بسته‌بندی ذرات تصادفی به منظور استفاده از آنها به عنوان ورودی اولیه تحلیل‌های عددی مواد ناپیوستار

سیدعلی سجادی*[۱]، خلیل خلیلی[۲]

۱- کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند
۲- استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند
(دریافت: مرداد ۱۳۹۵، پذیرش: تیر ۱۳۹۸)

چکیده

امروزه روش‌های تحلیل عددی نقش عمده‌ای را در پیشرفت علم بازی کرده و توانایی خود را در حل مسائل فیزیکی با دقت بالا به اثبات رسانیده‌اند. روش‌های تحلیل عددی بسیار متنوع هستند ولی بیشتر این روش‌ها، مانند روش اجزاء محدود، برای مدلسازی محیط‌های پیوستار استفاده می‌شوند. یکی از روش‌های تحلیل عددی که برای مدلسازی محیط‌ها و مواد ناپیوستار استفاده می‌شود، روش المان مجزا است. معمولاً در این روش، مواد ناپیوستار به صورت مجموعه‌ای از بلوک‌های(ذرات) مجزا در نظر گرفته می‌شوند که این بلوک‌های مجزا می‌توانند به صورت صلب یا تغییر شکل‌پذیر رفتارکرده و هم‌چنین امکان جابه‌جایی‌ها و چرخش‌های بزرگ را داشته باشند. مواد ناپیوستار، مانند سنگ‌ها و مواد گرانول، دارای ذراتی با شکل تصادفی و نامنظم هستند. لذا ایجاد یک الگوریتم به منظور شبیه‌سازی ذرات تصادفی، بسته‌بندی آنها و در نهایت استفاده از این مجموعه ذرات بسته‌بندی شده به عنوان ورودی اولیه نرم‌افزارهایی که از روش المان مجزا استفاده می‌کنند؛ می‌تواند کمک شایانی در تحلیل محیط‌ها و مواد ناپیوستار، مخصوصاً در مکانیک پودر، صنایع معدنی، مکانیک سنگ، جریان مواد گرانول و غیره انجام دهد. در این مقاله ابتدا یک الگوریتم جدید برای تشخیص برخورد و بسته‌بندی احجام تصادفی از طریق تعریف نقاط کنترل، ارائه می‌گردد. از ویژگی‌های این الگوریتم بسته‌بندی آن است که قابلیت بسته‌بندی ذرات با هر شکلی را دارد. سپس با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، حالت بهینه این الگوریتم بسته‌بندی، برای N ذره به دست آورده می‌شود. در نهایت به منظور اعتبار بخشی به این الگوریتم بهینه‌سازی شده، نتایج حاصل از آن با نتایج حاصل از الگوریتم‌های بسته‌بندی موجود مقایسه می‌شود. نتایج حاصل از این الگوریتم، افزایش کیفیت و تراکم بسته‌بندی اولیه ذرات را نسبت به روش بسته‌بندی دیجیتال نشان می‌دهد که این امر نمایانگر کارایی و قابلیت بالای این روش بسته‌بندی جدید است.

کلمات کلیدی

ذرات تصادفی، تحلیل مواد ناپیوستار، روش المان مجزا، الگوریتم‌های بسته‌بندی، الگوریتم *PSO*

* عهده‌دار مکاتبات: *alisadjady@yahoo.com*

۱- مقدمه

به دلیل فراگیر بودن پدیده‌های بسته‌بندی در طبیعت، زندگی روزمره و فرآیندهای صنعتی گوناگون، این پدیده‌ها چه از لحاظ تئوری و چه از لحاظ تجربی، بسیار مورد مطالعه و توجه قرار گرفته‌اند. واژه بسته‌بندی معمولاً به جمع‌آوری، کنار هم قرار دادن و مرتب کردن ذرات یا احجام در یک فضای محدود، اطلاق می‌شود. امروزه الگوریتم‌های بسته‌بندی متعددی ارائه شده‌اند که به طور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این وجود بیشتر الگوریتم‌های بسته‌بندی منتشر شده، برای حجم‌های ساده، مانند کره‌ها[۱-۳] یا ترکیب‌های کروی[۴, ۵] بوده و تنها تعداد کمی از آنها برای ذرات غیر کروی محدود به شکل‌های منظم مانند شبه‌کره، بیضی، بیضی‌گون و استوانه[۶-۸] هستند. اگر این الگوریتم‌ها برای شکل‌های غیرمنظم و پیچیده به کار برده شوند، پیاده‌سازی آنها بسیار دشوار و در مواردی غیر ممکن خواهد بود.

روش‌های بسته‌بندی ذرات معمولاً به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند که عبارتند از: روش‌های بسته‌بندی دینامیکی و روش‌های بسته‌بندی هندسی. در روش‌های بسته‌بندی دینامیکی، از برهم‌کنش نیروها برای بسته‌بندی و به تعادل رساندن ذرات در تعامل با هم، استفاده می‌شود. به همین دلیل، این روش‌ها از لحاظ محاسباتی سنگین و زمان‌بر هستند. در روش‌های بسته‌بندی هندسی، عامل تأثیرگذار بر نحوه بسته‌بندی، ویژگی‌های هندسی ذرات می‌باشد. به عبارت دیگر در این روش‌ها، بسته‌بندی بر اساس شکل هندسی ذرات انجام می‌شود. برخلاف روش‌های دینامیکی بسته‌بندی، روش‌های هندسی بسته‌بندی، اجازه‌ی بسته‌بندی سریع تعداد زیادی از ذرات را می‌دهد، که این ساختارهای بسته‌بندی می‌توانند به عنوان حالت اولیه (ورودی اولیه) در تحلیل‌های عددی مواد ناپیوستار مورد استفاده قرار گیرند. در حقیقت روش‌های هندسی بسته‌بندی، موجب بهبود کارایی مرحله آماده‌سازی ذرات برای تحلیل‌های عددی و شبیه‌سازی‌های دینامیکی، می‌گردد. به عنوان مثال مرتب کردن و آماده‌سازی اولیه چند صد ذره با استفاده از روش‌های دینامیکی ممکن است بیش از چندین ساعت طول بکشد، در حالی با استفاده از روش‌های هندسی، این آماده‌سازی کمتر از چند دقیقه طول خواهد کشید.

عیب روش‌های هندسی نسبت به روش‌های دینامیکی آن است که در روش‌های هندسی از آنجایی که ذرات به تعادل دینامیکی نمی‌رسند، هیچ‌گونه اطلاعی در مورد نیروهای تماسی حاصل نمی‌شود. با این وجود، روش‌های هندسی، مجموعه ذرات را به اندازه کافی به تعادل مکانیکی نزدیک می‌سازند(تماس اولیه ذرات)؛ در نتیجه ساختار بسته‌بندی حاصل از این روش‌ها می‌تواند به عنوان یک نقطه‌ی شروع خوب برای شبیه‌سازی‌های دینامیکی، در نظر گرفته شود.

در این مطالعه، ابتدا روش‌های هندسی بسته‌بندی حجم‌ها و مزایا و معایب آنها مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. سپس یک الگوریتم جدید برای بسته‌بندی حجم‌های تصادفی ارائه می‌گردد. آنگاه با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، حالت بهینه این روش بسته‌بندی، به دست آورده می‌شود. در نهایت به منظور اعتبار بخشی به این الگوریتم بسته‌بندی بهینه‌سازی شده، نتایج حاصل از آن با نتایج حاصل از الگوریتم‌های بسته‌بندی موجود مقایسه می‌گردد.

۲- روش‌های هندسی بسته‌بندی

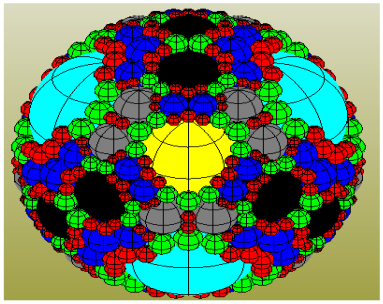
در این روش‌ها، بسته‌بندی ذرات بر اساس روابط هندسی و شکل هندسی ذرات انجام می‌شود. بنابراین هیچ‌گونه اطلاعاتی در مورد نیروهای تماسی و برهم‌کنش ذرات حاصل نمی‌شود. در ادامه این روش‌ها به صورت مجزا توضیح داده خواهند شد. بیشتر روش‌های هندسی بسته‌بندی (به جز روش بسته‌بندی دیجیتال)، برای شکل‌های هندسی ساده، که امکان بیان روابط هندسی برای آنها وجود دارد و یا شکل‌های هندسی دارای پیچیدگی جزیی است که می‌توان آنها را به شکل‌های هندسی ساده تفکیک کرد، کارایی دارند. اما در روش بسته‌بندی دیجیتال، امکان بسته‌بندی ذرات با شکل پیچیده، وجود دارد. از آنجایی که اساس روش بسته‌بندی دیجیتال، تکه‌سازی فضای بسته‌بندی، ظرف و ذرات است؛ ذرات در هر مرحله زمانی تنها اجازه دارند در یک خانه شبکه حرکت کنند. بنابراین در هر مرحله زمانی، هر ذره، تنها می‌تواند در یکی از جهات ممکن حرکت کند(در حالت دو بعدی، ۸ و در

حالت سه بعدی، ۲۶ جهت حرکتی وجود دارد). در ادامه، پس از بیان روش‌های هندسی بسته‌بندی و مزایا و معایب آنها، یک روش جدید بسته‌بندی ارائه می‌گردد. اساس این روش جدید، کنترل و جانمایی هر حجم، با استفاده از نقاط مرزی (نقاط سطح خارجی حجم) و یا کل نقاط حجم، است. در این روش جدید، از آنجایی که فضای بسته‌بندی تکه‌سازی نمی‌شود؛ لذا در هر مرحله زمانی، هر حجم(ذره)، می‌تواند در هر جهتی(بیشمار جهت) حرکت کند. این ویژگی، مزیت این روش بسته‌بندی جدید، نسبت به روش بسته‌بندی دیجیتال است.

