



(مقاله پژوهشی)

به کارگیری روش های ساختاری ژئوشیمیایی فرکتال و آماره U جهت تعیین مناطق آلوده به عنصر سرب مرتبط با فعالیت های معدنی در منطقه ایرانکوه

میرمهدی سیدرحیمی نیارق^۱، حسین مهدیان فر^{۲*}، احمدرضا مختاری^۳

۱- گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

۲- گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، مجتمع آموزش عالی گناباد، گناباد، ایران

۳- دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

(دریافت: اسفند ۱۴۰۰، پذیرش: شهریور ۱۴۰۱)

چکیده

شناسایی عناصر سمی و آلاینده و تعیین مناطق آلودگی اطراف فعالیت های معدنکاری از مسائل ضروری در آلودگی های زیست محیطی معادن است. فلزات سمی می توانند از طریق گردوغبار، آب و فعالیت های انسانی به طور گسترده در اطراف معادن توزیع شوند. در این مطالعه، تعیین ابعاد آلودگی فلز سرب در محیط اطراف معدن سرب و روی ایرانکوه مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور تعداد ۱۳۷ نمونه از خاک محدوده اطراف معدن از عمق صفر تا سی سانتی متری برداشت شده است. آلودگی های زیست محیطی به ویژه عناصر سرب و روی که در مناطق کشاورزی جنوب معدن ایرانکوه پراکنده شده اند نگرانی هایی را ایجاد کرده است. جهت تعیین مناطق آلوده و تشخیص جوامع ژئوشیمیایی عنصر سرب در قسمت های جنوبی این معدن، روش های فرکتالی عیار-مساحت و طیف توان-مساحت همراه با روش مدل سازی آماره فضایی U در قالب روش های ساختاری ژئوشیمیایی مورد استفاده قرار گرفته است. روش فرکتالی طیف توان-مساحت یک روشی جدید در حوزه مطالعات زیست محیطی است که جوامع فرکانسی عنصر آلاینده را مورد بررسی قرار می دهد. این روش جوامع فرکانسی سرب را در ۴ کلاس فرکانس بالا، نسبتاً بالا، متوسط تا پایین و پایین تقسیم بندی کرد. کلاس فراوانی متوسط تا پایین به خوبی توانست محدوده آلودگی را نشان دهد. نتایج مدل سازی فرکتالی عیار-مساحت نشان داد که گسترده گی آلودگی در منطقه تا مناطق کشاورزی و مسکونی هر چند با غلظت اندک وجود دارد. هاله های پراکنده گی آلودگی زیست محیطی به دست آمده از این روش برای عنصر سرب با واقعیت های میدانی بیشتر مطابقت دارد. این روش توانست دو الگوی مقادیر آنومال آلودگی و زمینه را برای داده های تخمینی عنصر سرب با اطمینان بیشتری تخمین بزند. روش آماره فضایی U جوامع بالاتر را به درستی در محدوده استخراجی و محل سد باطله تعیین می کند، اما جامعه میانی که غلظت این عناصر را در محدوده زمین های کشاورزی و مسکونی نشان می دهد، دارای گسترده گی هاله کمتری نسبت به روش های دیگر است و با مشاهدات میدانی کمتر مطابقت دارد. همچنین به دلیل وجود عامل باد به عنوان یکی از عوامل مهم در پخش مواد از سد باطله به سمت غرب، به نظر می رسد تثبیت ذرات سطحی در سد می تواند یکی از اولویت های پیشنهادی در منطقه باشد.

کلمات کلیدی

عناصر آلاینده، روش آماره فضایی U، تعیین مناطق آلودگی، مدل فرکتال عیار-مساحت، مدل فرکتال طیف توان-مساحت

*عهده دار مکاتبات: hssn.shahi@gmail.com

DOI: [10.22034/ANM.2022.2783](https://doi.org/10.22034/ANM.2022.2783)

۱- مقدمه

آلودگی خاک، هوا و آب مناطق اطراف معادن توسط عناصر سنگین و سمی می‌تواند حیات انسانی، حیوانات و گیاهان را به خطر بیندازد. آلاینده‌های فلزات سمی دارای منشأ طبیعی و انسانی هستند. فلزات سمی آلاینده خاک، آب و سایر محیط‌ها می‌توانند مربوط به کارخانه‌ها، زمینه‌ای کشاورزی، فعالیت‌های معدنی و انسانی باشند. عملیات استخراج و فرآوری مواد معدنی و کارخانه‌های متالورژی نقش اساسی در آلودگی‌های زیست‌محیطی دارند [۱]. تعیین میزان و شدت آلودگی، تشخیص ویژگی‌های آلاینده‌های فلزی و ترسیم نقشه آномالی عناصر آلاینده از مباحث مهم در آلودگی زیست‌محیطی هستند [۲]. فلزات سمی و سنگین پراکنده در اطراف معادن نگرانی‌های زیست‌محیطی را ایجاد می‌کنند. بنابراین برای سنجش میزان توسعه آلاینده‌ها و ترسیم آномالی‌های آلودگی باید بررسی‌های لازم انجام گیرد [۳].

روش‌های مرسوم در ترسیم مناطق آномالی ژئوشیمیایی از قبیل روش نمودار احتمال و روش‌های فرکتالی و همچنین برخی روش‌های زمین‌آماري برای تعیین نقشه مناطق دارای آلودگی نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۴-۶]. روش‌های متفاوتی برای جداسازی مناطق آномالی از قبیل روش‌های آماری تک متغیره و چند متغیره، روش‌های فرکتال و روش آماره فضایی U در اکتشاف مواد معدنی مورد استفاده قرار گرفته است [۷-۱۱]. این روش‌ها می‌توانند برای شناسایی الگوهای آلودگی و تشخیص مناطق آلوده مرتبط با فعالیت‌های معدنی نیز مورد استفاده قرار گیرند [۱۲-۱۴].

تمایز بین جوامع آномالی و زمینه و تعیین حد آستانه‌ای جوامع ژئوشیمیایی معمولاً به وسیله روش‌های ساختاری و غیر ساختاری انجام می‌شود [۱۵]. در روش‌های ساختاری مانند روش‌های فرکتال و آماره فضایی U موقعیت مکانی نمونه‌های ژئوشیمیایی مورد توجه قرار می‌گیرند [۱۶ و ۱۷]. ولی در روش‌های غیر ساختاری مقادیر عیارها مورد نظر است و موقعیت مکانی نمونه‌ها نادیده گرفته می‌شود که در این صورت نظر کارشناس ژئوشیمیست نیز حائز اهمیت خواهد بود [۱۸].

روش آماره فضایی U یکی از روش‌های ساختاری جداسازی آномالی از زمینه ژئوشیمیایی است که در

مشخص نمودن مناطق آномال ژئوشیمیایی در اکتشافات معدنی قابلیت‌های بالای آن شناخته شده است. در این روش، فاصله بین نمونه‌ها به عنوان یک وزن برای جداسازی مناطق آномال استفاده می‌شود [۷]. تعداد فازهای آلوده، که منجر به تغییر به خصوص غلظت عناصر می‌شود، در نمودار هیستوگرام مقادیر U تعیین می‌شود [۱۵].

مدل‌سازی فرکتالی داده‌ها یکی از روش‌های مهم در اکتشاف مناطق آномالی ژئوشیمیایی ذخایر معدنی است. این روش تغییرات جوامع موجود در داده‌ها را بر اساس ویژگی خود متشابهی داده‌ها مورد بررسی قرار می‌دهد. مدل‌های فرکتالی مختلفی در حوزه فرکانس و حوزه مکان شامل انواع روش‌های عیار-مساحت، عیار-فاصله، طیف توان-مساحت و عیار-حجم در اکتشافات ژئوشیمیایی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۹ و ۲۰]. پدیده‌های مختلف زمین‌شناسی و کانی سازی ممکن است پیچیدگی‌هایی در داده‌های ژئوشیمیایی به‌ویژه در تشکیل جوامع مختلف ژئوشیمیایی ایجاد کنند. این جوامع می‌توانند با استفاده از مدل‌های فرکتالی موجود در داده‌ها از یکدیگر متمایز شوند [۱۹ و ۲۱]. از این رو روش فرکتالی عیار-مساحت جهت تعیین جوامع ژئوشیمیایی و جدایی آномالی از زمینه معرفی گردید [۲۲] و در سال‌های بعد به عنوان یک روش مناسب به‌طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفت. بعد از آن روش فرکتالی طیف توان مساحت در حوزه فرکانس داده‌های ژئوشیمیایی به‌منظور تعیین جوامع فرکانسی مرتبط با آномالی، زمینه و نویزهای ژئوشیمیایی و در زمینه اکتشاف معرفی گردید [۲۳] و بعد از آن روش فرکتال طیف توان-مساحت برای شناسایی الگوهای فرکانسی موجود در داده‌های ژئوشیمیایی اکتشافی مورد استفاده قرار گرفت [۱۶ و ۲۴]. مدل‌های فرکتالی در موارد متعددی در اکتشافات ژئوشیمیایی مورد استفاده قرار گرفته‌اند و می‌توانند به‌صورت موفقیت‌آمیزی در مطالعات محیط‌زیستی نیز بکار روند [۱۲].

