



(مقاله پژوهشی)

حل تحلیلی انتشار امواج انفجار در سنگ با استفاده از تئوری الاستودینامیک

میثم لک^{۱*}، محمد فاتحی مرجی^۱، علیرضا یاراحمدی بافقی^۱، ابوالفضل عبدالهی پور^۲، مهدی پورقاسمی ساغند^۱

۱- دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، تهران، ایران

(دریافت: آبان ۱۴۰۰، پذیرش: بهمن ۱۴۰۱)

چکیده

عملیات انفجار در سنگ کاربردهای مختلفی در موارد گوناگون دارد. بیشترین کاربرد این عملیات در خردایش سنگ در معادن بوده که برای استخراج ماده معدنی انجام می شود. حفاری کانال، ترانشه، تونل و شبروانی های سنگی نیز از دیگر کاربردهای عملیات انفجار در سنگ است. پدیده های دینامیکی مانند زلزله و انفجار در سنگ عوامل انتشار امواج دینامیکی تنشی در سنگ هستند. از این رو انتشار امواج و مطالعه چگونگی انتشار آنها از اهمیت بالایی در شناخت اثرات بعدی پدیده های دینامیکی در سنگ برخوردار هستند. به منظور حل چنین مسئله ای می توان از روش های مختلفی استفاده کرد، ولی در میان این روش ها حل تحلیلی مسئله از نظر دقت نسبت به سایر روش ها برتری دارد. در مطالعه حاضر یک تابع گرین الاستودینامیک دوبعدی برای حل مسئله انتشار امواج انفجار در سنگ توسعه داده شده است. ابتدا از معادلات حرکت و انفجار به عنوان معادلات حاکم استفاده شده و در نهایت تابع گرین مربوطه برحسب جابجایی به دست آمده است. همچنین میدان سرعت ذره ای بر اساس تابع حاصله توسعه داده شده اند. بر همین اساس یک چال انفجاری در یک محیط الاستیک همگن همسانگرد ایزوتروپ بی نهایت سنگی مورد تحلیل قرار گرفته و نتایج حاصل از آن ارائه شده است. سپس به منظور بررسی صحت نتایج حاصل از روند تحلیلی ارائه شده، یک مسئله واقعی با استفاده از راه حل پیشنهادی مدل سازی و حل شده است. مسئله مورد نظر پیش از این توسط محقق دیگری به صورت تجربی و با استفاده از یک روش عددی حل شده است. نتایج این تحقیق در قالب حداکثر سرعت ذره ای در هر دو روش عددی و داده های برداشت شده از یک انفجار واقعی با یکدیگر مقایسه شده اند. در نهایت نتایج حاصل از پژوهش حاضر با نتایج مطالعه مذکور و در قالب همان حداکثر سرعت ذره ای مقایسه شده است. این مقایسه نشان داده است که حداکثر سرعت ذره ای حاصل شده از روش پژوهش حاضر تطابق خوبی با واقعیت دارد.

کلمات کلیدی

انفجار، تابع گرین، حل تحلیلی، انتشار موج، دینامیک سنگ

*عهده دار مکاتبات: meysam_lak@yahoo.com

DOI: [10.22034/ANM.2023.17540.1527](https://doi.org/10.22034/ANM.2023.17540.1527)

۱- مقدمه

پدیده‌های دینامیکی مانند زلزله و انفجار عوامل انتشار امواج تنشی در محیط پیرامون خود هستند. یک انفجار در مدت‌زمان بسیار کوتاهی (در حدود میلی‌ثانیه) میزان انرژی بسیار زیادی را به محیط اطراف خود وارد می‌کند. از طرفی از انفجار در سنگ اهداف زیادی از جمله خردایش سنگ در معادن، حفاری کانال، ترانشه و تونل در سنگ دنبال می‌شود؛ بنابراین شناخت نحوه انفجار و انتشار امواج حاصل از آن می‌تواند اثرات مثبت زیادی در بهینه کردن و هدفمندسازی این عملیات داشته باشد [۱].

