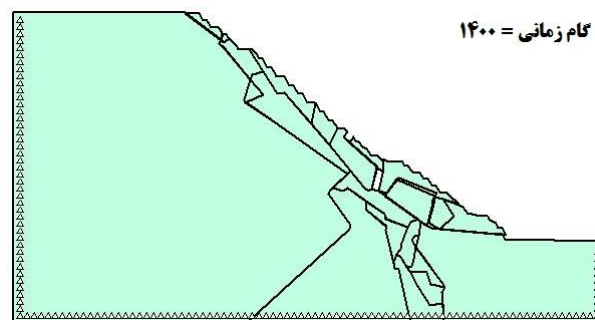
روش تحلیل شیروانی مورد مطالعه شبه استاتیکی است و با افزایش تدریجی گام‌های زمانی، در صورت عدم پایداری شیروانی، می‌توان نحوه ریزش بلوک‌های مستعد ریزش را به صورت مرحله به مرحله مشاهده کرد (شکل ۱۶ و ۱۷).

جدول ۳: اطلاعات ورودی به برنامه *DDA* [۲۱]

چگالی	وزن مخصوص	مدول الاستیسیته	نسبت	زاویه اصطکاک	چسبندگی	مقاومت کششی
g/cm^3	kg/m^3	GPa	پواسون	(درجه)	MPa	
۲/۶۰۳	۲۶۰۳	۱۵/۲۰	۰/۲	۳۲/۲	۰/۲۶۲	۰



شکل ۱۶: جابجایی بلوک‌ها در تحلیل پایداری مقطع *AB* کاواک قدیم در نرم‌افزار *DDA* طی گام زمانی ۱۰۰۰ و ۳۰۰۰

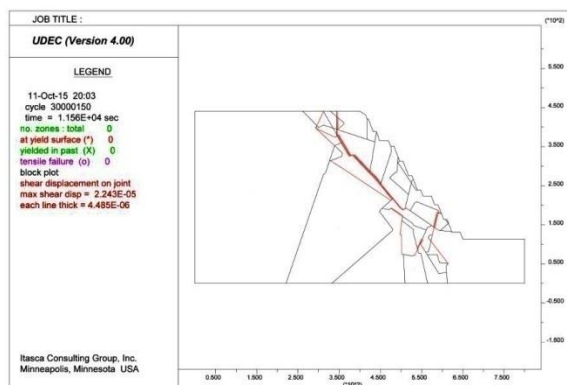


شکل ۱۷: جابجایی بلوک‌ها در تحلیل پایداری مقطع *AB* کاواک جدید در نرم‌افزار *DDA* طی گام زمانی ۱۴۰۰

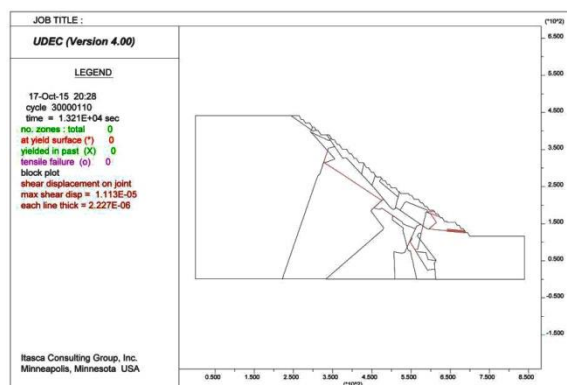
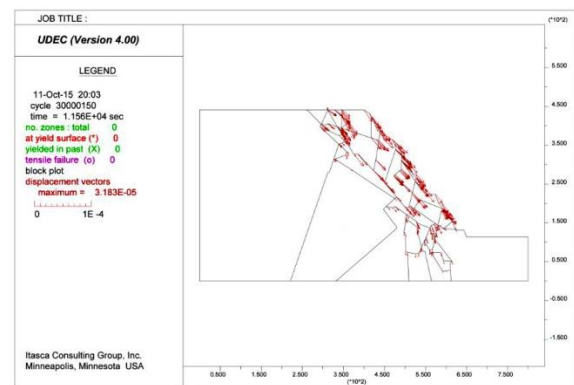
امکان‌پذیر نیست. همان‌طور که مشاهده می‌شود، *DDA* قادر است به‌طور واضح جابجایی‌های بزرگ را به نمایش