تاکنون روش فرکتالی طیف-توان مساحت به‌طور جدی در مطالعات زیست‌محیطی جهت تعیین جوامع آلودگی مورد استفاده قرار نگرفته است و در این زمینه یک روش نسبتاً جدید محسوب می‌شود. در این مطالعه به‌منظور جدایش جوامع فرکانسی عنصر آلاینده سرب از این روش استفاده شده است. علاوه بر این، روش فرکتال عیار-مساحت و روش آماره U نیز جهت تعیین جوامع ژئوشیمی

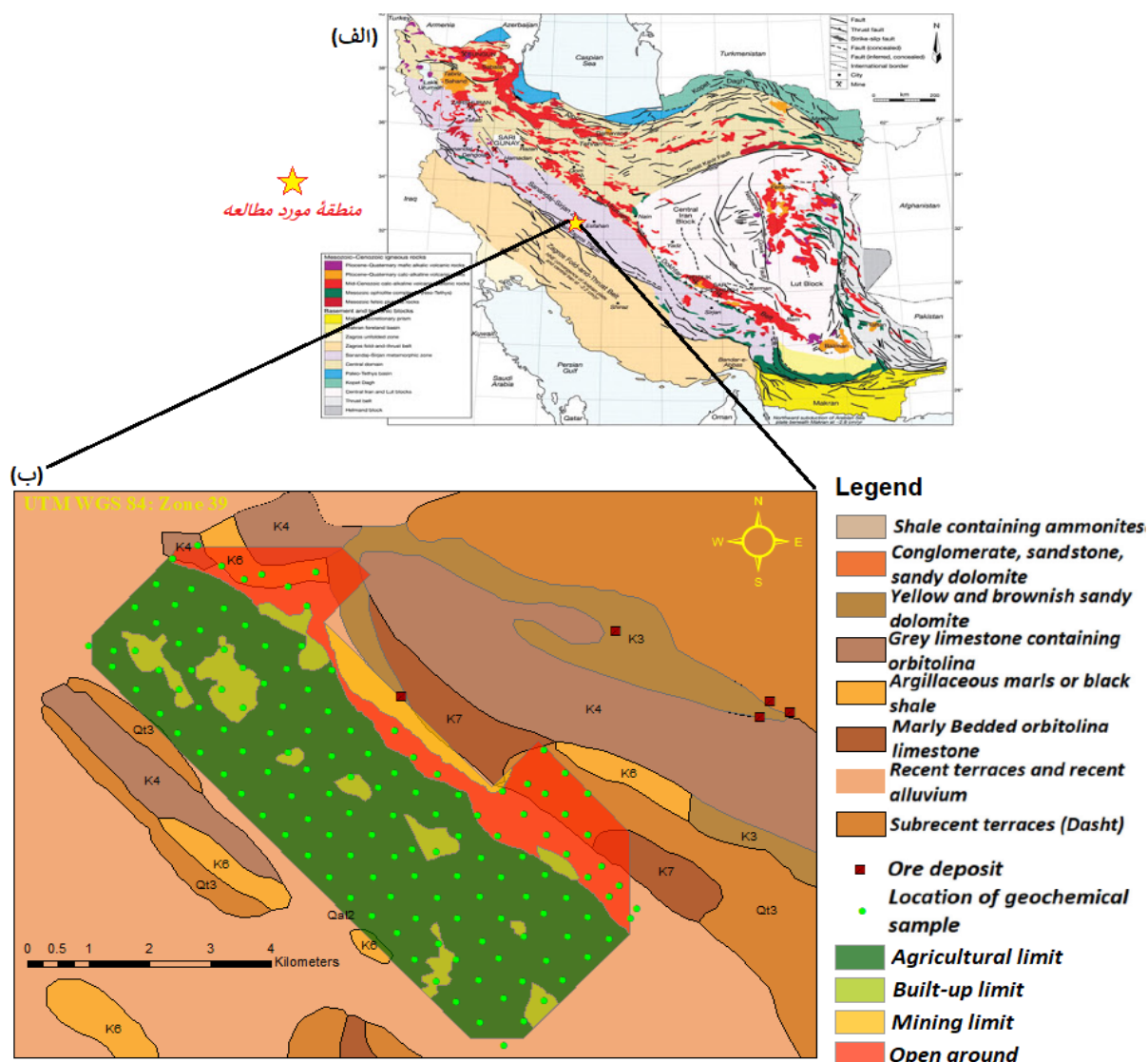
توالی کرتاسه از دولستون و سنگ‌های آهکی فسیلی پوشانده شده‌اند [۲۶].

این منطقه نیمه‌خشک است و میانگین بارندگی سالانه آن ۱۳۰ میلی‌متر است. خاک‌ها عموماً کلسیکی، قلیایی ضعیف ($\text{PH} \sim 7.8$) دارای نمک و محتوای آلی کم و به‌عنوان لوم‌های ریز با میانگین ۴۴ درصد ماسه، ۳۹ درصد سیلت و ۱۷ درصد خاک رس طبقه‌بندی می‌شوند. در برخی از پژوهش‌ها خاک را به‌صورت ریزدانه، لومی، مخلوط و تیپیک توصیف کرده‌اند [۲۷]. در چنین شرایطی، عناصر بسیاری (از جمله سرب، روی و آرسنیک) نسبتاً غیرمتحرک هستند. شکل (۱- ب) نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه به همراه محل نمونه‌های ژئوشیمیایی خاک را نشان می‌دهد.

عنصر سرب در این مقاله مورد استفاده قرار گرفت، تا ضمن به‌کارگیری این روش‌ها در اهداف زیست‌محیطی معادن، بتوان قابلیت روش فرکتالی طیف-توان مساحت را در مقایسه با این روش‌ها سنجید.

۲- زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در ۲۵ کیلومتری جنوب غرب اصفهان و در دامنه جنوبی رشته‌کوه ایرانکوه قرار گرفته است (شکل ۱- الف). این منطقه بخشی از زون زمین-ساختی سندج - سیرجان است که به موازات گسل اصلی زاگرس قرار دارد [۲۵]. شیل‌های سازند شمشک ژوراسیک پایین‌ترین واحد چینه‌شناسی را تشکیل می‌دهند و توسط



شکل ۱: الف) موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه؛ ب) نقشه زمین‌شناسی منطقه به همراه محدوده عملیات معدنی، محل نمونه‌برداری

مرکزی سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور انجام شد. حد تشخیص عناصر 0.1 ppm بود. نهایتاً داده‌ها بعد از یک بررسی آماری اولیه توسط روش‌های موردنظر پژوهش مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند.

۲-۳- روش فرکتال عیار-مساحت

الگوهای توزیع‌های ژئوشیمیایی، با پدیده‌های مستقل از مقیاس مرتبط‌اند. چراکه پدیده‌های به وجود آورنده این الگوها در طول دوران زمین‌شناسی با هر سرعتی و با مقیاس‌هایی از اندازه میکروسکوپی تا ابعاد قاره‌ای عمل کرده‌اند [۳۰]. نقشه‌های کنتوری یک مدل همواری از توزیع فضایی عنصر فراهم می‌کند. اگر مساحت دربرگیرنده کنتور با عیار ρ را $A(\rho)$ بنامیم، در این صورت با افزایش عیار ρ ، مساحت $A(\rho)$ کاهش می‌یابد. نشان داده شده است که اگر مساحت واحد هر غلظت عنصر یک مدل فرکتالی یا مولتی‌فرکتالی داشته باشد، در این صورت $A(\rho)$ رابطه توانی با ρ خواهد داشت. وقتی مساحت واحد هر غلظت از مدل فرکتالی پیروی کند، این رابطه توانی تنها یک توان خواهد داشت و برای مدل‌های مولتی‌فرکتال با طیفی از ابعاد فرکتالی، چندین رابطه توانی جداگانه خواهیم داشت.

مدل عیار-مساحت به‌منظور تعریف آنومالی‌ها و زمینه ژئوشیمیایی و در خصوص آنومالی‌ها و زمینه مناطق آلوده به عناصر سنگین در این پروژه به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$A(\rho)_{(\rho)} \propto \rho^{-D} \quad (1)$$

$A(\rho)$: مساحتی با مقدار غلظت بزرگ‌تر از مقدار منحنی تراز ρ ، D : ویژگی‌های نمایی است. مقدار توان D وابسته به دامنه‌های متفاوت ρ ، مقادیر متفاوتی را می‌دهد.

دو روش برای محاسبه $A(\rho)$ توسط چنگ و همکاران مورد استفاده قرار گرفت [۲۲]:

۱- $A(\rho)$ ناحیه احاطه‌شده توسط منحنی تراز ρ در نقشه منحنی تراز ژئوشیمیایی است که از درون‌یابی داده اصلی با استفاده از روش میانگین متحرک وزنی به دست آمده است.

۲- $A(\rho)$ بر اساس شمارش سلول‌ها از غلظت‌های اولیه (خام یا اصلی) عنصر به دست می‌آید.

در روش شمارش سلول‌ها، شبکه‌بندی با سلول‌های ناحیه مورد مطالعه هم‌پوشانی دارند. ناحیه $A(\rho)$ برای ρ

از نظر زمین‌شناسی، منطقه معدنی بخشی از کمربند فلز زایی ملایر-اصفهان است که میزبان ذخایر سرب و روی کربناته است. پایین‌ترین واحد چینه‌شناسی لایه شیل ژوراسیک است که توسط توالی کرتاسه از دولستون و سنگ‌های آهکی فسیلی پوشانده شده است [۲۶]. کانی‌سازی سرب-روی MVT در دولستون‌ها به‌صورت سولفید و کربنات رخ داده است. فعالیت‌های معدنی در این منطقه سال‌های متمادی انجام می‌شود و استخراج معادن توسط سایت‌های معدنی روباز و زیرزمینی در حال بهره‌برداری است. در جنوب ایرانکوه، کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی، باطله‌ها و انباشته‌های زباله در نزدیکی مناطق کشاورزی وجود دارد (شکل ۱-ب). ایرانکوه کانسار اپی-ژنتیک سرب و روی است که توسط دولستون کرتاسه پایین و شیل ژوراسیک پوشانده شده است. کانی‌سازی سرب و روی به دلیل فرآیند جایگزینی درون سنگ‌های میزبان دولومیت و شیل ایجاد شده است و به شکل برش، رگه‌ها و فضا‌های پر نشان داده می‌شود [۲۸]. کانی‌های اصلی سرب و روی به‌صورت رگه‌هایی در دیواره‌ی گسل‌های معکوس، سنگ‌های شکسته‌شده و فضا‌های اتساع یافته رخ داده است، بنابراین کانی‌سازی ممکن است در حین یا بعد از گسل خوردگی و شکستگی رخ داده باشد [۲۹]. کانی‌های غالب شامل اسفالریت غنی از آهن، دولومیت غنی از آهن و منگنز، آنکرت، گالن، پیریت کم، قیر و کلسیت $\pm$ کوارتز $\pm$ باریت می‌شوند [۲۸].