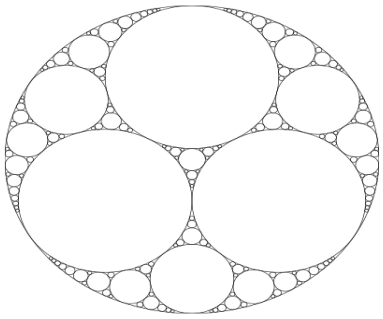
۲-۱- بسته‌بندی آپولونین[۱]

دانشمندان مدت‌ها به مساله پرکردن فضا با حجم‌های بدون تداخل و دارای اندازه‌های کوچک و کوچک‌تر پرداخته‌اند که این واحدها توسط قوانین گوناگونی، در فضا گنجانده می‌شوند. قدیمی‌ترین بسته‌بندی شناخته شده از این نوع، بسته‌بندی آپولونین (*AP*) دایره‌ها است که در حدود ۲۰۰ سال قبل از میلاد مسیح توسط آپولونیوس انجام شد[۹]. این بسته‌بندی از طریق قرار دادن یک دیسک دایره‌ای در فضای بین سه دیسک مماس بر هم، انجام می‌شود. این روند تکرار می‌شود و گپ‌های جدید ایجاد شده، با دیسک‌های جدید پر خواهند شد. این سیستم بسته‌بندی، در نهایت منجر به یک بسته‌بندی متراکم از دایره‌های با اندازه کوچک و کوچک‌تر، با کسر بسته‌بندی نزدیک به یک و تعداد نامحدود از دایره‌ها خواهد شد.

روند این بسته‌بندی در فضای سه بعدی، مانند فضای دو بعدی است، با این تفاوت که به جای دایره از کره استفاده می‌شود. شکل ۱، نمونه‌ای از بسته‌بندی به روش آپولونین را نشان می‌دهد.



ب



الف

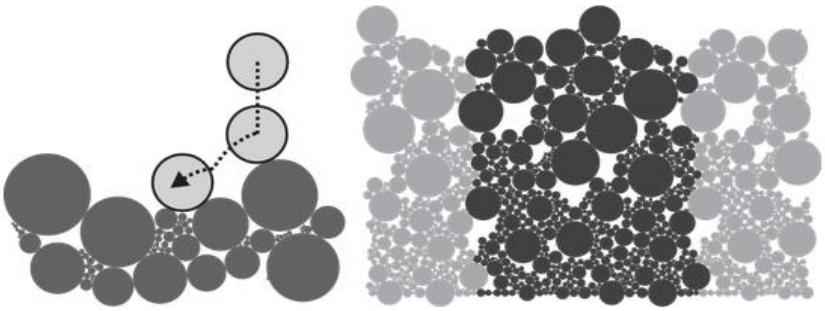
شکل۱: بسته‌بندی آپولونین، الف) در فضای‌دوبعدی، ب) در فضای سه‌بعدی [۹]

۲-۲- الگوریتم‌های تعریف مسیر[۲]

در این روش ذرات مدارهای (مسیرهای) تعریف شده یا تعریف‌پذیر را به خوبی دنبال کرده تا یک محل استقرار در فضای بسته‌بندی پیدا کنند. این نوع بسته‌بندی، در مقایسه با انواع دیگر بسته‌بندی از لحاظ محاسباتی، سبک و کارآمد است، اما از لحاظ پیاده‌سازی و اجرا، مخصوصاً برای ظرف‌های با هندسه‌های پیچیده، دشوار است. الگوریتم‌های تعریف مسیر، به میزان فراوان برای بسته‌بندی تصادفی کره‌ها استفاده شده است[۱۰].

با استفاده از این روش می‌توان ساختارهای بسته‌بندی در محدوده بین ساختار متراکم تا ساختار شبیه به رشد فراکتال (غیر متراکم)، را ایجاد نمود. تراکم ساختار بسته‌بندی در این روش به شدت به نحوه‌ی تعریف مسیر و شکل ظرف، بستگی دارد.

در شکل ۲، نمونه‌ای از این نوع بسته‌بندی قابل مشاهده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود، هر ذره ابتدا به سمت پایین حرکت می‌کند تا بستر ظرف و یا ذرات دیگر را لمس کند، سپس با یک روند کاهش سرعت، در طول مسیر دارای بیشترین شیب حرکت می‌کند تا زمانی که به یک موقعیت پایداری (بر اساس معیارهای پایداری قابل تعریف)، برسد[۱۱].

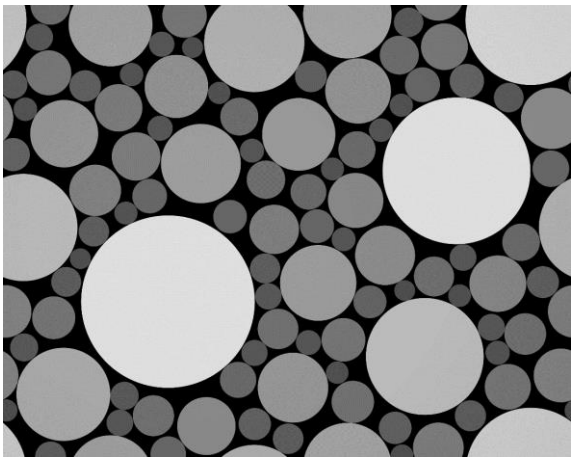


شکل۲: نمونه‌ای از بسته‌بندی با استفاده از یک الگوریتم تعریف مسیر[۱۱]

۲-۳- الگوریتم‌های تعیین محل تصادفی ذرات[۳]

در این روش ذرات با توزیع اندازه مورد نظر، یکی یکی در موقعیت‌های تصادفی در فضای بسته‌بندی قرار می‌گیرند. اگر ذره جدید با ذرات دیگر برخورد نداشته باشد، مجاز به ماندن است، در غیر این صورت در موقعیت تصادفی دیگری آزمایش می‌شود. اگر پس از یک تعداد سعی از پیش تعریف شده، ذره هنوز مکانی برای ماندن پیدا نکرده باشد، دور انداخته شده و ذره دیگری انتخاب می‌شود و روند گفته شده برای آن تکرار می‌گردد. این روش، بسته‌بندی تصادفی آپولونین (*RAP*)، نیز نامیده می‌شود (مانا در سال ۱۹۹۱ بسته‌بندی آپولونین (*AP*) را از طریق انتخاب موقعیت‌های تصادفی برای مراکز دیسک‌ها، توسعه داد و روش جدید بسته‌بندی تصادفی آپولونین (*RAP*) را پایه‌گذاری کرد[۱۲]). پیاده‌سازی این الگوریتم حتی برای ظرف‌های پیچیده آسان است، با این وجود این روش بسیار وقت‌گیر بوده و از آنجایی که برخی از ذرات ممکن است دور ریخته شوند، توزیع اندازه ذرات بسته‌بندی شده تا حدودی با توزیع اندازه موردنظر، متفاوت خواهد بود.

پیاده‌سازی این روش بسیار آسان است، به همین دلیل به میزان فراوان مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش بسته‌بندی، توالی افزودن ذرات، به شدت بر روی تراکم بسته‌بندی تأثیرگذار است. به عنوان مثال اگر ذرات بزرگ‌تر در مراحل اول و ذرات کوچک‌تر در مراحل آخر اضافه گردند، بسته‌بندی متراکم‌تری حاصل خواهد شد. در شکل ۳، بسته‌بندی تعدادی دایره با استفاده از این روش، نشان داده شده است.



شکل۳: بسته‌بندی دایره‌ها با استفاده از الگوریتم تعیین محل تصادفی ذرات[۱۲]

۲-۴- الگوریتم‌های رشد[۴]

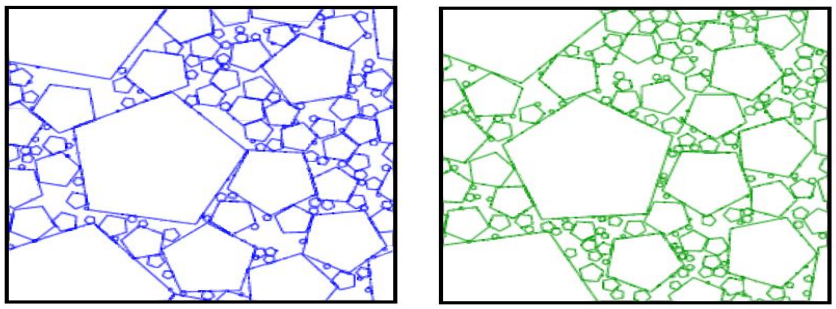
در این روش، ذرات علاوه بر اینکه در موقعیت تصادفی قرار می‌گیرند، امکان رشد نیز دارند. در حقیقت به یک ذره اجازه رشد داده می‌شود تا هنگامی که با ذره‌ی دیگر و یا دیواره ظرف برخورد کند. (مدل (*RAP*) در سال ۱۹۹۴ توسط آدرینکو، بریلیانتو و کراپیوسکی توسعه داده شد، به گونه‌ای که به دیسک‌ها اجازه داده می‌شد تا به صورت همزمان و با یک نرخ رشد خطی، رشد پیدا کنند. این روش (*ABK*) نامیده شد[۱۳]).

دادز و ویتز [۱۴]، در سال ۲۰۰۲، ویژگی‌های جامع روش‌های بسته‌بندی *RAP*،*AP* و *ABK* را بررسی کرده و روش بسته‌بندی رشد محدود[۵] (*PLG*) را ارائه کردند. تفاوت این روش با روش *ABK* در این است که دانه‌ها به صورت تصادفی و با نرخ‌های تصادفی رشد پیدا می‌کنند. دادز و ویتز هم‌چنین اعلام داشتند که روش‌های بسته‌بندی *ABK* و *PLG*، با افزایش تعداد ذرات همگرا می‌شوند.