در مورد کاواک جدید، به دلیل مشکلات نرم‌افزاری که در *DDA* وجود دارد، تحلیل بیشتر از ۱۴۰۰ گام زمانی

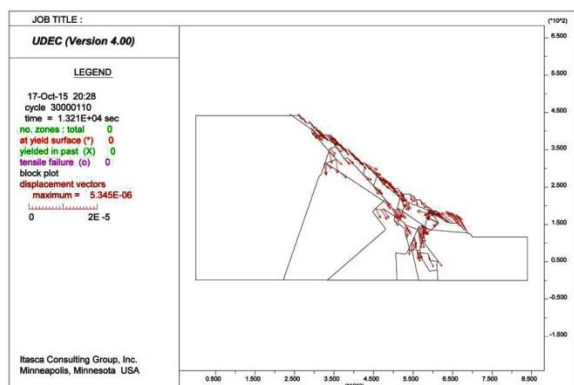
جابجایی‌های کوچک را مدلسازی می‌کند [۲۲]. با استفاده از ویژگی‌های ذکر شده در جدول ۳، تحلیل صورت گرفت. شکل‌های ۱۸ و ۱۹ بردارهای سرعت و جابجایی برشی بعد از ۳۰۰۰۰۰۰ گام زمانی برای کاواک قدیم و جدید نمایش داده شده است.



شکل ۱۸: جابجایی‌های محاسبه شده برای مقطع AB معدن چغارت توسط UDEC برای کاواک قدیم



شکل ۱۹: جابجایی‌های محاسبه شده برای مقطع AB معدن چغارت توسط UDEC برای کاواک جدید



۵-۶- تحلیل پایداری دو بُعدی در نرم‌افزارهای UDEC و DDA بر اساس سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود تریبی

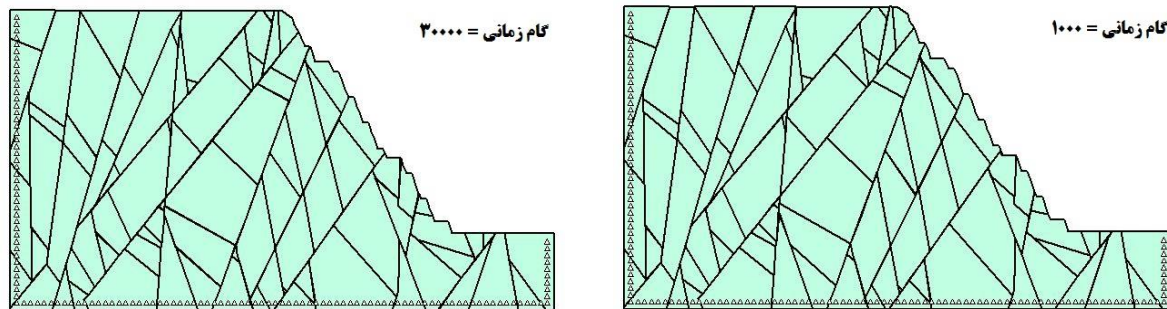
به منظور ارزیابی تفاوت روش مدلسازی هندسی در تحلیل پایداری مقاطع AB بدون وجود رشد ترک در نرم‌افزارهای به کار برده شده در این پژوهش، دیواره به روش درزه‌های نامحدود مدلسازی هندسی شد و پس از اصطلاحات مورد نیاز در کد *DDA&UDEC*، در نرم‌افزارهای *DDA* و *UDEC* مورد تحلیل قرار گرفت. خروجی حاصل از این دو برنامه در شکل‌های ۲۰ و ۲۱ نمایش داده شده است.

گذاشته و همچنین قابلیت تحلیل حرکات چرخشی، لغزشی و انتقالی را داراست.