۳- مواد و روش‌ها

۱-۳- داده‌ها و روش آنالیز

تعداد ۱۳۷ نمونه خاک از عمق صفر تا سی سانتی‌متری در شبکه طراحی‌شده به ابعاد 500×500 مترمربع از محدوده اطراف معدن برداشت شد. این محدوده شامل مناطق کوچک صنعتی و مسکونی کوچک و مناطق کشاورزی بزرگ می‌شود (شکل ۱-ب). مکان نمونه‌ها با توجه به موقعیت میدانی مشخص شده است.

مکان برخی از نمونه‌ها در حین نمونه‌برداری با توجه به وضعیت میدانی تنظیم شد. نمونه‌ها در یک مخلوط چهار اسیدی ($\text{HCl-HNO}_3\text{-HClO}_4\text{-HF}$) حل شده و متعاقباً برای ۴۴ عنصر توسط دستگاه طیف‌سنجی پلاسمای جفت شده القایی (ICP) آنالیز شدند. این آنالیز در آزمایشگاه

با توجه به اینکه داده‌های ژئوشیمیایی در حوزه مکان و حوزه فرکانس معمولاً دارای رفتارهای چندفرکتالی هستند می‌توان روش فرکتال را بر روی مقادیر طیف توان عناصر نیز انجام داد [۱۹ و ۲۲].

بنابراین روش فرکتالی طیف توان-مساحت بر روی مقادیر لگاریتمی طیف توان حاصل از سیگنال‌های فرکانسی عناصر انجام می‌گیرد. بدین منظور نمودار تمام لگاریتمی مقادیر طیف توان و مساحت‌های تجمعی فرکانس‌ها رسم می‌شود و روندهای خطی به‌عنوان روند تغییرات بر روی نقاط حاصل، برازش می‌گردد. مدل فرکتال طیف توان-مساحت بر اساس ارتباطات قانون توان بین مساحت مجموعه داده‌ها شامل اعداد موج با چگالی انرژی طیفی بالای $S[A(>S)]$ در یک حوزه فرکانسی دویبعی، استوار است به‌طوری‌که داریم:

$$A(\geq S) \propto S^{\frac{-2d}{B}} \quad (۴)$$

که β معرف میزان انیزوتروپی و d پارامتر تولیدکننده نامتغیر مقیاسی تعمیم داده‌شده^۱ (GSI) است و درجه انقباض کل^۲ را نشان می‌دهد [۳۷]. این ارتباطات قانون توان در حوزه مکان و حوزه فرکانس به‌عنوان ابزارهای مفید برای شناسایی آنومالی‌های ژئوشیمیایی در اکتشاف ذخایر معدنی معرفی شده است [۳۸ و ۳۹].

بعد از برازش خطوط مستقیم بر روی نمودار داده‌ها با روش میانگین حداقل مربعات، تعداد کلاس‌های فرکانسی به‌عنوان جوامع فرکتالی تعیین می‌شوند. با مشخص شدن حد آستانه‌ای جوامع فرکانسی، می‌توان با اعمال فیلترهایی بر روی داده‌ها این جوامع فرکتالی را از یکدیگر جدا و با استفاده از تبدیل فوریه معکوس، هرکدام از این جوامع را به‌صورت مجزا به حوزه مکان انتقال داد [۱۰].

۳-۴- روش آماره فضایی U

روش آماره فضایی U نوعی روش میانگین‌گیری متحرک است، با این ویژگی که، در هر نقطه خاص ابعاد پنجره‌ای که در داخل آن میانگین‌گیری صورت می‌گیرد، تغییر داده می‌شود. بنابراین، برای هر نقطه خاص، چندین مقدار برای آماره U آن نقطه از روی نقاط اطراف آن محاسبه می‌شود، بدین ترتیب ارتباط فضایی نمونه‌ها کاملاً در نظر گرفته می‌شود. تغییرات ایزوتروپی و آنیزوتروپی متغیرها در شکل پنجره‌ها مؤثر است. فاصله بین

داده‌شده مساوی با تعداد سلول‌ها (ضربدر مساحت سلول) با غلظت‌های بزرگ‌تر از ρ است، میانگین غلظت‌ها برای سلول‌ها تعریف می‌شود که دارای بیش از یک نمونه هستند. در اکتشافات ژئوشیمیایی آنومالی‌ها (تمرکزهای همراه با فرآیندهای کانی‌سازی)، توابع توانی متفاوتی را نسبت به مقدار زمینه منعکس می‌نماید. به عبارت دیگر بعد فرکتالی آن‌ها با یکدیگر فرق خواهد کرد، که از این خاصیت جهت جداسازی آنومالی از زمینه استفاده می‌شود [۲۲ و ۳۱].

۳-۳- روش فرکتالی طیف توان-مساحت

تحلیل و مدل‌سازی داده‌های ژئوشیمیایی در حوزه‌های مکان، فرکانس و مکان - مقیاس قابل انجام است [۳۲ و ۳۳]. یکی از روش‌های مدل‌سازی روش فرکتال است که تاکنون جهت تفسیر داده‌های ژئوشیمی در این حوزه‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. روش فرکتالی طیف توان-مساحت است که بر روی داده‌های حوزه فرکانس داده‌های ژئوشیمیایی انجام می‌شود. نقشه توزیع ژئوشیمی عناصر می‌تواند به‌عنوان یک سیگنال مکانی دویبعی در نظر گرفته شود و با استفاده از روش تبدیل فوریه^۲ بعدی به حوزه فرکانس انتقال داده شود [۳۴]. با استفاده از رابطه تبدیل فوریه^۲ بعدی زیر می‌توان داده‌های ژئوشیمی را به حوزه فرکانس انتقال داد [۳۵]:

$$\begin{aligned} F(K_x, K_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cos(K_x x \\ &+ K_y y) dx dy - i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \sin(K_x x \\ &+ K_y y) dx dy \end{aligned} \quad (۲)$$

در این رابطه $f(x, y)$ تابع مربوط به سیگنال در حوزه مکان است. K_x و K_y مقادیر عدد موج در جهت‌های x و y هستند. بر اساس این رابطه نقشه توزیع^۲ بعدی عناصر ژئوشیمیایی می‌توانند به تابع $F(K_x, K_y)$ در حوزه فرکانس تبدیل شوند. این تابع شامل یک قسمت حقیقی $R(K_x, K_y)$ و یک قسمت موهومی $I(K_x, K_y)$ است. طیف توان تابع به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۳۶]:

$$E(K_x, K_y) = R^2(K_x, K_y) + I^2(K_x, K_y) \quad (۳)$$

که اثر قابل توجهی بر روی آلودگی منطقه گذاشته است. یکی از مهم‌ترین عناصر سمی و آلاینده در منطقه عنصر سرب است که در این مطالعه مناطق آلودگی حاصل از توزیع این عنصر در محدوده اطراف مجموعه معدنی ایرانکوه مورد مطالعه قرار گرفته و مدل‌های فرکتال عیار-مساحت، فرکتال طیف توان-مساحت و آماره U مربوط به عنصر سرب به دست آمده و مناطق آنومالی آلوده به این عنصر تعیین شده است.

۴-۱- مدل فرکتالی عیار-مساحت عنصر سرب

در این مرحله از شبکه‌هایی به ابعاد 100×100 مترمربع برای تخمین غلظت‌ها با تکنیک کریجینگ استفاده شد. برای درون‌یابی و تخمین داده‌های خام از کریجینگ شاخص استفاده شد. حدود ۹۰۰۰ شبکه در این درون‌یابی شرکت کردند. پس از اعمال تخمین شبکه، این داده‌ها طبقه‌بندی شدند و نمودار لگاریتمی عیار-مساحت برای آن‌ها رسم شد. در این صورت جوامع مختلف در این نمودار ابعاد متفاوتی را نشان می‌دهند. جوامع جدا شده بر اساس تغییر شیب خطوط برازش بر روی داده‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است. برای عنصر سرب چهار جامعه فرکتالی با ابعاد مختلف به دست آمد. ابعاد فرکتالی به دست آمده شکل ۲ برای این چهار جامعه ۰/۱، ۰/۸۸، ۰/۵۹ و ۶/۹۵ است. بعد فرکتالی به طور کلی از جوامع با غلظت کمتر به جوامع بالاتر افزایش می‌یابد. ابعاد فرکتالی بالاتر با آلودگی ناشی از فعالیت‌های معدنی یا اثرات انسانی همراه است که به عنوان جوامع آنومال شناخته می‌شود. ابعاد فرکتالی در جوامع پایین‌تر، جامعه زمینه در نظر گرفته می‌شود که تحت تأثیر این فعالیت‌ها قرار نگرفته یا کمتر تحت تأثیر قرار گرفته است.