الگوریتم‌های رشد، بدون بازآرایی معمولاً بسته‌بندی متراکمی را نتیجه نمی‌دهند؛ به همین دلیل آنها نیازمند بازآرایی‌هایی مانند اجازه دادن به ذرات برای حرکت

پیرامون موقعیت اصلی خود، اجازه دادن به ذرات برای انقباض و نیز اجازه‌ی چرخش به ذرات در حین فرآیند بسته‌بندی، هستند. به عنوان مثال چنانچه در روش بسته‌بندی تصادفی آپولونین (*RAP*)، به ذرات، در حین بسته‌بندی و رشد، اجازه چرخش داده شود(این روش *RRAP*نامیده می‌شود)، معمولاً بسته‌بندی متراکم‌تری حاصل می‌شود.

بازآرایی‌ها معمولاً بسیار وقت‌گیر بوده و زمان کلی بسته‌بندی را به شدت افزایش می‌دهند. در شکل ۴، دو نمونه بسته‌بندی با استفاده از الگوریتم رشد ارائه شده است. در نمونه اول به ذرات، تنها اجازه رشد داده می‌شود در حالی که در نمونه دوم، ذرات علاوه بر رشد، اجازه چرخش نیز دارند.



الف ب

شکل۴: بسته‌بندی با استفاده از الگوریتم رشد الف) به ذرات، تنها اجازه رشد داده شده است ب) به ذرات علاوه بر رشد، اجازه چرخش نیز داده شده است [۹]

چهار روش بسته‌بندی هندسی ذکر شده، اگر برای اشکال پیچیده مورد استفاده قرار بگیرند؛ ممکن است در سه سطح ریاضی، پیاده‌سازی و سطح محاسباتی دچار مشکل شوند[۱۵]:

۱- **سطح ریاضی:** بیشتر ذرات موجود در صنعت و طبیعت، دارای شکل‌های نامنظم هستند، که بیان آنها به صورت عبارات ریاضی(هندسی) دشوار است(مدل کردن ریاضی شکل‌های پیچیده، دشوار است). این موضوع می‌تواند موجب محدودیت در انواع شکل‌های مورد استفاده در بسته‌بندی شود.

۲- **پیاده‌سازی:** پیاده‌سازی الگوریتم‌های کنترل مسیر، تشخیص برخورد و بسته‌بندی ذرات، به خصوص در مورد ذرات پیچیده، یک چالش بزرگ برای برنامه‌نویسان محسوب می‌شود.

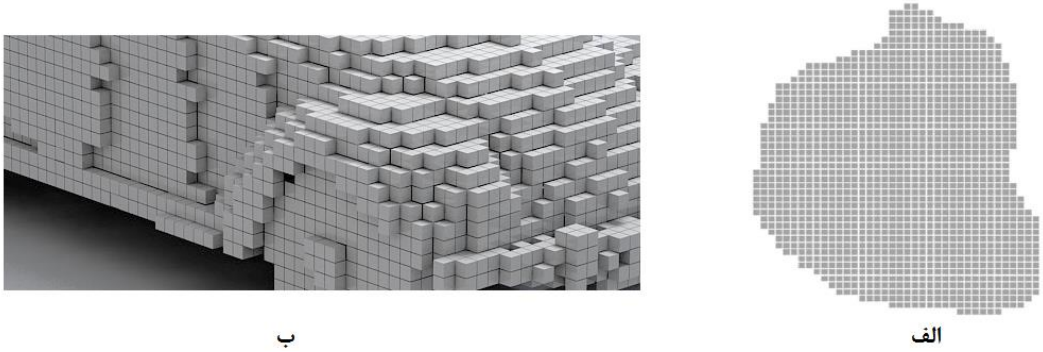
۳- **سطح محاسباتی:** در عمل اغلب ذرات پیچیده، تقریبی از ترکیب اشکال ساده مانند نقاط و خطوط(در دو بعد) و چند وجهی‌ها، کره‌ها و غیره (در سه بعد)، هستند. در نتیجه در صورتی که تعداد زیادی ذره در فرآیند بسته‌بندی مورد استفاده قرار گیرد، زمان محاسبات به صورت چشمگیری افزایش پیدا می‌کند.

برای آشنایی با مشکلات ذکر شده، می‌توان به مقاله وانگ و همکاران[۱۶]، که در آن نحوه بسته‌بندی ذرات بیضی‌گون، ارائه شده است، مراجعه کرد. با وجود تمام بهینه‌سازی‌هایی که وانگ و همکاران[۱۶]، در فرآیند بسته‌بندی ذرات بیضی‌گون به کار بردند (مانند تعریف بیضی‌گون از طریق دوران یک بیضی حول محور اصلی آن، تقریب بیضی با چهار کمان، به کار بردن روش‌های جدید در پیدا کردن نقاط دارای بیشترین فاصله، استفاده از قوانین ابتکاری در تعیین نوع تماس و غیره)، الگوریتم بسته‌بندی آنها هنوز از لحاظ ریاضی، محاسبات و پیاده‌سازی، بسیار سنگین و زمان‌بر است. همچنین باید در نظر گرفت که الگوریتم آنها تنها برای بیضی‌گون (یک شکل ساده منظم)، قابل استفاده است. هم‌اکنون می‌توان تصور کرد که الگوریتم بسته‌بندی ذرات با شکل نامنظم و تصادفی، با استفاده از روش‌های بسته‌بندی پیشین، تا چه اندازه می‌تواند پیچیده و حتی در مواردی غیر ممکن باشد.

۲-۵- بسته‌بندی دیجیتال

بیشتر روش‌های بسته‌بندی که ذکر شد، برای کره‌ها یا ترکیب‌های کروی کارآیی داشته و تنها تعداد کمی از آنها برای ذرات غیر کروی(آن هم محدود به شکل‌های تحلیلی نظیر شبه‌کره، بیضی، بیضی‌گون، استوانه‌ها و غیره) استفاده می‌شوند. با استفاده از روش بسته‌بندی دیجیتال، امکان

بسته‌بندی ذرات با شکل واقعی آنها در یک ظرف با هر شکل دلخواه، وجود دارد. نوآوری این روش در تکه‌سازی[۶] فضای بسته‌بندی (ظرف) و ذرات است. در حقیقت پس از تکه‌سازی، فضای بسته‌بندی(ظرف) و ذرات، تبدیل به مجموعه‌ای از پیکسل‌ها[۷] (در حالت دوبعدی) و یا مجموعه‌ای از وکسل‌ها[۸] (در حالت سه‌بعدی)، خواهند شد(شکل ۵). تشخیص تماس یا برخورد ذرات توسط یک اصل بدیهی انجام می‌شود و این اصل، اشغال همزمان یک تکه از فضای بسته‌بندی توسط دو یا چند ذره است[۱۵]. این روش بسته‌بندی، از مشکلات و محدودیت‌هایی که در سایر روش‌های بسته‌بندی ایجاد می‌شود، جلوگیری می‌کند.



ب الف

شکل۵: تکه‌سازی، الف) در حالت دو بعدی، ب) در حالت سه بعدی[۱۵]

ذرات در هر مرحله زمانی تنها اجازه دارند در یک خانه شبکه حرکت کنند؛ بنابراین در هر مرحله زمانی، هر ذره، تنها می‌تواند در یکی از جهات ممکن حرکت کند. در هر مرحله زمانی، در حالت دو بعدی، ۸ و در حالت سه بعدی، ۲۶ جهت حرکتی وجود دارد که تمامی این جهت‌ها دارای احتمال انتخاب‌شدن برابر هستند. در هر مرحله زمانی، برای هر ذره، یک جهت تصادفی(از جهات ممکن)، انتخاب می‌شود که نتیجه این کار، ایجاد حرکات جهت‌دار و کاتوره‌ای[۹] برای ذرات است.

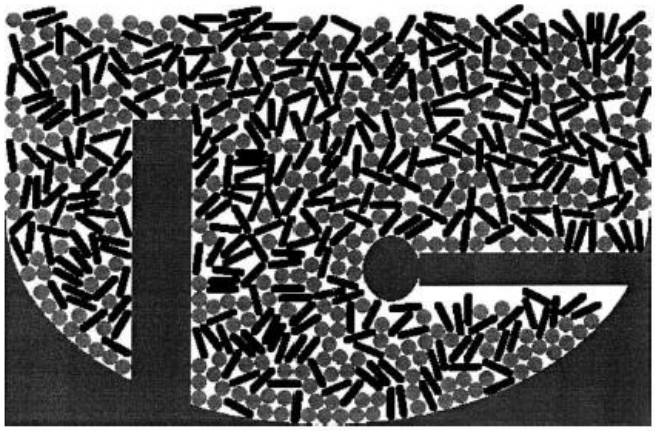
این حرکات کاتوره‌ای به ذرات اجازه می‌دهند تا همه فضاهای موجود را جستجو کنند. تشخیص تماس یا هم‌پوشانی، به سادگی و از طریق این سوال که آیا دو شیء در یک زمان معین، یک پیکسل و یا یک وکسل، را اشغال می‌کنند یا نه، انجام می‌شود. بسته‌بندی شکل‌های پیچیده با استفاده از روش دیجیتالی نسبت به سایر روش‌های بسته‌بندی دارای مزایای زیر است:

۱- این روش محدودیت ریاضی و محاسباتی در بیان شکل‌ها ندارد، زیرا تمامی شکل‌ها با استفاده از پیکسل‌ها و یا وکسل‌ها، بیان می‌شوند. اسکنرهای دوبعدی و سه‌بعدی، می‌توانند برای این هدف مورد استفاده قرار گیرند.

۲- تعداد پیکسل‌ها و یا وکسل‌های مورد نیاز برای نمایش یک شکل، با توجه به رزولوشن مورد نیاز تعیین می‌شود. بنابراین سنگینی محاسبات، به مساحت(در حالت دوبعدی) و یا حجم شکل(در حالت سه‌بعدی) بستگی داشته و لزوما به پیچیدگی شکل وابسته نیست، در حالی که در روش‌های بسته‌بندی دیگر، المان‌های بیشتری برای نمایش شکل‌های پیچیده، مورد نیاز است.