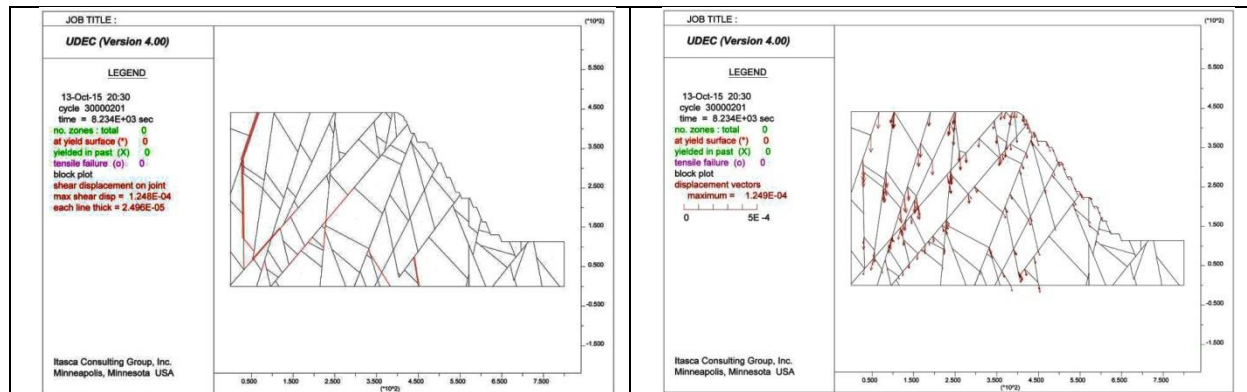
۵-۵- تحلیل پایداری دو بُعدی مقاطع توسط نرم‌افزار UDEC

این نرم‌افزار که از مجموعه‌های آیتسکا (*Itasca*) است، در محیط‌های ناپیوسته کاربرد داشته و به دلیل ماهیت

همان‌طور که از شکل‌های بالا مشخص است، جابجایی قابل توجهی در این برنامه برخلاف نتایج حاصل از *DDA* مشاهده نمی‌شود. به طوری که در برنامه *DDA* پس از طی گام زمانی ۳۰۰۰۰، ریزش در دیواره کاواک قدیمی اتفاق افتاده اما نتایج تحلیل در نرم‌افزار *UDEC* نشان از جابجایی برشی کمتر از یک میلی‌متر پس از ۳۰۰۰۰۰۰ گام زمانی دارد. که به نظر می‌رسد محدودیت‌های این نرم‌افزار و روش‌های صریح در مدلسازی جابجایی‌های بزرگ و از طرفی قفل شدگی بلوک‌ها عامل اصلی این نتیجه بوده است. لازم به ذکر است نتایج این بخش زمانی قابل استناد است که این تحلیل توسط نرم‌افزار *DDA* اعتبار سنجی شود.



شکل ۲۰: تحلیل پایداری مقطع AB در نرم‌افزار DDA با سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود طی گام زمانی ۱۰۰۰ و ۳۰۰۰۰ برای کاواک قدیم



شکل ۲۱: جابجایی‌های محاسبه شده برای مقطع AB از دیواره شمالی چغارت با نرم‌افزار UDEC در حالت سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود طی گام زمانی ۳۰۰۰۰۰۰۰ برای کاواک قدیم

را مدنظر قرار داده شده است. در این بررسی نتایج زیر قابل طرح است:

تلفیق دو نرم‌افزار عددی که انتشار ترک و جابجایی بلوک هدف اصلی آن است زمانی بهترین پاسخ را خواهد داشت که به صورت همزمان اتفاق بیافتد یعنی اینکه در هر سیکل محاسبه شبه استاتیکی جابجایی‌ها بر انتشار ترک و گسترش درزه‌ها بر جابجایی اثر متقابل خود را بگذارند. در تلفیق صورت گرفته با توجه به محدودیت‌های هر دو نرم‌افزار مورد استفاده، نتیجه انتشار ترک پس از به تعادل رسیدن، در نرم‌افزار DDA وارد شده و جابجایی‌ها مورد تحلیل قرار گرفته است. به همین دلیل در اینجا فرض بر این گذاشته شد که درزه بعد از چهار سیکل انتشار در راستای آخرین زاویه به دست آمده تا برخورد به مرز یا درزه دیگر گسترش یابد.