مطالعه انتشار موج در سنگ مسئله‌ای مرسوم بوده که تاکنون نیز موردعلاقه محققین زیادی قرار گرفته است. روش عددی یکی از روش‌های مرسوم در چنین مطالعاتی است. البته تحقیقات صورت گرفته در این زمینه و با استفاده از روش‌های عددی با اهداف مختلف و با روش‌های متفاوتی صورت پذیرفته است. به‌عنوان مثال روش عددی آنالیز تغییر شکل ناپیوسته یکی از روش‌هایی است که توسط گنگ و همکاران، ۲۰۱۷ [۱] با استفاده از آن انتشار امواج P را در توده سنگ مدل‌سازی کرده است. روش عددی تفاضل محدود یکی از روش‌هایی است که پیش‌ازاین جهت مدل‌سازی دینامیکی در چال‌های انفجاری [۲] و حتی مخازن هیدروکربنی [۳] مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر این، انتشار امواج الاستیک در سنگ درزه‌دار با استفاده از روش المان مرزی پیش‌ازاین مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج آن با روش‌های تحلیلی مقایسه شده است [۴]. روش المان مجزا نیز از دیگر روش‌هایی است که برای مدل‌سازی انتشار امواج و اثرات آن بر محیط به‌خصوص توده سنگ درزه‌دار مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این روش پیش‌ازاین در مدل‌سازی انتشار امواج حاصل از زلزله [۵] و انفجار [۶-۸] در توده سنگ درزه‌دار استفاده شده است. همچنین روش المان محدود در نوعی خاص بر اساس روش گالرکین به‌منظور مطالعه انتشار امواج الاستیک در سنگ در مطالعات پیشین توسعه داده شده است [۹]. علاوه بر روش‌های عددی که مطالعات گسترده‌ای را شامل می‌شوند، از روش‌های تجربی و آزمایشگاهی نیز برای مطالعه انتشار موج در سنگ استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال لی و همکاران، ۲۰۱۹ [۱۰] در مطالعه‌ای انتشار امواج تنشی و رفتار دینامیکی نوعی سنگ خاص را با انجام

تست‌های آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار داده‌اند. روش‌های تحلیلی از جمله روش‌های دقیقی هستند که برای مطالعه انتشار موج در سنگ استفاده می‌شوند. این روش‌ها به خاطر دقت بالایی که دارند می‌توانند نتایج خوبی از مسئله ارائه دهند. در همین حیطه یک مطالعه به‌منظور بررسی اثر گسل بر انتشار امواج در سنگ به روش تحلیلی انجام شده است [۱۱]. مطالعاتی که از کلیه روش‌های عددی، تجربی و تحلیلی در زمینه انتشار امواج مختلف در سنگ استفاده کرده‌اند نتایج مطلوبی را در بر داشته‌اند. ولی گروهی از محققین برای انجام مطالعات خود از تلفیق روش‌های مذکور استفاده کرده و نتایج یکی را با دیگری مقایسه و یا اعتبارسنجی نموده‌اند. از جمله این روش‌ها می‌توان به استفاده از روش تحلیلی و عددی در بررسی انتشار امواج حاصل از انفجار در سنگ اشاره کرد [۱۲-۱۴]. همچنین مطالعاتی نیز در زمینه انتشار امواج ویسکوالاستیک در سنگ با استفاده از تلفیقی از روش‌های تجربی و عددی انجام شده‌اند [۱۵]. برخی از مطالعات پیشین در این زمینه علاوه بر انتشار امواج در سنگ، اثرات این انتشار را نیز مورد مطالعه قرار داده‌اند. مهم‌ترین تأثیری که انتشار امواج بر محیط سنگی اطراف خود دارد، ایجاد و انتشار درزه و ترک است که پیش‌ازاین جنبه‌هایی از آن مورد بررسی برخی از محققین قرار گرفته است [۱۶ و ۱۷].

مطالعه انتشار امواج الاستیک در سنگ با استفاده از تئوری‌های الاستودینامیک، پیش‌ازاین توسط محققین مختلفی انجام شده است. برای چنین مطالعه‌ای توسعه یک راه‌حل تحلیلی که نهایتاً به یک تابع گرین الاستودینامیک ختم می‌شود از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. یافتن تابع گرین مناسب برای مسائل الاستودینامیک مختلف توسط عده‌ای از محققین مورد توجه قرار گرفته است [۱۸-۲۲]. علاوه بر این توسعه تابع گرین الاستودینامیک در محیط‌های ناهمسانگرد نیز از جمله مسائلی است که در این زمینه به‌خصوص در محیط‌های سنگی مورد توجه مطالعات زیادی قرار گرفته است [۲۳-۲۹]. گذشته از این، یافتن تابع گرین مناسب در مسائل مربوط به زلزله نیز کاربرد داشته و پیش‌ازاین مورد مطالعه قرار گرفته است [۳۰]. توابع گرین علاوه بر حل مسائل دوبعدی می‌توانند با توسعه‌ای مناسب در موارد سه‌بعدی نیز کاربردهای مناسبی داشته باشند [۳۱ و ۳۲]. در این مطالعه، یک مدل‌سازی دوبعدی دینامیکی از فرآیند انفجار در سنگ بر اساس

۳- توسعه تابع گرین مسئله موردنظر

انفجار مسئله‌ای است که طی آن در مدت زمانی بسیار کوتاه (در حد میلی ثانیه) میزان انرژی بسیار زیادی به محیط اطراف وارد می‌شود. جهت توسعه یک تابع گرین مناسب برای مسئله می‌بایست ابتدا معادلات حاکم مسئله تعریف شوند تا حل تحلیلی از آن‌ها شروع شود. در این مطالعه از آنجاکه اساس بارگذاری دینامیکی بر پایه انفجار است، ابتدا معادلات انفجار به عنوان بخشی از معادلات حاکم مسئله تعریف می‌شوند. فشار انفجار به عنوان یکی از مهم‌ترین پارامترها بوده است که توسط جیمینو و همکاران، ۱۹۹۵ [۳۴] به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود.