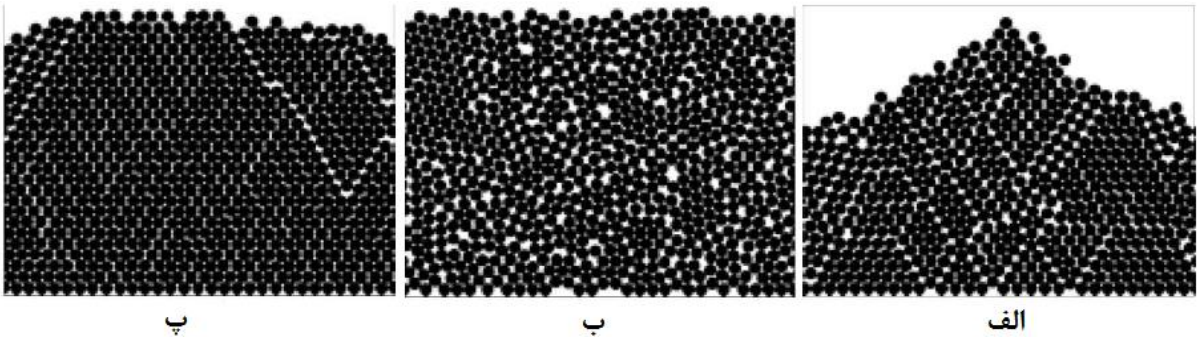
۳- از آنجایی که ذرات، در هر مرحله زمانی تنها در یک خانه حرکت می‌کنند، تشخیص تماس یا هم‌پوشانی، به سادگی و از طریق این سوال که آیا دو شیء در یک زمان معین، یک پیکسل و یا یک وکسل را اشغال می‌کنند یا نه، انجام می‌شود. در سایر روش‌های بسته‌بندی، تشخیص تماس یا هم‌پوشانی، دشوارترین و از لحاظ محاسبتی سنگین‌ترین قسمت فرآیند بسته‌بندی است.

مزایای ذکرشده در بالا، سادگی روش، سهولت پیاده‌سازی و سرعت الگوریتم‌های بسته‌بندی دیجیتال، بسته‌بندی دیجیتال را به یک روش مطلوب برای بسته‌بندی به ویژه در هنگام بسته‌بندی اشکال پیچیده، تبدیل کرده است. در شکل ۶، بسته‌بندی دیجیتال ذرات کروی و ذرات فیبری شکل در یک ظرف با شکل پیچیده، نشان داده شده است.



شکل۶: بسته‌بندی ذرات در یک ظرف با هندسه پیچیده با استفاده از روش دیجیتال[۱۵]

در بسته‌بندی دیجیتال پارامترهای مختلفی از جمله نرخ افزودن ذرات، شرایط مرزی (مانند نحوه‌ی افزودن ذرات)، احتمال بازگشت ذره، حذف ذرات خاص و غیره، بر روی فرآیند بسته‌بندی تاثیرگذار است. شکل ۷، تاثیر دو پارامتر نرخ افزودن ذرات و شرایط مرزی را بر تراکم بسته‌بندی نشان می‌دهد. در شکل ۷-الف، ذرات از یک نقطه و با نرخ یک ذره بر ۵۰ مرحله زمانی، افزوده می‌شوند. در این حالت، کسر سطحی بسته‌بندی حاصل (که از تقسیم مساحت سطح مقطع کره‌های جانمایی‌شده در داخل ظرف بر مساحت سطح مقطع فضای داخلی ظرف به دست می‌آید)، برابر با ۰/۸۴ است. در شکل ۷-ب و ۷-پ، ذرات از عرض فضای بسته‌بندی و با نرخ‌های متفاوت یک ذره بر ۵ مرحله زمانی برای شکل ۷-ب و یک ذره بر ۵۰ مرحله زمانی برای شکل ۷-پ، افزوده می‌شوند. در این حالت کسر سطحی بسته‌بندی حاصل، برای شکل ۷-ب برابر با ۰/۸۱۶ و برای شکل ۷-پ برابر با ۰/۸۸۲ است.



شکل۷: تاثیر دو پارامتر نرخ افزودن ذرات و شرایط مرزی بر چگالی بسته‌بندی ذرات به روش دیجیتال[۱۵]

۳- روش پیشنهادی جدید برای تشخیص تماس و بسته‌بندی احجام تصادفی

۳-۱- روش استفاده از نقاط کنترلی به منظور تشخیص تماس و بسته‌بندی احجام تصادفی

در این قسمت، یک الگوریتم جدید برای تشخیص تماس و بسته‌بندی ذرات تصادفی، ارائه می‌شود، سپس ویژگی‌ها و مزیت‌های این الگوریتم بسته‌بندی نسبت به سایر روش‌های بسته‌بندی بیان می‌شود.

اساس این روش جدید، کنترل و جانمایی هر حجم، با استفاده از نقاط مرزی (نقاط سطح خارجی حجم) و یا کل نقاط حجم، است. از این پس، این نقاط، نقاط کنترلی و این روش بسته‌بندی جدید، روش استفاده از نقاط کنترلی نامیده خواهد شد. الگوریتم این روش بسته‌بندی جدید، به صورت زیر است:

۱- استخراج نقاط سطح خارجی حجم و یا کل نقاط حجم با استفاده از یک نرم‌افزار مش‌بندی. در صورتی که حجم توپر باشد، استفاده از نقاط سطح خارجی حجم، برای کنترل حجم کفایت کرده و در نتیجه حجم محاسبات کاهش یافته و سرعت الگوریتم بسته‌بندی افزایش می‌یابد.

۲- در هر مرحله زمانی، احجام با استفاده از یک بردار تصادفی در فضا حرکت می‌کنند. اندازه این بردار تصادفی

باید کوچک‌تر از ابعاد مش‌بندی باشد تا عملیات بسته‌بندی و تشخیص تماس احجام، با دقت انجام شود.

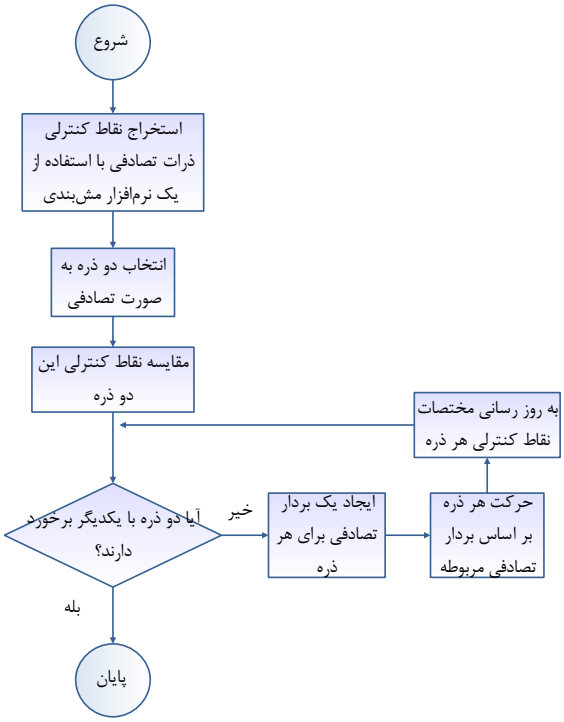
۳- پس از هر حرکت، با استفاده از ماتریس انتقال بردار تصادفی مربوطه، مختصات نقاط کنترلی هر حجم، به روزرسانی می‌شود.

۴- سپس فاصله بین نقاط کنترلی هر حجم با نقاط کنترلی حجم دیگر محاسبه می‌شود. در صورتی که فاصله بین یک جفت نقطه، کمتر از فاصله تعیین شده توسط کاربر(d) باشد، برخورد اتفاق افتاده است.

اگر مقدار d (که توسط کاربر تعیین می‌شود)، صفر در نظر گرفته شود، هنگامی که دو حجم مماس بر یکدیگر می‌شوند، برخورد تشخیص داده می‌شود. مقادیر بزرگ‌تر d، در مواردی که نیاز است احجام با فاصله از یکدیگر، در فضای بسته‌بندی قرار گیرند، استفاده می‌شود.

۵- در صورتی که هیچ جفت نقطه‌ای پیدا نشود که فاصله بین آن دو نقطه، کمتر از فاصله تعیین شده توسط کاربر(d) باشد، مراحل دو تا چهار تکرار خواهند شد.

در شکل ۸، فلوچارت روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی، برای تشخیص برخورد دو ذره، نشان داده شده است.



شکل۸: فلوچارت روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی(برای تشخیص تماس و بسته‌بندی دو ذره تصادفی)

این الگوریتم جدید، در محیط برنامه‌نویسی ویژوال بیسیک پیاده‌سازی شده و در نهایت از طریق لینک کردن نرم‌افزار ویژوال بیسیک به نرم‌افزار طراحی CATIA، خروجی آن به نمایش درآمد. در این الگوریتم به کاربر اجازه تعیین فاصله برخورد (d)، داده شده است.

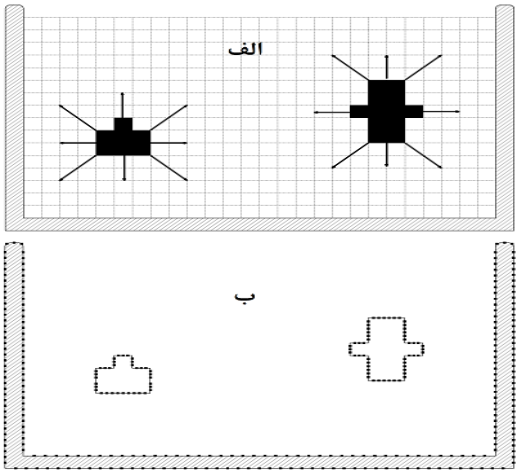
این روش جدید بسته‌بندی (روش استفاده از نقاط کنترلی)، محدودیت‌های سایر روش‌های بسته‌بندی (محدودیت‌های ریاضی، پیاده‌سازی و محاسباتی) را نداشته و علاوه بر این که تمامی مزیت‌های روش بسته‌بندی دیجیتال را دارد، دارای مزیت دیگری نیز هست. در این روش، در هر مرحله زمانی، هر حجم(ذره)، می‌تواند در هر جهتی (بیشمار جهت) حرکت کند در حالی که در روش بسته‌بندی دیجیتال، در هر مرحله زمانی، هر حجم(ذره)، تنها می‌تواند در یکی از ۲۶ جهت ممکن(در حالت سه‌بعدی)، حرکت کند.