نتایج به دست آمده مؤید آنست که مدلسازی توده‌سنگ‌های درزه‌دار با افزودن مکانیسم شکست حتی به صورت غیرهمزمانی نیز تأثیر زیادی در نتایج تحلیل به خصوص میزان جابجایی‌ها در تحلیل دیواره شمالی معدن چغارت داشته است، به طوری که حتی نسبت به مدلسازی با سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود ترتیبی هم شرایطی

شکل‌های ۲۰ و ۲۱ و نتایج تحلیل نشان می‌دهد که در هر دو روش علی‌رغم استفاده از روش مدلسازی هندسی سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود ترتیبی که چگالی درزه‌داری بیشتری را در مدل وارد می‌کند، جابجایی قابل ملاحظه‌ای مشاهده نشده است. این موضوع و مقایسه آن با تحلیل‌های مبتنی بر دیسک‌های تصادفی به همراه انتشار ترک که چگالی درزه‌داری را نزدیک به واقع مدل می‌کند، در این دیواره نشان می‌دهد که تلفیق انتشار ترک با روش‌های مدلسازی مکانیکی دیواره‌ها شرایط بحرانی دیواره‌ها را مناسب تشخیص داده است و رشد ترک عامل مهمی در تحلیل پایداری به حساب می‌آید.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در شیروانی‌های سنگی علاوه بر ناپیوستگی‌های موجود، رشد آنها و از بین رفتن پل‌های سنگی در اثر تمرکز تنش و جابجایی و پیرو آن تشکیل بلوک‌های جدید، عامل مهم در ایجاد ناپایداری است. این پژوهش با تلفیق دو روش آنالیز تغییر شکل ناپیوسته جهت مدلسازی جابجایی‌ها و روش جابجایی ناپیوستگی جهت مدلسازی رشد ترک، این مسئله

Excavations, Cambridge: British Geotechnical Society, 1984, pp. 105-12.

[7] L. J. Lorig, B. H. G. Brady, P. A. Cundall, "Hybrid distinct element-boundary element analysis of jointed rock, Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr 1986.

[8] J. V. Lemos, "A hybrid distinct element computational model for the half-plane, " MSc thesis, Department of Civil Engineering, University of Minnesota, 1987.

[9] L. Wei, J. A. Hudson, "A hybrid discrete-continuum approach to model hydro-mechanical behaviour of jointed rocks, " Eng Geol 1988.

[10] L. Wei, "Numerical studies of the hydromechanical behavior of jointed rocks, " PhD thesis, Imperial College of Science and Technology, University of London, 1992.

[11] Gen-hua Shi, "Block System Modeling by Discontinuous Deformation Analysis (DDA)", Computational Mechanics Publications, 1993.

[12] Shahami, M. H., Yarahmadi Bafghi, A., Grayeli Mikla, R. (2013). "Development of Key Groups Method Based on Numerical Methods DDA in the Stability Analysis Jointed Rock Slopes." Master's Thesis, Yazd University (In Persian).

[13] Kaidi, S., Rouainia, M., Ouahsine, A. (2012). Stability of Breakwaters under Hydrodynamic Loading Using a Coupled DDA/FEM Approach, Ocean Engineering, Vol. 55, 62-70.

[14] Azizi, R., Fatehi Marji, M., Yarahmadi Bafghi A. R., (2014). "Tension Crack Growth Modeling in Failures of Block-Toppling in the Northern Wall of the Mine Choghart." Master's Thesis, Yazd University (In Persian).

[15] Pirniya, Z., Yarahmadi Bafghi, A. R., Fatehi Marji, M. (2014). "Shear Crack Growth Modeling in Failures of Block-Toppling in the Northern Wall of the Mine Choghart." Master's Thesis, Yazd University (In Persian).