ایستگاه‌های اطراف مرکز پنجره برای محاسبه‌ی وزن این ایستگاه‌ها استفاده می‌شود، این وزن‌ها به مقادیر اندازه‌گیری شده ایستگاه‌ها ضرب شده تا نهایتاً تخمینی برای نقطه مرکزی پنجره به دست آید. مقدار متوسط مقادیر U که با $U_i(r)$ نشان داده می‌شود به صورت زیر محاسبه می‌شود [۷، ۱۴ و ۱۷]:

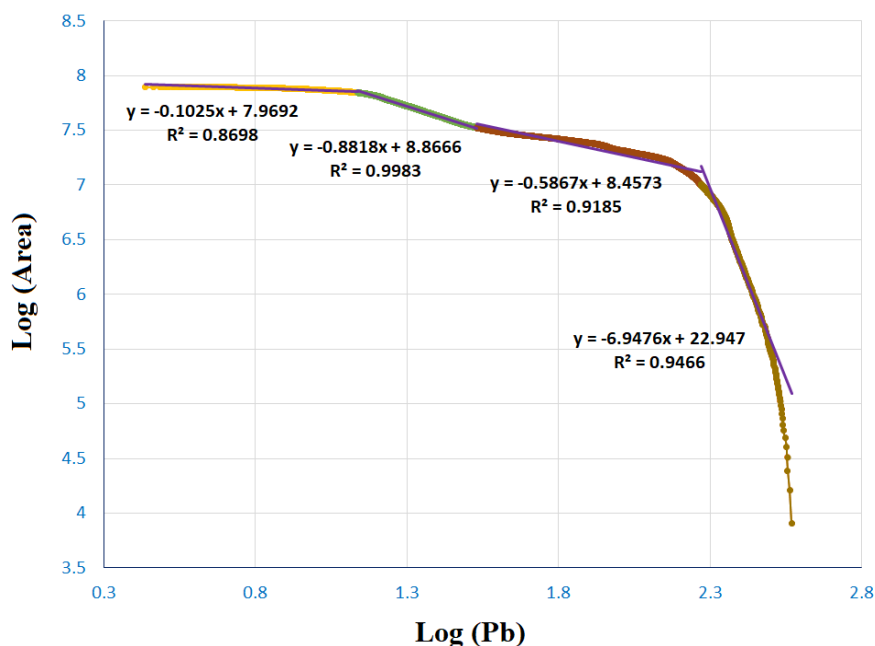
$$U_i(r) = \frac{\sum_{j=1}^{n_1} W_j(r) X_j - \mu}{\sigma + \frac{\sum_{k=1}^{n_2} W_k(r) X_k - \mu}{\sigma}} \quad (5)$$

$$= \frac{X_i(r) - \mu}{\sigma}$$

که در آن μ میانگین و σ انحراف معیار کل داده‌ها می‌باشند. X_k و X_j مقادیر اندازه‌گیری شده در ایستگاه‌های j و k در داخل پنجره هستند، $W_k(r)$ و $W_j(r)$ وزن‌های این ایستگاه‌ها می‌باشند. $X_i(r)$ میانگین وزنی ایستگاه i بر اساس مقادیر ایستگاه‌های اطراف است. در این رابطه j و k به ترتیب مربوط به نمونه‌هایی با مقادیر زمینه و مقادیر آنومالی هستند. اگر μ_A میانگین جامعه آنومالی و μ_B میانگین جامعه زمینه باشد، آنگاه رابطه $\mu_B < \mu < \mu_A$ برقرار است.

۴- بحث و نتایج

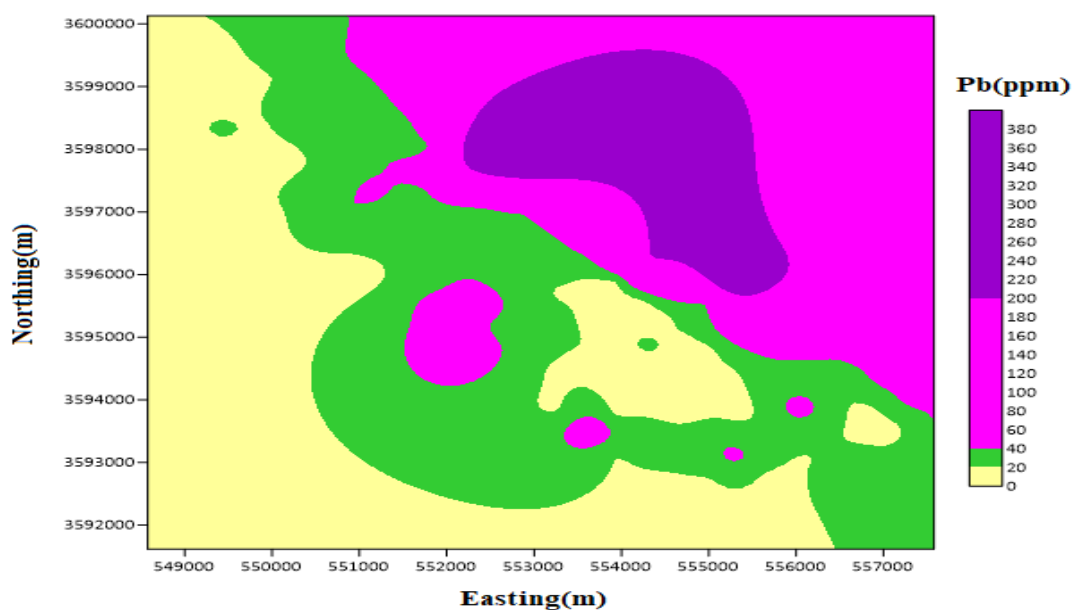
مطالعات نشان می‌دهد مناطق اطراف معدن سرب و روی ایرانکوه شامل زمین‌های صنعتی، مسکونی و کشاورزی تحت تأثیر فعالیت‌های معدنی قرار گرفته است. الگوهای ژئوشیمیایی و رابطه بین عناصر آلاینده نشان می‌دهد آلودگی‌های زیست-محیطی فلزات سمی در این مناطق اطراف معدن عمدتاً توسط گردوغبار ایجاد شده است. با توجه به جهت وزش بادها در منطقه، محدوده آلودگی در مسیر حرکت بادهای عبوری از محدوده معدنی قرار داشته



شکل ۲: نمودار لگاریتمی عیار-مساحت عنصر Pb با چهار جامعه فرکتالی.

محدود می‌شود. مطالعات نشان می‌دهد که عنصر سرب بعد از عنصر روی بیشترین گسترش آلودگی را در منطقه دارد. به‌طور کلی، دو الگو برای داده‌های تخمینی عنصر سرب وجود دارد. اولی شامل مقادیر بالا در اطراف فعالیت‌های معدنی و دومی مقادیر متوسط تا پایین مربوط به الگوی زمینه در جنوب غرب منطقه مورد مطالعه است. این منطقه شامل یک محدوده‌ای با مقادیر کمی بالا است که از مرکز شبکه متمایل به جنوب غرب واقع است. هیچ تفاوت سیستماتیک در غلظت عنصر کمیاب در خاک محدوده‌های کشاورزی و مسکونی وجود ندارد.

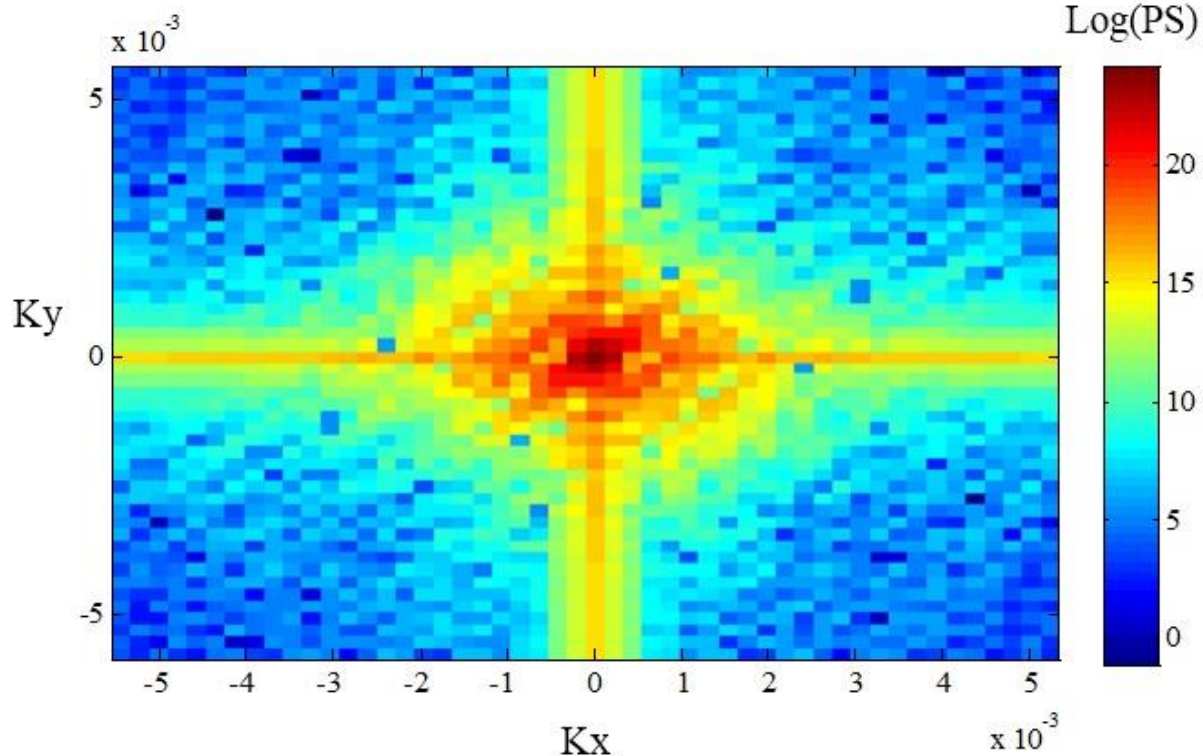
نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب در شکل ۳ ارائه شده است. در حالت کلی، این نقشه توزیع نشان می‌دهد که محتوای فلزات با نزدیک شدن به محل عملیات معدن افزایش می‌یابد. نتایج روش فرکتال برای این عنصر نشان می‌دهد که منبع آلودگی از محدوده معدن سرچشمه گرفته و در محدوده زمین اطراف گسترش می‌یابد و از آنجا نیز به محدوده‌های کشاورزی و مسکونی با غلظت کمتر سرایت می‌کند. مطالعات انجام‌شده در این مقاله مرز محدوده آلودگی را مشخص می‌کند. مقادیر بالای این عنصر عمدتاً به کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی و مناطق دفع باطله