در شکل ۹، روش بسته‌بندی دیجیتال(قسمت الف) و روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی (قسمت ب)، در فضای دوبعدی، مورد مقایسه قرار گرفتند. همان طور که در این شکل مشاهده می‌کنید، در هر دو روش، ذرات به راحتی توسط پیکسل‌ها (در روش بسته‌بندی دیجیتال) و نقاط (در روش بسته‌بندی پیشنهادی جدید (استفاده از نقاط کنترلی))، بیان می‌شوند. در روش بسته‌بندی دیجیتال، از آنجایی که فضای بسته‌بندی، تکه‌سازی می‌شود، لذا هر ذره، در هر مرحله زمانی، تنها می‌تواند در یک خانه شبکه و در نتیجه در یکی از جهت‌های نشان داده شده در شکل ۷-الف، حرکت کند. اما در روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی، از آنجایی ذرات و خود ظرف با استفاده از نقاط توصیف می‌شوند (در نتیجه نیازی به توصیف فضای بسته‌بندی نیست)، به همین دلیل هر ذره، در هر مرحله زمانی، می‌تواند در هر جهتی(بیشمار جهت)، حرکت کند.

دقت روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی، به تعداد نقاط مورد استفاده برای توصیف و کنترل ذرات و ظرف بسته‌بندی و همچنین به میزان جابه‌جایی ذرات در هر گام، بستگی دارد.

هر چه تعداد نقاط بیشتری برای توصیف ذرات و ظرف بسته‌بندی، مورد استفاده قرار گیرد، دقت تشخیص تماس و در نتیجه، دقت بسته‌بندی ذرات، افزایش می‌یابد. همچنین

هرچه میزان جابه‌جایی ذرات در هر گام، کوچک‌تر در نظر گرفته شود، دقت بیشتری برای بسته‌بندی حاصل می‌شود.



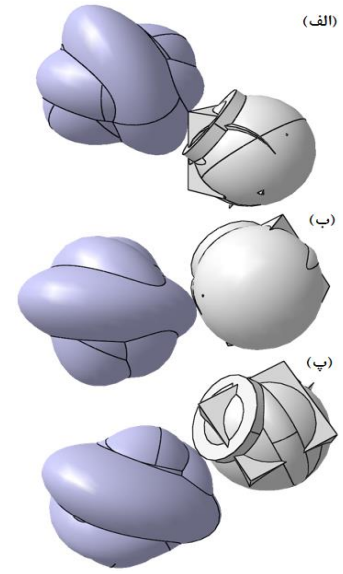
شکل۹: مقایسه‌ی روش بسته‌بندی دیجیتال (قسمت الف) و روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی(قسمت ب)[۱۷]

روش بسته‌بندی استفاده از نقاط کنترلی، به دلیل سادگی در بیان ذرات و ظرف‌های دارای اشکال پیچیده، سهولت تشخیص تماس بین ذرات و یا بین ذرات و اشیای مرزی، امکان جابه‌جایی ذرات در بیشمار جهت در هر مرحله‌ی زمانی، سادگی پیاده‌سازی و همچنین کاهش حجم محاسبات، می‌تواند به عنوان جایگزین مناسبی برای روش بسته‌بندی دیجیتال، شناخته شود.

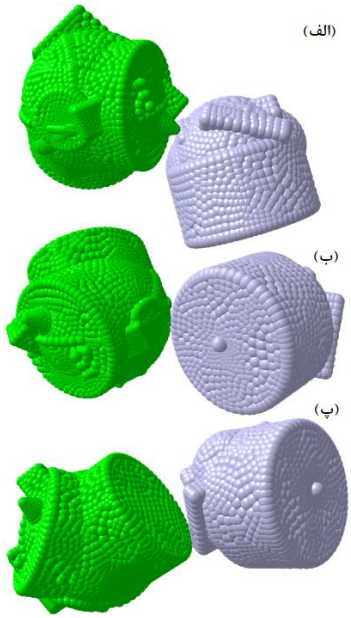
شکل ۱۰، تشخیص برخورد دو حجم تصادفی را در چند بار اجرای این برنامه نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، از آنجایی که بردارهای یکه به صورت تصادفی ایجاد می‌شوند، در هر اجرا، برخورد در ناحیه متفاوتی، اتفاق افتاده است. همچنین با وجود پیچیدگی بسیار زیاد شکل احجام، تشخیص تماس، به صورت دقیق انجام شده است.

این الگوریتم همچنین می‌تواند برای بسته‌بندی احجام تصادفی که بازتولید شده‌اند؛ مورد استفاده قرار گیرد. شکل ۱۱، تشخیص برخورد دو ذره تصادفی بازتولید شده را در چند بار اجرای این برنامه نشان می‌دهد.

لازم به ذکر است که کلیه احجام تصادفی و احجام تصادفی بازتولید شده با کره‌ها که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته‌اند، به وسیله الگوریتم‌های ابداعی نوشته شده توسط سجادی و خلیلی [۱۷]، تولید شده‌اند.



شکل۱۰: تشخیص برخورد دو ذره تصادفی در اجراهای متفاوت برنامه تشخیص تماس و بسته‌بندی احجام تصادفی با استفاده از روش نقاط کنترلی



شکل۱۱: تشخیص برخورد دو ذره تصادفی بازتولید شده، در اجراهای متفاوت برنامه تشخیص تماس و بسته‌بندی احجام تصادفی با استفاده از روش نقاط کنترلی

۳-۲- بسته‌بندی N ذره تصادفی با استفاده از روش نقاط کنترلی

در قسمت (۳-۱)، الگوریتم تشخیص تماس و بسته‌بندی دو حجم تصادفی با استفاده از روش نقاط کنترلی، بیان شد. در این قسمت، این الگوریتم بسته‌بندی جدید، برای N ذره تعمیم داده شده و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یا پرندگان (PSO)، به

بهینه‌سازی آن پرداخته می‌شود. برای این منظور، ابتدا لازم است تا مفاهیم اولیه الگوریتم *PSO*، شرح داده شوند.

۳-۲-۱- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)

این الگوریتم رفتارهای حرکت دسته جمعی پرندگان را شبیه‌سازی می‌نماید. در این الگوریتم سناریویی به این شکل مفروض است که یک گروه از پرندگان به صورت تصادفی به دنبال غذا در یک منطقه هستند و تنها در یک نقطه از این منطقه، غذا وجود دارد. پرندگان دقیقاً نمی‌دانند غذا کجاست، اما هر کدام از آنها می‌دانند به چه میزان با غذا فاصله دارند.

الگوریتم *PSO*، برای حل مسائل پیچیده مورد استفاده قرار می‌گیرد. هر پاسخ احتمالی مسئله (منظور از پاسخ جواب بهینه مسئله نیست، بلکه پاسخی است که ممکن است حتی عملکرد خوبی را نیز نشان ندهد.)، یک پرنده در فضای جستجو، است؛ که به آن ذره[۱۰] گفته می‌شود. هر ذره یک مقدار شایستگی[۱۱] دارد که توسط تابع شایستگی که برای ارزیابی میزان بهینه بودن پاسخ استفاده می‌شود، محاسبه می‌شود. تابع شایستگی، بر اساس ملاک‌های شایستگی تعریف می‌گردد.

الگوریتم *PSO* با یک نسل که در واقع یک گروه از ذره‌ها هستند؛ آغاز می‌شود، سپس هر بار با به روزرسانی نسل‌ها به دنبال بهینه‌ترین پاسخ می‌گردد. در هر تکرار(نسل)، ذره‌ها با کمک دو مقدار بهترین شایستگی، به روزرسانی می‌شوند. یکی بهترین ذره(پاسخ) مرجع[۱۲] که در واقع بهترین نتیجه‌ای است که پاسخ‌ها از ابتدای شروع الگوریتم تاکنون داشته‌اند(در تمامی تکرارها) و دومی بهترین ذره(پاسخ) محلی[۱۳]، که بهترین نتیجه‌ای است که پاسخ‌ها در تکرار(نسل) فعلی داشته‌اند.

بعد از یافتن این دو مورد در هر تکرار، ذره‌ها، سرعت و مکان خود را بر اساس این دو مورد با کمک دو رابطه (۱) و (۲) به روزرسانی می‌نمایند.

$$v[t+1] = v[t] + c_1 * rand(t) \times (pbest[t] - present[t]) + c_2 \times rand(t) \times (gbest[t] - present[t] \quad (۱)$$

$$present[t+1] = persent[t] + v[t+1] \quad (۲)$$

که در آن v سرعت هر ذره، *present* جواب فعلی، *gbest* بهترین پاسخ در تمام تکرارها (نسل‌ها) و *lbest* بهترین پاسخ در تکرار (نسل) فعلی است. فلوچارت این الگوریتم در شکل ۱۲، نشان داده شده است.