[16] Bieniawski Z T, 1967. "Mechanics of brittle fracture of rock". Part I, II and III. Int. J. RockMech. Min.Sci. Vol.4.3p.95-4

[17] Goodarzi H, Yarahmadi-Bafghi AR (2013) 3D Geometric-Geotechnical Modeling of Discontinuous Rock Masses by Random Disk Method (RD3DGM), 10th IranianTunnelling Conference, Iran (in Persian)

[18] Goodarzi, H., Yarahmadi Bafghi, A. (2013). "Three-Dimensional Geometric Modeling Northern Wall of the Mine Choghart." Master's Thesis, Islamic Azad University of Bafgh (In Persian).

بحرانی‌تر را به نمایش گذارده است. قابلیت روش آنالیز تغییرشکل ناپیوسته شی نسبت به روش المان گسسته کاندل در مدلسازی جابجایی‌های بزرگ به خصوص در ریزش‌های واژگونی در مقاطع مورد بررسی به مراتب بیشتر است. بدین معنی که در شرایط هندسی یکسان جابجایی بیشتری را به نمایش می‌گذارد. لازم به ذکر است نرم‌افزار DDA نسخه اولیه بوده و امکان خطا در آن وجود دارد اما آنچه در اینجا بیشتر مورد توجه است امکان حرکت هندسی بلوک‌ها در دو روش المان مجزای صریح و ضمنی است.

در تحلیل مورد مطالعاتی ارائه شده در این پژوهش، پایداری نسبتاً بیشتری را در کاواک جدید طراحی شده نسبت به کاواک قدیم از منظر هر دو روش مورد استفاده نشان می‌دهد. که دلیل اصلی آن کاهش سه درجه‌ای دیواره شمالی بوده است. در نهایت اعتبارسنجی روش‌های مورد استفاده مستلزم اعتبارسنجی با روش و نرم‌افزار دیگری مثل PFC2D است.

مراجع

[1] Khanizadeh Bahabadi, M., Mohebbi, M., Dehghanzadeh Bafghi, R., Maghsoudi, A. (2015, March). "Numerical Methods in Rock Mechanics Issues." In National Conference on Geology and Exploration of Resources, Shiraz (In Persian).

[2] O. C. Zienkiewicz, D. W. Kelly, P. Bettess, "The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, " Int J Numer Methods Eng 1977.

[3] B. H. G. Brady, A. Wassyn, "A coupled finite elementboundary element method of stress analysis, " Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr 1981.

[4] G. Beer, "Finite element, boundary element and coupled analysis of unbounded problems in elastostatics, " Int J Numer Methods Eng 1983.

[5] L. J. Lorig, B. H. G. Brady, "A hybrid discrete elementboundary element method of stress analysis, " In: R. E. Goodman, F. Heuze, editors, Proceedings of the 23rd US Symposium Rock Mechanics, Berkeley, 25-27 August 1982, pp. 628-36.

[6] L. J. Lorig, B. G. H. Brady, "A hybrid computational scheme for excavation and support design in jointed rock media, " In: E. T. Brown, J. A. Hudson, editors, Proceedings of the Symposium Design and Performance of Underground

[19] Consulting Engineers of Kavoshgaran. (2012). "The Final Pit Plan Report of Iron Ore Mine Choghart." Central Iron Ore Company of Iran (In Persian).

[20] Yarahmadi Bafghi, A., Mohebbi, M. (2014). "Implementation of Key Groups Toppling in the Stability Analysis of Tectonic Blocks 4 of the Choghart Mine." Research Project Central Iron Ore Company-Bafgh, Center of Strategic Research of Basij Asatid in Yazd, Report the Second Stage (In Persian).

[21] Yarahmadi Bafghi, A. (2009). "Reliability Analysis of the Final Slopes of Open Pit Mine (Case Study: Rock Slope of Iron Ore Choghart Mine)", Research Project in MERC, Yazd University, (In Persian).

[22] Itasca Consulting Group (2000). Inc. UDEC (universal distinct element code), Version 4.0, USA.

-
- 1- Implicit
 - 2- Explicit
 - 3- Candal
 - 4- Linear Elastic Fracture Mechanics
 - 5- Near Field