شکل ۳: نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب در خاک منطقه با مدل فرکتالی عیار-مساحت

۴-۲- مدل‌سازی فرکتالی طیف توان-مساحت سرب

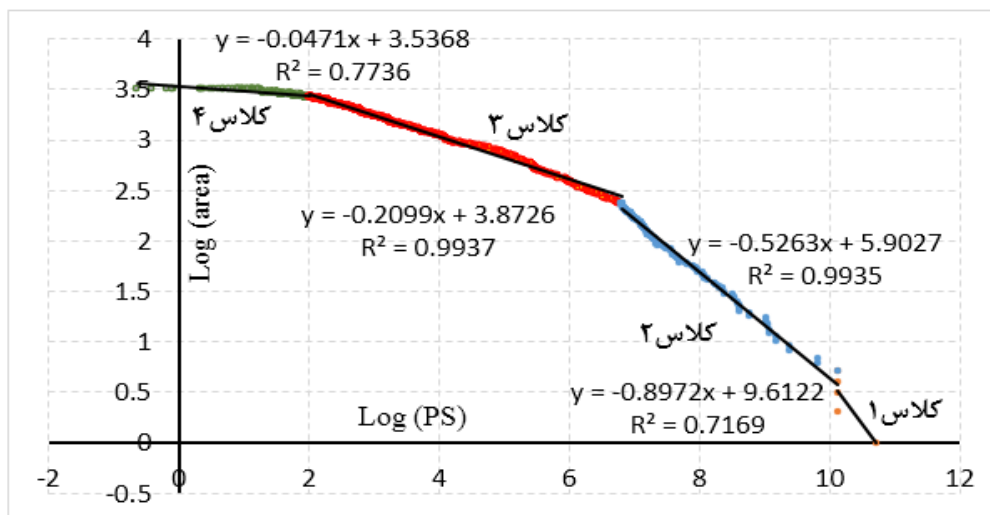
جهت تعیین مقادیر طیف توان عنصر سرب در منطقه، داده‌های عیاری این عنصر برای ۱۳۷ نمونه با استفاده از تبدیل فوریه دوبعدی به حوزه فرکانس انتقال داده شد. شکل ۴ نقشه توزیع مقادیر طیف توان عنصر سرب را نشان می‌دهد. با استفاده از تبدیل دوبعدی فوریه می‌توان سیگنال‌های ژئوشیمیایی مختلف موجود در داده‌های



شکل ۴: نقشه توزیع مقادیر لگاریتم طیف توان عنصر سرب در منطقه

مقادیر دامنه بالایی دارند در کلاس (۱) و سیگنال‌های فرکانس بالا با دامنه کم در کلاس (۴) قرار دارند. مقادیر حد آستانه‌ای و بازه فرکانسی این کلاس‌ها نیز در جدول ۱ بیان شده است. کلاس (۲) فرکانس‌های متوسط تا پایین را شامل می‌شود و سیگنال‌های با فرکانس نسبتاً بالا در جامعه و کلاس (۳) قرار می‌گیرند. با استفاده از فیلترهای بالاگذر، پایین‌گذر و باندگذر بر اساس مقادیر طیف توان و مقادیر حد آستانه‌ای به دست آمده، این جوامع ژئوشیمیایی از یکدیگر جدا می‌شوند.

بعد از استخراج فرکانس‌های مختلف از نقشه ژئوشیمی عنصر سرب و مقادیر طیف توان فرکانس‌های ژئوشیمیایی، با استفاده از نمودار لگاریتمی می‌توان نمودار فرکتالی داده‌ها را تشکیل داد و با برازش خطوطی بر روی نمونه‌های فرکانسی، مقادیر حد آستانه‌ای جوامع و تعداد جوامع را تعیین نمود. شکل ۵ مدل‌سازی فرکتالی عنصر سرب در حوزه فرکانس را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود عنصر سرب دارای ۴ جامعه ژئوشیمیایی در حوزه فرکانس است که از نظر بعد فرکتالی با یکدیگر متفاوت هستند. جدول ۱ محتوای فرکانسی و سه بعد فرکتالی این جوامع را نشان می‌دهد. سیگنال‌های ژئوشیمیایی فرکانس پایین که



شکل ۵: مدل فرکتالی طیف توان -مساحت عنصر سرب و تعیین جوامع فرکانسی ۴ گانه برای عنصر سرب

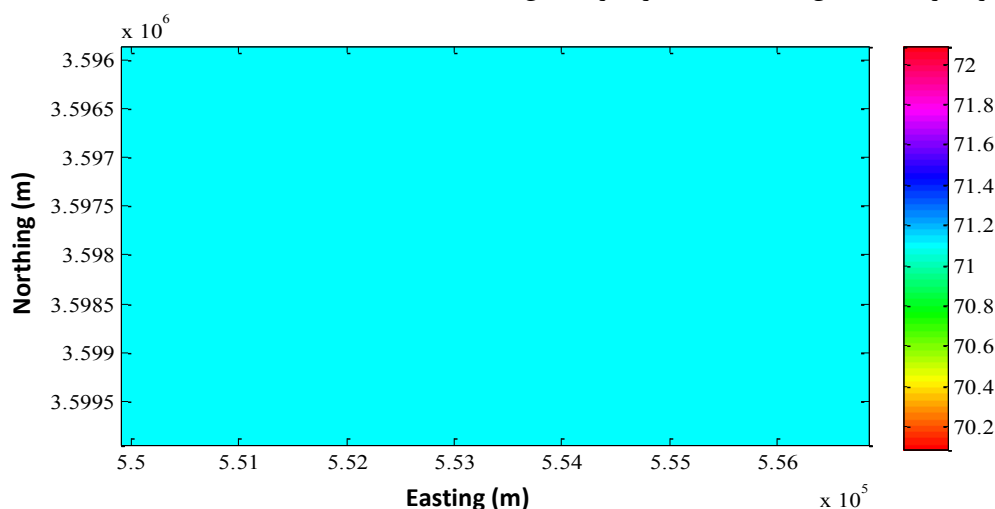
فرکانسی مشخص می‌شوند و در ادامه با استفاده از تبدیل فوریه دوبعدی معکوس، این جوامع فرکانسی به صورت مجزا به حوزه مکان انتقال داده می‌شوند. در این مرحله داده‌های طیف توان و اعداد موج مربوط به سیگنال‌ها به مقادیر عیاری در مختصات مکانی تبدیل می‌شوند و می‌توان نقشه توزیع ژئوشیمیایی هر یک از جوامع فرکانسی را در حوزه مکان به صورت مجزا ترسیم کرد. شکل ۶ نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب مربوط به کلاس فرکانسی (۱) را نشان می‌دهد. این جامعه فرکانسی که فرکانس‌های پایین را در برمی‌گیرد نتوانسته است محل آنومالی‌های محلی را مشخص تعیین کند. این بازه فرکانسی مربوط به مقادیر زمینه است.

جدول ۱: ویژگی‌های فرکتالی و فرکانسی کلاسهای مختلف

ژئوشیمیایی عنصر سرب در حوزه فرکانس

بازه فرکانسی (لگاریتم PS)	بعد فرکتال	ماهیت فرکانسی	
(۱۰/۷۱) - (۱۰/۱۳)	۰/۸۹	فرکانس‌های پایین	کلاس ۱
(۶/۸) - (۱۰/۱۳)	۰/۵۲	فرکانس‌های متوسط تا پایین	کلاس ۲
(۲) - (۶/۸)	۰/۲	فرکانس‌های نسبتا بالا	کلاس ۳
(-۰/۶۴) - (۲)	۰/۰۴	فرکانس‌های بالا	کلاس ۴

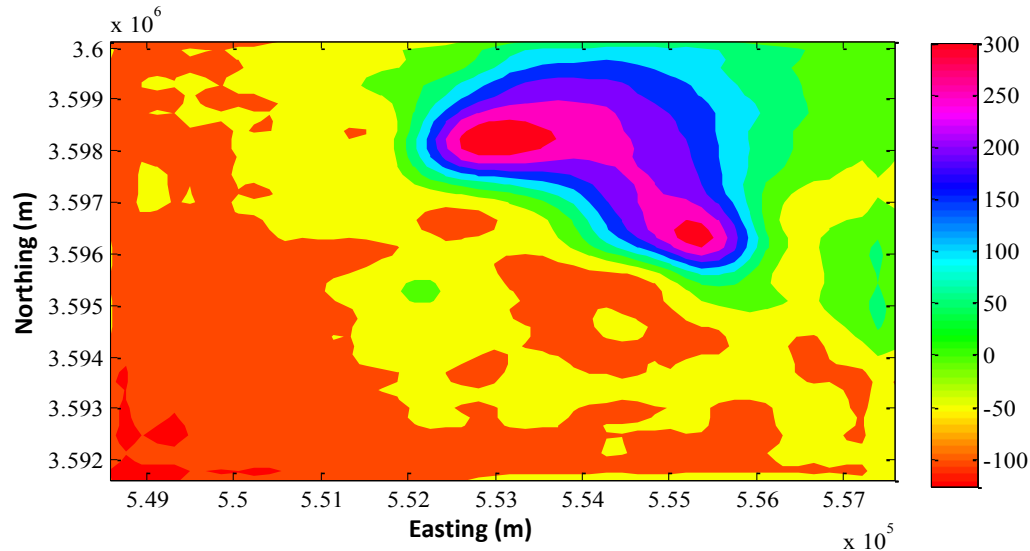
بعد از اعمال فیلترهای مختلف بر روی داده‌های طیف توان عنصر سرب، سیگنال‌های مختلف در هر کلاس



شکل ۶: نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب (گرم بر تن) مربوط به کلاس فرکانسی (۱)، این کلاس فرکانسی مقادیر زمینه ژئوشیمیایی را نشان می‌دهد.