شکل۱۲: فلوچارت الگوریتم *PSO*

الگوریتم *PSO*، دارای حافظه است و در آن، دانش راه‌حل‌های خوب توسط همه ذرات حفظ می‌شود. به همین دلیل سرعت همگرایی این الگوریتم بالا بوده و انعطاف‌پذیری بیشتری در حل مشکل بهینه کردن موضعی دارند (گرفتار شدن در بهینه محلی، به این معنا است که ممکن است در حین فرآیند جستجو، تعدادی از ذرات در بهینه محلی به دام افتاده و نتوانند در اکتشافات بعدی شرکت کنند. ذرات به دام افتاده در موقعیت بهینه محلی، باعث همگرایی زودرس و حل نهایی ضعیف می‌شوند). از دیگر ویژگی‌های الگوریتم *PSO*، راحتی تعریف تابع

شایستگی برای هر ذره و سهولت پیاده‌سازی و اجرای آن برای تعداد زیاد ذرات است.

۳-۲-۲- الگوریتم بسته‌بندی N ذره با استفاده از روش نقاط کنترلی و بهینه‌سازی آن توسط الگوریتم PSO

ظرفی با حجم مشخص را در نظر بگیرید که قرار است N ذره در داخل آن بسته‌بندی شوند. از آن جا که ذرات به ترتیب به ظرف وارد می‌شوند؛ الگوریتم برای کلیه ترتیب‌های ممکن ورود ذرات ($N!$ حالت) و یا برای تعداد مشخصی از این حالت‌ها (که توسط کاربر تعیین می‌شود) تکرار می‌شود. در هر بار تکرار الگوریتم برای یک ترتیب معین، ذرات به ترتیب تعیین شده به داخل ظرف وارد می‌شوند. با ورود هر ذره، الگوریتم PSO فعال می‌شود تا بهترین مکان را برای ذره وارد شده محاسبه نماید. بهترین مکان بر اساس تابع شایستگی و با توجه به دو معیار شایستگی که در ادامه مطرح خواهد شد؛ تعیین می‌شود. ورود ذرات به ظرف تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که یا همه ذرات (N ذره) در ظرف جانمایی شوند و یا دیگر امکان اضافه کردن ذره‌ای(از ذرات باقیمانده) به ظرف وجود نداشته باشد.

پس از پایان الگوریتم برای یک ترتیب خاص از ذرات، نتیجه بسته‌بندی در این ترتیب با نتایج آن در ترتیب‌های قبلی مقایسه و بهترین نتیجه ذخیره می‌شود. الگوریتم ادامه می‌یابد تا کلیه ترتیب‌های ممکن برای ورود ذرات و یا تعدادی از آنها (که توسط کاربر تعیین می‌شود)، بررسی گردد. الگوریتم روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی، به صورت زیر است:

۱- انتخاب یکی از ترتیب‌های ممکن برای ورود ذرات به ظرف
۲- ورود اولین ذره در آن ترتیب به ظرف
۳- جانمایی ذره در ظرف با کمک الگوریتم PSO، که با توجه به دو قانون زیر صورت می‌پذیرد:

الف) ذره تا آنجایی که امکان دارد در پایین‌ترین سطح ظرف قرار بگیرد(کم‌ترین مؤلفه z ظرف).

ب) پیدا کردن موقعیت برخوردی که در آن موقعیت، ذرات کم‌ترین فضا را اشغال نمایند.

تذکر۱: در تمامی حالت‌ها، بررسی می‌شود که ذره از محدوده ظرف خارج نشود.

تذکر۲: برای تشخیص میزان فضای اشغال شده توسط ذرات، بیش‌ترین فاصله نقاط مجموعه ذرات، در راستای محورهای x، y و z استخراج می‌شوند. این فاصله‌ها، ابعاد مکعب احاطه‌کننده ذرات را مشخص می‌کند. از تقسیم مجموع حجم ذرات بر حجم مکعب حاصل، کسر حجمی فضای اشغال شده توسط ذرات[۱۴] (V_f)، به دست می‌آید که عددی بین صفر و یک است. هر چه این کسر حجمی بیش‌تر باشد، یعنی ذرات فضای کم‌تری را اشغال نموده‌اند.

لازم به ذکر است که هر ذره در این مرحله، می‌تواند حرکات دورانی و انتقالی داشته باشد تا به بهترین موقعیت هدایت شود. در این جانمایی، الگوریتم PSO، برای محاسبه تابع شایستگی، دو معیار شایستگی ذکر شده را در نظر می‌گیرد. بنابراین تابع شایستگی در این مسأله به صورت رابطه (۳)، تعریف می‌شود.

$$F_f = K_1 \times \frac{1}{z_m} + K_2 \times V_f \qquad (۳)$$

که در آن z_m، میانگین مولفه z ذره‌های مربوطه و V_f، کسر حجمی فضای اشغال شده توسط ذرات است. به منظور اولویت‌دهی به معیارهای محاسبه تابع شایستگی، از دو ضریب(K_1 و K_2) استفاده می‌شود. به عنوان مثال برای اولویت دادن به معیار کسر حجمی فضای اشغال شده توسط ذرات(V_f)، ضریب K_2 بزرگ‌تر از ضریب K_1 در نظر گرفته می‌شود. با توجه به این دو معیار، هر چه ذرات در سطح پایین‌تری از ظرف، قرار بگیرند و فضای کم‌تری را اشغال نمایند، مقدار تابع شایستگی، بیش‌تر خواهد شد.

تذکر۳: از آنجایی که ذرات دارای شکل‌های تصادفی هستند؛ نمی‌توان کم‌ترین حجم ایده‌آل برای بسته‌بندی ذرات را تقریب زد. لذا این قسمت M بار تکرار می‌شود و در نهایت موقعیت برخوردی که در این M بار تکرار، باعث مقدار تابع شایستگی بیش‌تری شود؛ به عنوان موقعیت برخورد نهایی انتخاب می‌شود. تعداد تکرار(M)، توسط کاربر تعیین می‌شود.

۴- اضافه کردن ذره بعدی در این ترتیب و بازگشت به مرحله ۳.
۵- تکرار مراحل ۳ و ۴ تا زمانی که یا الف) همه ذرات (N ذره) در ظرف جانمایی شوند و یا ب) دیگر امکان اضافه کردن ذره‌ای(از ذرات باقیمانده) به ظرف وجود نداشته باشد.
۶- محاسبه کارکرد پاسخ در این حالت از ترتیب ورود ذرات (بررسی تعداد ذراتی که به ظرف وارد شدند و

به دست آوردن کسر حجمی نهایی بسته‌بندی که از تقسیم مجموع حجم ذرات جانمایی شده بر حجم ظرف، به دست می‌آید. هر چه کسر حجمی نهایی بسته‌بندی بیش‌تر باشد، کارکرد پاسخ بهتر بوده است.)

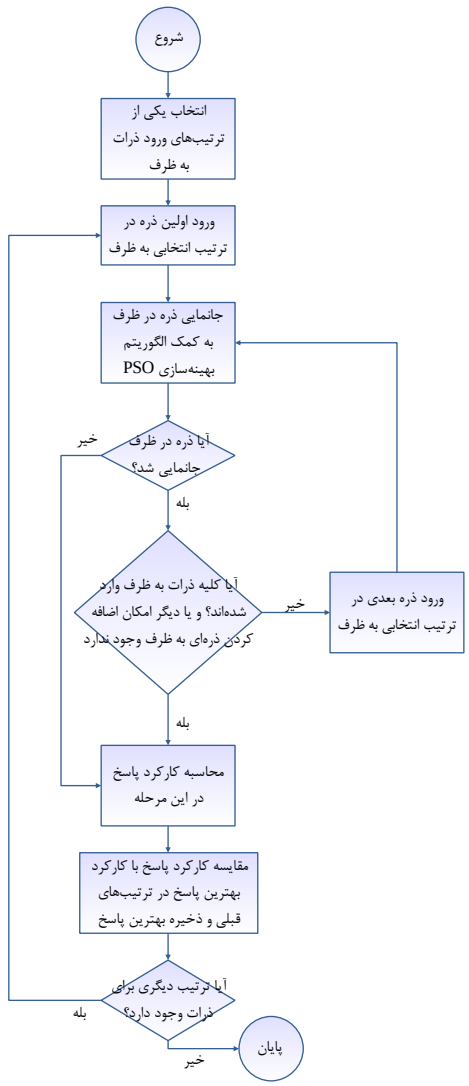
۷- مقایسه کسر حجمی نهایی بسته‌بندی در این حالت از ترتیب ورود ذرات با کسر حجمی بهترین پاسخ(متراکم‌ترین بسته‌بندی در ترتیب‌های قبلی). در صورتی که پاسخ این مرحله کسر حجمی بیش‌تری دارد، جایگزین بهترین پاسخ می‌شود.

۸- در صورتی که هنوز ترتیب ورود دیگری برای ذرات وجود دارد، الگوریتم بار دیگر از مرحله ۲، تکرار می‌شود.

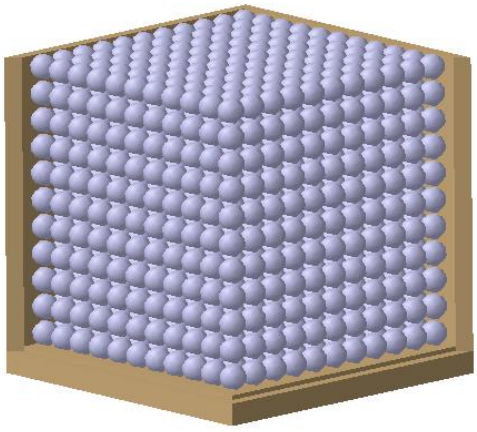
در شکل ۱۳، فلوچارت روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی، برای بسته‌بندی N ذره، نشان داده شده است.

در شکل ۱۴، بسته‌بندی تعدادی کره با استفاده از این روش بسته‌بندی جدید (روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی)، در داخل یک ظرف مکعبی نشان داده شده است (تعداد تکرار(M)، برابر با ۳۰ در نظر گرفته شد). شعاع کره‌ها برابر با ۱/۵ میلی‌متر و ابعاد فضای داخلی ظرف ۳۳×۳۳×۳۳ میلی‌مترمکعب است. شکل ۱۵، بسته‌بندی کره‌ها را در حالتی نشان می‌دهد که در تابع شایستگی، معیار کسر حجمی(V_f) بر معیار میانگین مؤلفه z ذرات($\frac{1}{z_m}$)، اولویت دارد (ضریب K_2 بزرگ‌تر از ضریب K_1 در نظر گرفته شده است). همان طور که مشاهده می‌شود، در این حالت ۱۳۳۱ کره در داخل ظرف جانمایی شده‌اند. برای آنکه بتوان نتیجه حاصل از بسته‌بندی به کمک روش ارائه شده در این مقاله را با بسته‌بندی دیجیتال(شکل ۷)، مقایسه نمود؛ لازم است تا کسر سطحی فضای اشغال شده توسط کره‌ها(S_v)، محاسبه شود. کسر سطحی، از تقسیم مساحت سطح مقطع کره‌های جانمایی‌شده در داخل ظرف بر مساحت سطح مقطع فضای داخلی ظرف به دست می‌آید. شکل ۱۵-ب، نمای برش خورده بسته‌بندی کره‌ها را نمایش می‌دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود، ۱۲۱ کره در سطح مقطع فضای داخلی ظرف جانمایی شده‌اند. بنابراین کسر سطحی در این حالت، از رابطه (۴)، به دست می‌آید.

$$S_v = \frac{121\times\pi r^2}{33\times33} = 0.79 \qquad (۴)$$

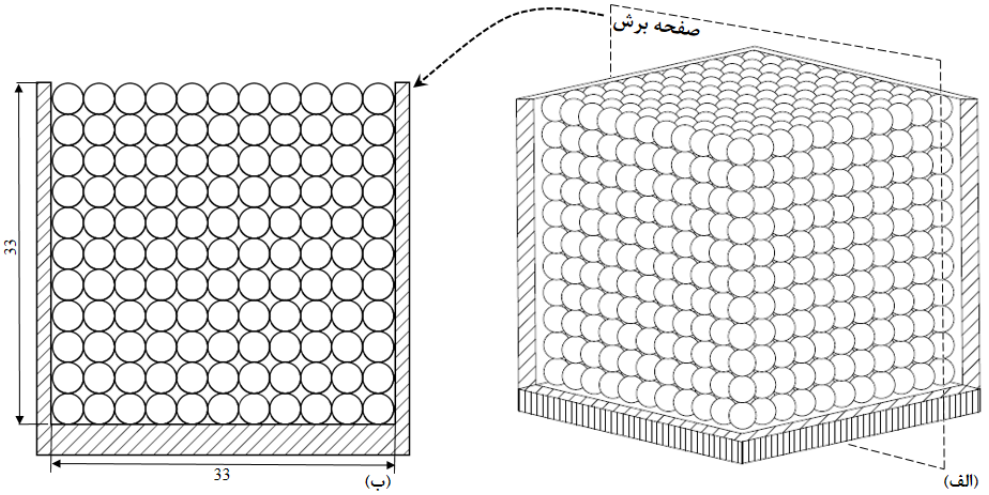


شکل۱۳: فلوچارت روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی (برای بسته‌بندی N ذره)



شکل۱۴: بسته‌بندی تعدادی کره با استفاده از روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده نقاط کنترلی

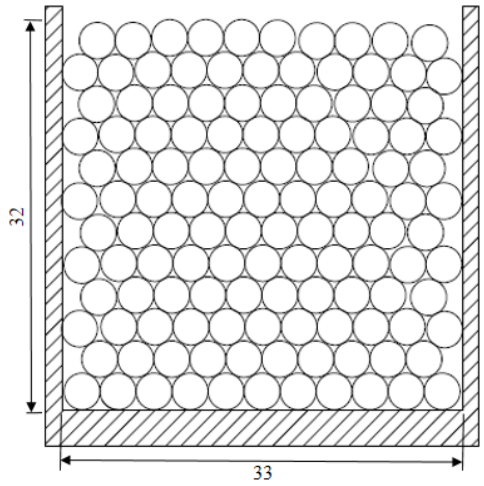
مقایسه کسر سطحی بسته‌بندی کره‌ها با استفاده از روش بسته‌بندی دیجیتال(شکل ۷) و کسر سطحی بسته‌بندی کره‌ها با استفاده از روش بسته‌بندی ارائه شده در این مقاله(شکل ۱۵)، نمایانگر کارایی و قابلیت بالای این روش بسته‌بندی جدید(روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی)، است.



شکل۱۵: نمای برشی بسته‌بندی تعدادی کره با استفاده از روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده نقاط کنترلی (در اینجا ضریب K_2 بزرگ‌تر از ضریب K_1 در نظر گرفته شده است)

شکل ۱۶، نمای برش خورده بسته‌بندی کره‌ها را در حالتی نشان می‌دهد که در تابع شایستگی، معیار میانگین مؤلفه z ذرات($\frac{1}{z_m}$)، بر معیار کسر حجمی(V_f)، اولویت دارد (ضریب K_1 بزرگ‌تر از ضریب K_2 در نظر گرفته شده است). در این حالت ۱۳۸۶ کره در فضای داخل ظرف (۱۲۶ کره در سطح مقطع فضای داخلی ظرف) جانمایی می‌شود. بنابراین کسر سطحی در این حالت، از رابطه (۵)، به دست می‌آید.

$$S_v = \frac{126\times\pi r^2}{32\times33} = 0.844 \qquad (۵)$$

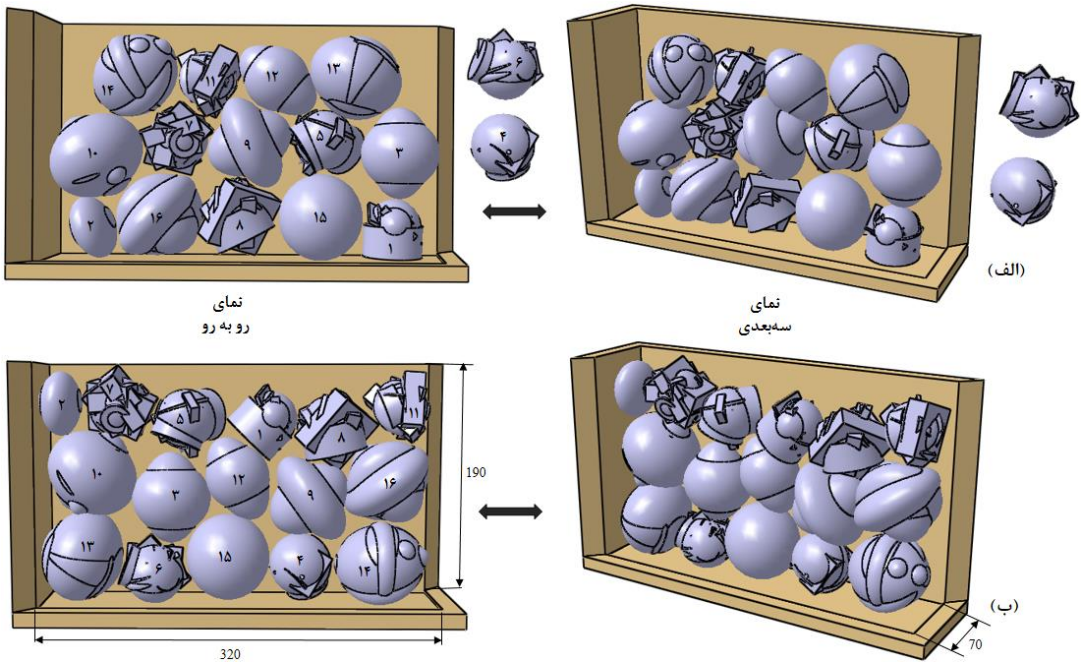


شکل۱۶: نمای برشی بسته‌بندی تعدادی کره با استفاده از روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده نقاط کنترلی (در اینجا ضریب K_1 بزرگ‌تر از ضریب K_2 در نظر گرفته شده است)

همانطور که مشاهده می‌شود؛ در این روش بسته‌بندی جدید، اولویت‌دهی به معیارهای محاسبه تابع شایستگی(از طریق تعیین مقادیر ضرایب K_1 و K_2)، می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی کارایی روش و در نتیجه کیفیت و تراکم بسته‌بندی ذرات داشته باشد.

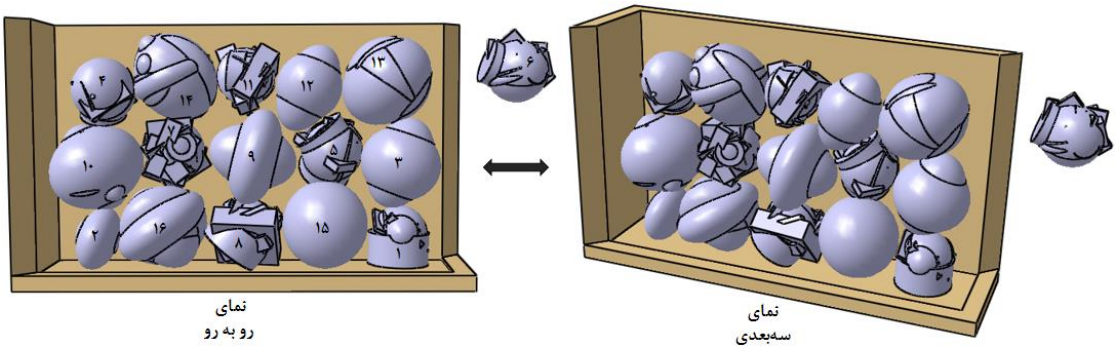
در شکل ۱۷، بسته‌بندی ۱۶ ذره تصادفی با استفاده از روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده نقاط کنترلی، برای دو حالت مختلف از ترتیب افزوده شدن ذرات نشان داده شده است (تعداد تکرار(M)، برابر با ۵۰ در نظر گرفته شد). همانطور که مشاهده می‌شود، در حالت (الف) تنها ۱۴ ذره و درحالت (ب) تمامی ۱۶ ذره در داخل ظرف جانمایی شده‌اند. این امر نشان می‌دهد که در این روش بسته‌بندی جدید، ترتیب اضافه شدن ذرات به داخل ظرف، تأثیر شایانی بر تراکم بسته‌بندی دارد. کسر حجمی فضای اشغال شده توسط ذرات در حالت‌های (الف) و (ب)، به ترتیب برابر با ۰/۶۱۲ و ۰/۵۵۶ است که با توجه به تصادفی و پیچیده بودن شکل ذرات، نشانگر یک بسته‌بندی مطلوب هستند. این موضوع، کارآمدی روش بسته‌بندی جدید را در بسته‌بندی احجام تصادفی به اثبات می‌رساند.