باطله و محل معدنکاری وجود دارد. این نقشه نشان می‌دهد سیگنال‌های با فرکانس متوسط تا پایین به‌خوبی می‌توانند محل آلودگی را تعیین کنند و ارتباط بالایی بین فرآیند آلودگی با این بازه فرکانسی وجود دارد.

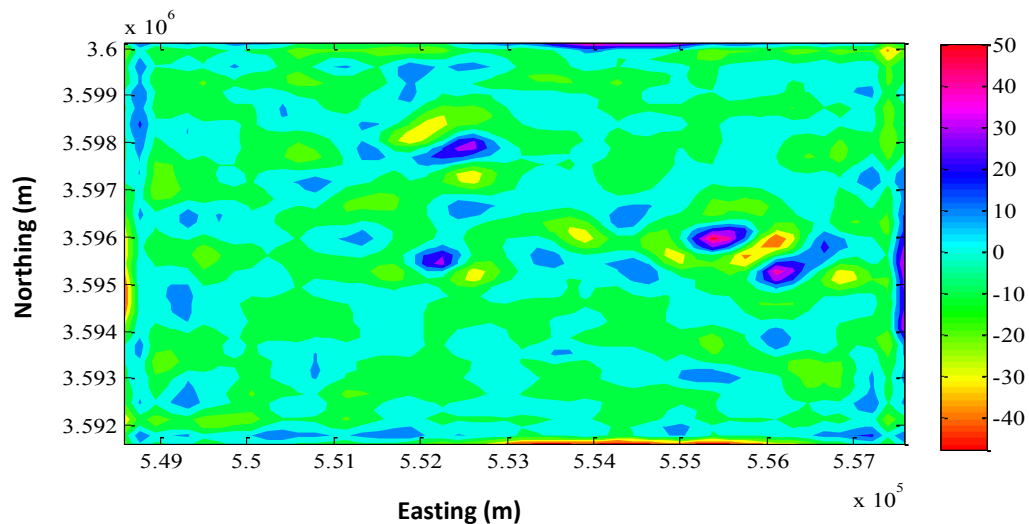
نقشه آنومالی عنصر سرب مربوط به کلاس فرکانسی (۲) در شکل ۷ ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مناطق آلودگی سرب به‌خوبی در این نقشه مشخص شده است. ارتباط معناداری بین مناطق آلوده با محل سد



شکل ۷: نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب (گرم بر تن) مربوط به کلاس فرکانسی (۲)

هستند و بیشتر قسمت‌های منطقه آلودگی نشان نمی‌دهند سیگنال‌های مربوط به این جامعه فرکانسی ارتباط زیادی با فاکتور آلودگی ندارند.

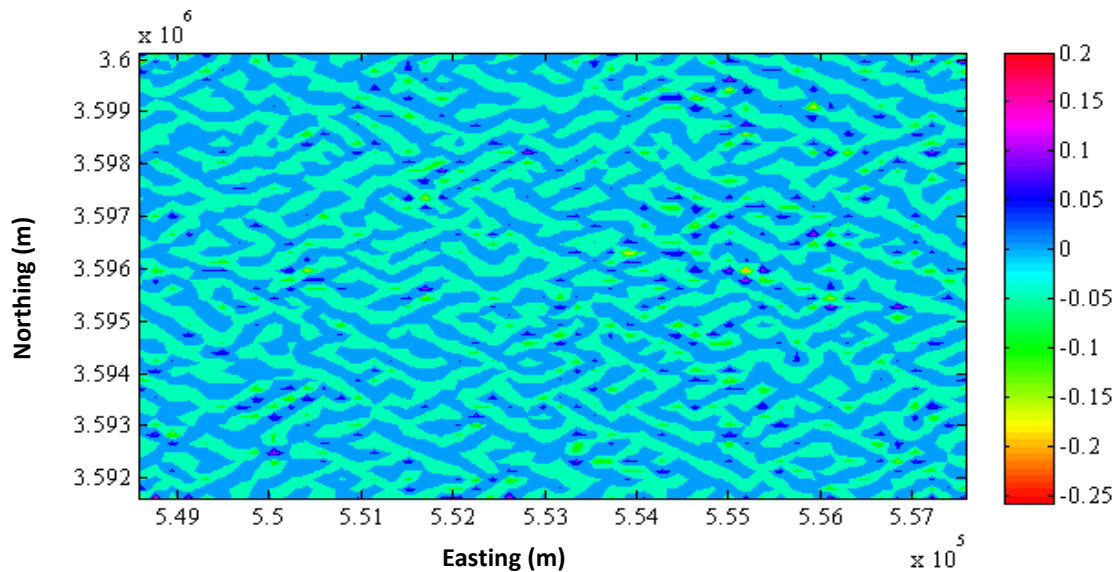
کلاس فرکانسی (۳) که فرکانس‌های نسبتاً بالا را در برمی‌گیرد بعد از اعمال تبدیل فوریه معکوس نقشه شکل ۸ را تشکیل داده است. در این تصویر مناطق آلاینده محدود



شکل ۸: نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب (گرم بر تن) مربوط به کلاس فرکانسی (۳)

ژئوشیمی که دارای فرکانس‌های بالا هستند ممکن است در اثر خطاهای نمونه‌برداری، آماده‌سازی و آنالیز به وجود آمده باشند. این نویزها و خطاها را می‌توان در حوزه فرکانس داده‌های ژئوشیمیایی با استفاده از فیلتر پایین گذر از داده‌ها حذف کرد.

نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب مربوط به کلاس (۴) در شکل ۹ ترسیم شده است. این جامعه فرکانسی که فرکانس‌های بالای ژئوشیمی را در بردارد هیچ آنومالی ژئوشیمیایی برای عنصر سرب در محدوده معدن و سد باطله و در سایر منطقه نشان نمی‌دهد. این فرکانس‌ها می‌توانند مربوط به نویزهای ژئوشیمی باشند. نویزهای

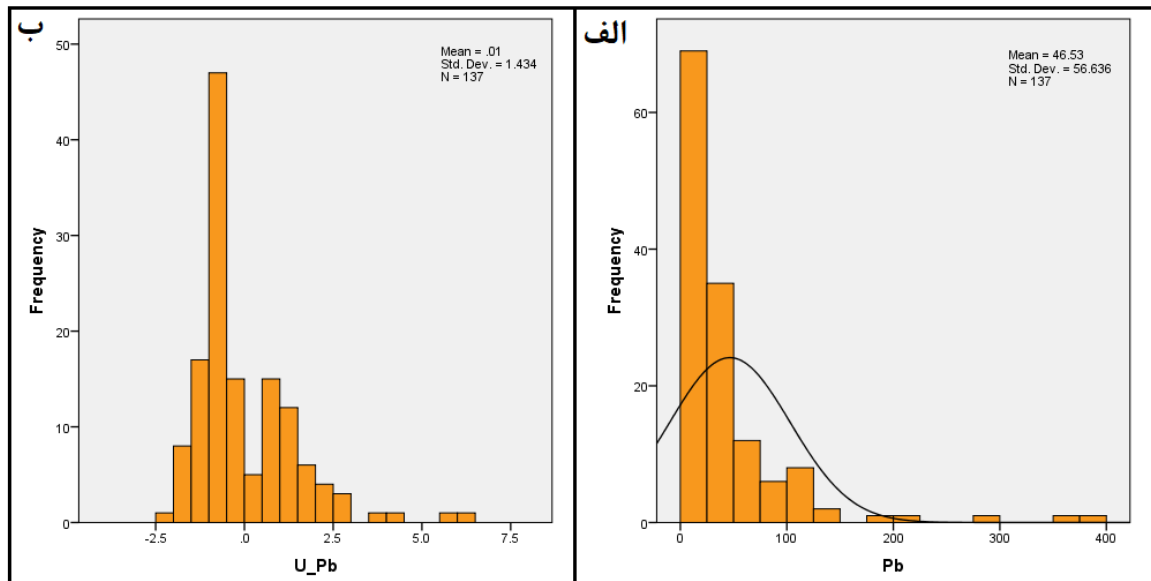


شکل ۹: نقشه توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب (گرم بر تن) مربوط به کلاس فرکانسی (۴)

۳-۴- مدل سازی آماره U عنصر سرب

برای پیاده سازی این روش روی داده های منطقه، برنامه ای در محیط نرم افزار مطلب (MATLAB) بر اساس الگوریتم روش جهت محاسبه آماره نوشته شد. این برنامه برای هر نقطه نمونه برداری، از شعاع همسایگی صفر تا ۵۰۰ متر، با استفاده از روابط فوق الذکر، مقدار U را محاسبه کرده و سپس بزرگ ترین مقدار U از نظر قدر مطلق به نقطه مورد نظر اختصاص می دهد. این محاسبات برای غلظت عنصر سرب با ۱۳۷ نمونه، انجام شد. نحوه محاسبه به این ترتیب است که برای هر نقطه نمونه برداری محاسبه از دایره ای به شعاع صفر شروع و تا شعاع ۵۰۰ متر ادامه می یابد. جهت دقت در محاسبات فاصله بین شعاع دو دایره در دو مرحله متوالی ۱۰ m در نظر گرفته شد، لذا برای هر نقطه نمونه برداری ۵۰۰ دایره رسم شد و برای تک تک آنها مقدار آماره U محاسبه شد، بعد از محاسبه مقدار آماره U، بزرگ ترین مقدار U از نظر قدر مطلق را در نظر گرفته و مقدار عددی U متناظر با آن، به نقطه مورد نظر اختصاص داده شد. اگر هیستوگرام مقادیر U برای عناصر رسم شود، در این صورت یک مینیمم در نقطه صفر دیده می شود و این همان مرزی است که از محدوده زمینه خارج شده و به منطقه آنومال نزدیک می شود و درواقع مرز تقریبی ناحیه

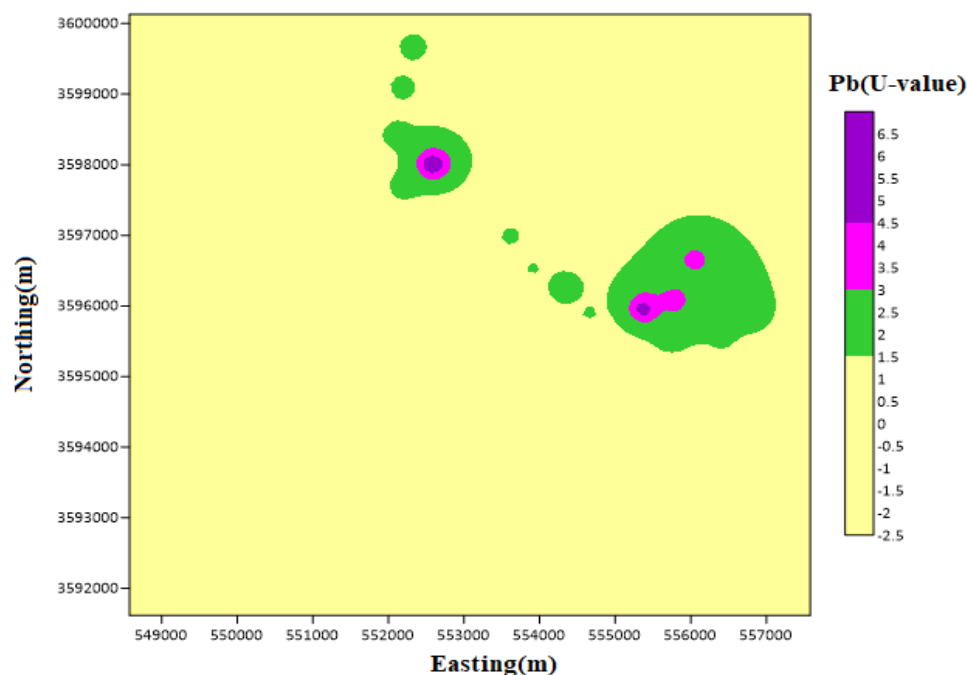
آنومالی و زمینه را نشان می دهد (شکل ۱۰-ب). هیستوگرام مقادیر خام عنصر Pb و همچنین مقادیر U بهینه به دست آمده برای داده های این عنصر به ترتیب در شکل های (۱۰-الف) و (۱۰-ب) آورده شده است. از نمودار شکل (۱۰-الف) دریافت می شود که توزیع داده های خام عنصر سرب از نرمال پیروی نکرده و به صورت لاگ نرمال است. قبل از نقطه صفر شکل (۱۰-ب) که مرز تقریبی آنومالی از زمینه شناخته شد، یک ماکزیمم و بعد از آن سه ماکزیمم در توزیع فراوانی داده های U دیده می شود که نشان می دهد داده ها چهار مدی هستند. این توزیع نشان می دهد بیش از سه جامعه آلودگی در منطقه وجود دارد که اولین جامعه مربوط به جامعه زمینه و به دنبال آن فازهای مرتبط با پتانسیل آلودگی می باشند. در این شکل، چهار جامعه شناخته شد. مقادیر برای جداسازی این جوامع استفاده شد. مقدار میانگین داده های U و نیز مقدار انحراف معیار داده ها است. بنابراین محدوده جوامع را می توان با قرار دادن $n=1,2,3$ جدا کرد. همان طور که دیده می شود فراوانی داده ها در جوامع پایین تر به طرف جوامع بالاتر کاهش می یابد. مرز جوامع در این مرحله تعیین شد و نقشه نهایی تهیه گردید.



شکل ۱۰: توزیع فراوانی مقادیر خام (الف) و مقادیر U (ب) برای ۱۳۷ نمونه عنصر سرب

جوامع بالاتر به درستی غلظت عناصر را در محدوده استخراجی و محل سد باطله تعیین می‌کند، اما جامعه‌ای میانی که غلظت این عناصر را در محدوده زمین‌های کشاورزی و مسکونی نشان می‌دهد، دارای گستردگی هاله کمتری نسبت به روش‌های دیگر را نشان می‌دهد. در این روش می‌توان مناطقی با شاخص آلودگی بالا را با اطمینان بیشتری به دست آورد. نقشه نهایی نشان می‌دهد که میزان آلودگی ارتباط مستقیمی با فاصله از سایت‌های استخراجی دارد.

نقشه ژئوشیمیایی مناطق آنومال آلوده در شکل ۱۱ نشان داده شده است. این نقشه از طریق مدل‌سازی داده‌های خام غلظت Pb با روش آمار فضایی U به دست آمده است. برای ارائه این نقشه، از تکنیک درون‌یابی کریجینگ شاخص، با اندازه پیکسل شبکه مناسب برای ارائه یک نقشه کنتوری با مقادیر U استفاده شده است. در این نقشه، چهار جامعه مختلف برای متغیرهای Pb به وضوح تعریف شده است. رنگ‌های بنفش و صورتی جوامع بالاتر، رنگ سبز جامعه میانی و رنگ کرم جامعه زمینه هستند.



شکل ۱۱: نقشه ژئوشیمی عنصر سرب در خاک منطقه مورد مطالعه با روش آماره فضایی U

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله جهت تعیین مناطق آلوده حاصل از عنصر سرب در اطراف محدوده معدن کاری سرب و روی ایرانکوه روش‌های مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت، طیف توان-مساحت و آماره فضایی U بر روی عنصر سرب انجام گرفت و نتایج زیر حاصل شد:

الف- نتایج مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت نشان داد که گستردگی آلودگی در منطقه تا مناطق کشاورزی و مسکونی هرچند با غلظت اندک وجود دارد. هاله‌های پراکندگی آلودگی زیست‌محیطی به‌دست‌آمده از این روش برای عنصر سرب با منابع آلودگی در منطقه مطابقت دارد. نتایج این روش نشان داد که منبع آلودگی از محدوده معدن سرچشمه گرفته و در محدوده زمین اطراف گسترش می‌یابد و از آنجا نیز به محدوده‌های کشاورزی و مسکونی با غلظت کمتر سرایت می‌کند. این روش توانست دو الگوی مقادیر آنومال آلودگی و زمینه را برای داده‌های تخمینی عنصر سرب با اطمینان بیشتری تخمین بزند. این دو الگو شامل مقادیر بالا در اطراف فعالیت‌های معدنی و مقادیر متوسط تا پایین مربوط به الگوی زمینه در جنوب غرب منطقه مورد مطالعه است.

ب- در روش فرکتالی طیف توان-مساحت، ۴ جامعه فرکتالی برای عنصر سرب تشخیص داده شد که کلاس مربوط به فرکانس‌های متوسط تا پایین بهتر از ۳ کلاس دیگر توانست محل‌های آلودگی را تعیین نماید. مدل فرکتالی نشان داد کلاس ۴ مربوط به فرکانس‌های بالا بود و نویزهای ژئوشیمی را تشکیل می‌دهد و هیچ نقطه‌ای را به‌عنوان آلودگی نشان نمی‌دهد. فرکانس‌های پایین نیز آنومالی‌های محلی را به‌خوبی نشان نمی‌دهند.

ج- روش آماره فضایی U جوامع بالاتر را به‌درستی در محدوده استخراجی و محل سد باطله تعیین می‌کند، اما جامعه میانی که غلظت این عناصر را در محدوده زمین‌های کشاورزی و مسکونی نشان می‌دهد، دارای گستردگی هاله کمتری نسبت به روش‌های دیگر است. به نظر می‌رسد با این روش می‌توان مناطق با شاخص آلودگی بالا را تخمین زد، چراکه گستردگی هاله‌های کمتری را از خود نشان داده و توزیع ژئوشیمیایی عنصر سرب با داده‌های میدانی تطابق خوبی نشان نمی‌دهد.

د: مشاهدات میدانی نشان داده است که باد یکی از عوامل مهم در پخش مواد از سد باطله به سمت غرب است. بنابراین، تثبیت ذرات سطحی در سد یکی از اولویت‌ها در منطقه است. علاوه بر این بررسی راه‌حلی جهت جلوگیری از تولید آلودگی در عملیات معدنی و مطالعه آثار مخرب فلزات سمی بر خاک، گیاهان و آب‌های اطراف در مطالعات آینده ضروری است.