تذکر: اعداد نوشته شده بر روی ذرات، شماره ذرات را مشخص می‌کنند و برای تشخیص دادن ذرات در حالت‌های مختلف بسته‌بندی استفاده شده‌اند. این اعداد نمایانگر ترتیب ورود ذرات به داخل ظرف نیست.



شکل۱۷: بسته‌بندی ۱۶ ذره تصادفی با استفاده از روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده نقاط کنترلی، برای دو حالت مختلف از ترتیب افزوده‌شدن ذرات

شکل ۱۸، بسته‌بندی همان ۱۶ ذره تصادفی را برای حالت(الف) از ترتیب افزوده‌شدن ذرات(شکل ۱۷-الف)، نشان می‌دهد. با این تفاوت که در این قسمت، تعداد دفعات تکرار(M)، برابر با ۷۰ در نظر گرفته شده است. همان طور که در شکل ۱۸ مشاهده می‌شود، در این حالت ۱۵ ذره در داخل ظرف جانمایی شده است. به عبارت دیگر می‌توان گفت که با افزایش تعداد تکرار(M)، کیفیت و تراکم بسته‌بندی ذرات تصادفی(شکل ۱۸)، نسبت به حالت مشابه قبلی(شکل ۱۷-الف)، افزایش یافته است. بنابراین یکی دیگر از عوامل تأثیرگذار بر روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده نقاط کنترلی، تعیین تعداد دفعات تکرار(M)، است که افزایش آن، باعث بهبود این الگوریتم بسته‌بندی و در نتیجه متراکم‌ترشدن نتیجه بسته‌بندی می‌شود.



شکل۱۸: بسته‌بندی ۱۶ ذره تصادفی با شرایط ثابت نسبت به شرایط بسته‌بندی همان ذرات در شکل ۱۷-الف ، با این تفاوت که تعداد دفعات تکرار(M)، از ۵۰ به ۷۰ افزایش داده شده است

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روند مناسب برای بسته‌بندی ذرات پیچیده، به منظور استفاده از این مجموعه ذرات بسته‌بندی شده به عنوان ورودی اولیه نرم‌افزارهایی که از روش المان مجزا استفاده می‌کنند؛ ارائه شد. برای این منظور، در ابتدا یک الگوریتم بسته‌بندی جدید، برای تشخیص تماس دو حجم تصادفی با استفاده از روش نقاط کنترلی (نقاط سطح بیرونی حجم و یا نقاط کل حجم)، ارائه شد. این روش بسته‌بندی (روش استفاده از نقاط کنترلی)، علاوه بر این که تمامی مزیت‌های روش بسته‌بندی دیجیتال را دارد، دارای مزیت دیگری نیز هست. در این روش، در هر مرحله زمانی،

هر حجم (ذره)، می‌تواند در هر جهتی (بیشمار جهت) حرکت کند در حالی که در روش بسته‌بندی دیجیتال، در هر مرحله‌ی زمانی، هر حجم (ذره)، تنها می‌تواند در یکی از ۲۶ جهت ممکن، حرکت کند. این مزیت می‌تواند موجب کارایی بالاتر این روش بسته‌بندی جدید (استفاده از نقاط کنترلی) نسبت به سایر روش‌های بسته‌بندی (حتی روش بسته‌بندی دیجیتال) شود.

سپس این الگوریتم بسته‌بندی جدید، برای N ذره تعمیم داده شد و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)، به بهینه‌سازی آن اقدام گردید. پس از بهینه‌سازی این الگوریتم بسته‌بندی، به اعتبارسنجی این الگوریتم از طریق مقایسه نتایج آن با نتایج حاصل از روش بسته‌بندی دیجیتال، پرداخته شد و مشاهده گردید روش بسته‌بندی جدید ارائه شده در این مطالعه (روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی)، نتایج خوبی را در مقایسه با روش بسته‌بندی دیجیتال ارائه می‌نماید.

در روش بسته‌بندی بهینه‌سازی شده استفاده از نقاط کنترلی، عوامل زیر تأثیر شایانی بر کیفیت و تراکم بسته‌بندی ذرات دارند:

- ترتیب اضافه کردن ذرات به داخل ظرف.
- تعداد دفعات تکرار پاسخ‌ها (M) که افزایش آن، باعث متراکم‌ترشدن و کیفیت بالاتر بسته‌بندی می‌گردد.
- اولویت‌دهی به معیارهای محاسبه تابع شایستگی(از طریق تعیین مقادیر ضرایب K_1 و K_2)

به منظور توسعه این روش بسته‌بندی جدید و نزدیک کردن نتایج حاصل از آن به نتایج تجربی (به خصوص برای تحلیل مواد ناپیوستار به کمک روش المان مجزا (DEM)، می‌توان موارد زیر را در نظر گرفت.

۱- تأثیر نیروها و تغییر شکل ناشی از آنها را در نقاط برخورد ذرات با یکدیگر، در الگوریتم بسته‌بندی لحاظ نمود. در صورت اضافه کردن این مورد به الگوریتم، می‌توان به پایه‌های ایجاد یک نرم‌افزار تحلیل به کمک روش المان مجزا، دست یافت و از آنجایی که الگوریتم بسته‌بندی ارائه شده در این مقاله، قابلیت بسته‌بندی ذرات پیچیده و تصادفی را نیز دارد؛ بنابراین می‌تواند در تحلیل مواد ناپیوستاری که دارای ذرات پیچیده هستند؛ نیز به کار رود.

۲- در این مطالعه برای بهینه‌سازی فرآیند بسته‌بندی از الگوریتم PSO استفاده گردید. می‌توان الگوریتم بسته‌بندی ارائه شده در این مقاله را به همراه سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی، پیاده‌سازی نموده و نتایج حاصل از آنها را با یکدیگر مقایسه نمود. سپس بهترین الگوریتم بهینه‌سازی را برای این الگوریتم بسته‌بندی، پیشنهاد نمود.

در کارهای آینده به بهبود این الگوریتم بسته‌بندی از طریق پیاده‌سازی موارد ذکر شده، پرداخته خواهد شد.

مراجع

[1] Soppe, W. (1990). Computer simulation of random packings of hard spheres. Powder Technology, 62(2), 189-197.

[2] Visscher, W. M., & Bolsterli, M. (1972). Random packing of equal and unequal spheres in two and three dimensions. Nature, 239, 504-507.

[3] Powell, M. (1980). Computer-simulated random packing of spheres. Powder Technology, 25(1), 45-52.

[4] Evans, K., & Ferrar, M. (1989). The packing of thick fibres. Journal of Physics D: Applied Physics, 22(2), 354.

[5] Nolan, G., & Kavanagh, P. (1995). Random packing of nonspherical particles. Powder Technology, 84(3), 199-205.

[6] Ting, J. M., Khwaja, M., Meachum, L. R., & Rowell, J. D. (1993). An ellipse-based discrete element model for granular materials. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 17(9), 603-623.

[7] Sherwood, J. (1997). Packing of spheroids in three-dimensional space by random sequential addition. Journal of Physics A: Mathematical and General, 30(24), L839.

[8] Coelho, D., Thovert, J.-F., & Adler, P. (1997). Geometrical and transport properties of random packings of spheres and aspherical particles. Physical Review E, 55(2), 1959.

[9] Delaney, G. W., Hutzler, S., & Aste, T. (2008). Relation between grain shape and fractal properties in random Apollonian packing with grain rotation. Physical review letters, 101(12), 120602.

[10] Vold, M. J. (1960). The sediment volume in dilute dispersions of spherical particles. The Journal of Physical Chemistry, 64(11), 1616-1619.

[11] Voivret, C., Radjai, F., & Delenne, J.-Y. (2013). Assembling methods. http://www.cgp-gateway.org/Methods/Assembling/.

[12] Manna, S., & Herrmann, H. (1991). Precise determination of the fractal dimensions of Apollonian packing and space-filling bearings. Journal of Physics A: Mathematical and General, 24(9), L481.

[13] Andrienko, Y. A., Brilliantov, N., & Kurths, J. (2000). Complexity of two-dimensional patterns. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 15(3), 539-546.

[14] Dodds, P. S., & Weitz, J. S. (2002). Packing-limited growth. Physical Review E, 65(5), 056108.

[15] Jia, X., & Williams, R. (2001). A packing algorithm for particles of arbitrary shapes. Powder Technology, 120(3), 175-186.

[16] Wang, C. Y., Wang, C. F., & Sheng, J. (1999). A packing generation scheme for the granular assemblies with 3D ellipsoidal particles. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 23(8), 815-828.

[17] Sajjady, S. A., & Khalil, K. (2014). Generating, Reproducing and Packaging of Random Volumes for Discrete Element Analysis of Discontinuous Materials. Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering, 4(8), 63-79 (In Persian(

[1]. Apollonian Packing
[2]. Ballistic algorithms
[3]. Random placement algorithms
[4]. Growth Algorithms
[5]. Packing-Limited Growth
[6]. Segmentation
[7]. Pixelation
[8]. Voxelation
[9]. Diffusive Motions
[10]. Particle
[11]. Fitness
[12]. Global Best Particle (GBest)
[13]. Local Best Particle (LBest)
[14]. Volume fraction