مراجع

- [1] Vareda, João P., Artur JM Valente, and Luisa Durães. "Assessment of heavy metal pollution from anthropogenic activities and remediation strategies: A review." *Journal of environmental management* 246 (2019): 101-118.
- [2] Morton-Bermea, O., E. Hernández-Álvarez, G. González-Hernández, F. Romero, R. Lozano, and L. E. Beramendi-Orosco. "Assessment of heavy metal pollution in urban topsoils from the metropolitan area of Mexico City." *Journal of Geochemical Exploration* 101, no. 3 (2009): 218-224.
- [3] Rezaei, Ali, Hossein Hassani, Seyedeh BelgheysFard Mousavi, Sara Hassani, and Nima Jabbari. "Assessment of heavy metals contamination in surface soils in Meiduk copper mine area, SE Iran." *J. Earth Sci-Malays.(ESMY)* 3, no. 1 (2019): 2-8.
- [4] Borojerdnia, Afsaneh, Maryam Mohamadi Rozbahani, AhadNazarpour, NavidGhanavati, and KhoshnazPayandeh. "Application of exploratory and Spatial Data Analysis (SDA), singularity matrix analysis, and fractal models to delineate background of potentially toxic elements: A case study of Ahvaz, SW Iran." *Science of The Total Environment* 740 (2020): 140103.
- [5] Rezaei, S., Ranjineh Khojasteh, E. and Faridazad, M., 2020. Improving geostatistical predictions of two environmental variables using Bayesian maximum entropy in the Sungun mining site. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 34(11), pp.1775-1794.
- [6] Hosseini, S.Z., Kappas, M., Bodaghabadi, M.B., Chahouki, M.A.Z. and Khojasteh, E.R., 2014. Comparison of different geostatistical methods for soil mapping using remote sensing and environmental variables in Poshtkouh rangelands, Iran. *Polish Journal of Environmental Studies*, 23(3), pp.737-751.
- [7] Cheng, Qiuming, F. P. Agterberg, and G. F. Bonham-Carter. "A spatial analysis method for geochemical anomaly separation." *Journal of Geochemical exploration* 56, no. 3 (1996): 183-195.
- [8] Afzal, Peyman, Ahmad Khakzad, Parviz Moarefvand, N. Rashidnejad Omran, Bijan Esfandiari, and Younes Fadakar Alghalandis. "Geochemical anomaly separation by multifractal modeling in Kahang (GorGor) porphyry system, Central Iran." *Journal of Geochemical Exploration* 104, no. 1-2 (2010): 34-46.
- [9] Shahi, H., R. Ghavami Riabi, A. Kamkar Ruhani, and H. AsadiHaroni. "Prediction of mineral

- [21] Pourgholam, Mohammad Mahdi, Peyman Afzal, Amir Bijan Yasrebi, Mehran Gholinejad, and Andrew Wetherelt. "Detection of geochemical anomalies using a fractal-wavelet model in Ipack area, Central Iran." *Journal of Geochemical Exploration* 220 (2021): 106675.
- [22] Cheng, Qiuming, F. P. Agterberg, and S. B. Ballantyne. "The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods." *Journal of Geochemical exploration* 51, no. 2 (1994): 109-130.
- [23] Cheng, Qiuming, Yaguang Xu, and Eric Grunsky. "Integrated spatial and spectrum method for geochemical anomaly separation." *Natural Resources Research* 9, no. 1 (2000): 43-52.
- [24] Mahdiyanfar, H. "Detection of Mo geochemical anomaly in depth using a new scenario based on spectrum-area fractal analysis." *Journal of Mining and Environment* 10, no. 3 (2019): 695-704.
- [25] Rastad E. "Geological, mineralogical and ore facies investigation of the Lower Cretaceous stratabound Zn-Pb-Ba-Cu deposits of the Irankuh Mountain Range, Isfahan, west-central Iran." [PhD thesis] Heidelberg University; (1981).
- [26] Ghazban, Fereydoun, Robert H. McNutt, and Henry P. Schwarcz. "Genesis of sediment-hosted Zn-Pb-Ba deposits in the Irankuh district, Esfahan area, west-central Iran." *Economic Geology* 89, no. 6 (1994): 1262-1278.
- [27] Solhi, Mahmoud, Hossain Shareatmadari, and Mohammad A. Hajabbasi. "Lead and zinc extraction potential of two common crop plants, *Helianthus annuus* and *Brassica napus*." *Water, Air, and Soil Pollution* 167, no. 1 (2005): 59-71.
- [28] Karimpour, Mohammad Hassan, and MartiyaSadeghi. "Dehydration of hot oceanic slab at depth 30–50 km: KEY to formation of Irankuh-EmaratPbZn MVT belt, Central Iran." *Journal of Geochemical Exploration* 194 (2018): 88-103.
- [29] Hosseini-Dinani, Hengameh, Alijan Aftabi, Abbas Esmaeili, and Mahdi Rabbani. "Composite soil-geochemical halos delineating carbonate-hosted zinc-lead-barium mineralization in the Irankuh district, Isfahan, west-central Iran." *Journal of Geochemical Exploration* 156 (2015): 114-130.
- [30] Bølviken, Bjorn, P. R. Stokke, J. Feder, and T. Jössang. "The fractal nature of geochemical landscapes." *Journal of Geochemical exploration* 43, no. 2 (1992): 91-109.
- [31] Seyedrahimi-Niaraq, Mir Mehdi, Reza Ghavami Riabi, Reza Khalukakaei, Mohammadreza Hezareh, and RaminHendi. "Comparison results of gold mineralization geochemical data modeling from probability and concentration-area fractal plots in separation of subpopulations." *Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering* 1, no. 2 (2012): 24-31. (In Persian)
- [32] Shahi, Hossein, Reza Ghavami, and Abolghasem Kamkar Rouhani. "Comparison of mineralization pattern of geochemical data in spatial and position-scale domain using new DWT-PCA deposit model and identification of mineralization trend in depth using frequency domain of surface geochemical data in Dalli Cu-Au porphyry deposit." *Journal of Mining and Environment* 6, no. 2 (2015): 225-236.
- [10] Shahi, Hossein, Reza Ghavami, and AbolghasemKamkar Rouhani. "Detection of deep and blind mineral deposits using new proposed frequency coefficients method in frequency domain of geochemical data." *Journal of Geochemical Exploration* 162 (2016): 29-39.
- [11] Yousefi, Mahyar, and Emmanuel John M. Carranza. "Prediction-area (P-A) plot and C-A fractal analysis to classify and evaluate evidential maps for mineral prospectivity modeling." *Computers & Geosciences* 79 (2015): 69-81.
- [12] Geranian, Hamid, Ahmad Reza Mokhtari, and David R. Cohen. "A comparison of fractal methods and probability plots in identifying and mapping soil metal contamination near an active mining area, Iran." *Science of the Total Environment* 463 (2013): 845-854.
- [13] Mokhtari, A.R., Rodsari, P.R., Cohen, D.R., Emami, A., Bafghi, A.A.D. and Ghegeni, Z.K., 2015. Metal speciation in agricultural soils adjacent to the Irankuh Pb-Zn mining area, central Iran. *Journal of African Earth Sciences*, 101, pp.186-193.
- [14] Seyedrahimi-Niaraq, Mirmahdi, Hossein Mahdiyanfar, and Ahmad Reza Mokhtari. "Integrating principal component analysis and U-statistics for mapping polluted areas in mining districts." *Journal of Geochemical Exploration* 234 (2022): 106924.
- [15] Seyedrahimi-Niaraq, Mirmahdi, and Amin Hekmatnejad. "The efficiency and accuracy of probability diagram, spatial statistic and fractal methods in the identification of shear zone gold mineralization: a case study of the Saqqez gold ore district, NW Iran." *ActaGeochimica* 40, no. 1 (2021): 78-88.
- [16] Parsa, Mohammad, Abbas Maghsoudi, Emmanuel John M. Carranza, and MahyarYousefi. "Enhancement and mapping of weak multivariate stream sediment geochemical anomalies in Ahar Area, NW Iran." *Natural Resources Research* 26, no. 4 (2017): 443-455.
- [17] Ghavami-Riabi, R., M. M. Seyedrahimi-Niaraq, R. Khalokakaie, and M. R. Hazareh. "U-spatial statistic data modeled on a probability diagram for investigation of mineralization phases and exploration of shear zone gold deposits." *Journal of Geochemical exploration* 104, no. 1-2 (2010): 27-33.
- [18] Wang, Jian, and Renguang Zuo. "An extended local gap statistic for identifying geochemical anomalies." *Journal of Geochemical Exploration* 164 (2016): 86-93.
- [19] Zuo, Renguang, and Jian Wang. "Fractal/multifractal modeling of geochemical data: A review." *Journal of Geochemical Exploration* 164 (2016): 33-41.
- [20] Mahdiyanfar, Hossein. "A Critique on Power Spectrum-Area Fractal Method for Geochemical Anomaly Mapping." *Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering* 10, no. 25 (2020): 33-41.

- [36] Gonzalez, R.C, Woods, R.E "Digital image processing" Prentice-Hall, Upper Saddle River, N, (2002), 793pp.
- [37] Cheng, Qiuming. "A new model for quantifying anisotropic scale invariance and for decomposition of mixing patterns." Mathematical Geology 36, no. 3 (2004): 345-360.
- [38] Cheng, Qiuming. "Mapping singularities with stream sediment geochemical data for prediction of undiscovered mineral deposits in Gejiu, Yunnan Province, China." Ore Geology Reviews 32, no. 1-2 (2007): 314-324.
- [39] Zuo, Renguang, Qiuming Cheng, and Qinglin Xia. "Application of fractal models to characterization of vertical distribution of geochemical element concentration." Journal of Geochemical Exploration 102, no. 1 (2009): 37-43.
- approach." Journal of the Geological Society of India 88, no. 2 (2016): 235-244.
- [33] Shahi, Hossein, Reza Ghavami, Abolghasem Kamkar Rouhani, Amin Roshandel Kahoo, and Hooshang Asadi Haroni. "Application of Fourier and wavelet approaches for identification of geochemical anomalies." Journal of African Earth Sciences 106 (2015): 118-128.
- [34] Mahdianfar, Hossein. "Prediction of economic potential of deep blind mineralization by Fourier transform of a geochemical dataset." PERIODICO DI MINERALOGIA 90, no. 1 (2021): 123-136.
- [35] Dobrin, M. B., and Savit, C. H. "Geophysical prospecting" : McGraw-Hill Book Co., New York, (1988) pp 867.

¹ Generalized scale invariance

² degree of overall contraction