$$PD = 432 \times 10^{-6} \times \rho_e \times \frac{VOD^2}{1 + (0.8\rho_e)} \quad (1)$$

در اینجا PD فشار انفجار برحسب مگاپاسکال، ρ_e چگالی ماده منفجره برحسب g/cm^3 و VOD سرعت انفجار ماده منفجره برحسب m/s هستند. علاوه بر این، به دلیل وابستگی روش حل مسئله به زمان، تغییرات فشار انفجار برحسب زمان ($P(t)$) نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بر اساس راه حل شارپ^۱ می‌توان فشار انفجار را برحسب زمان به صورت رابطه (۲) در نظر گرفت [۳۵].

$$P = MP_0 (\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)) \quad (1)$$

در این رابطه P_0 مقدار ماکزیمم فشار دیواره چال و متغیر M فاکتور مربوط به نرمال کردن ماکزیمم فشار است [۳۶]. مقدار متغیر M در این مطالعه ۴ در نظر گرفته شده است. پارامترهای α و β ضرایب میرایی وابسته به فرکانس هستند که مقادیر آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\alpha = \omega / 4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\beta = \omega / 2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\sqrt{2}c_p}{3a} \quad (4)$$

در روابط بالا C_p سرعت موج P و a شعاع چال انفجاری است. بر اساس رابطه‌های (۱) تا (۵) فرم موج انفجار در این مطالعه به صورت شکل ۱ می‌شود.

تئوری‌های الاستودینامیک و انفجار انجام شده است. ابتدا تابع گرین مناسب برای مسئله موردنظر بر اساس جابجایی توسعه داده شده است. سپس میدان‌های سرعت ذره‌ای مربوطه با استفاده از تابع به دست آمده محاسبه و ارائه شده است. در نهایت به منظور اعتبارسنجی معادلات ارائه شده، یک مسئله واقعی به روش تحلیلی حل شده است و نتایج آن با اندازه‌گیری‌های واقعی و روش‌های عددی دیگر مورد مقایسه قرار گرفته است. این مقایسه صحت و درستی نتایج به دست آمده از روش توسعه داده شده در این مطالعه را نشان می‌دهد.

۲- طرح مسئله

پدیده انفجار در سنگ را می‌توان به دو بخش انتشار موج انفجار و فشار گاز تقسیم نمود. در مرحله اول تنها امواج حاصل از انفجار منتشر شده و اثرات خود را بر محیط سنگی اطراف می‌گذارد. پس از مدت زمان بسیار کمی، گاز متصاعد شده که فشار بالایی را بر محیط اطراف خود وارد می‌کند. در این مطالعه مرحله انتشار امواج تنشی حاصل از انفجار و اثرات آن بر محیط سنگی اطراف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مسئله‌ای با هندسه ساده یک چال انفجاری در محیط سنگی بی‌نهایت در نظر گرفته شده است. محیط سنگی در این مطالعه به صورت الاستیک، همگن و همسانگرد فرض شده که مورد انتشار امواج الاستیک قرار می‌گیرد. خصوصیات مکانیکی محیط سنگی و مشخصات انفجار در اینجا به صورت جدول ۱ در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، مسئله به گونه‌ای حل شده است که هر دو موج P و S بتوانند در محیط منتشر شده و همچنین مانند آنچه در واقعیت مشاهده می‌شود، بخشی از این امواج در محیط میرا می‌شوند. فرض دیگر حل این است که هیچ‌گونه موج بازگشتی و انعکاس امواج در محیط مسئله رخ نخواهد داد.

جدول ۱: مشخصات مکانیکی محیط سنگی و انفجار [۳۳]

مقدار	مشخصات
۲۶۷۰	چگالی سنگ (kg/m^3)
۷۵٫۳	مدول الاستیک (GPa)
۰٫۲۶	ضریب پواسون
۰٫۵۵	ضریب میرایی (2η)
۱٫۲۳	چگالی ماده منفجره (g/cm^3)
۵۳۰۰	سرعت انفجار ماده منفجره (m/s)

$$O^s g = \nabla^2 g - \nabla(\nabla \cdot g) = -\nabla \times \nabla \times g \quad (11)$$

حال بر اساس این عملگرها می‌توان رابطه (۶) را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\rho c_p^2 O^p u + \rho c_s^2 O^s u + f = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (12)$$

در اینجا C_p و C_s به ترتیب سرعت امواج P و S هستند. حال اگر از تجزیه هلمهلتز برای متغیر میدانی u در رابطه (۱۲) استفاده شود، u به دو تابع Q_p و Q_s تجزیه می‌شود. در این صورت رابطه حرکت ناویر را می‌توان به صورت رابطه (۱۳) بازنویسی کرد.

$$\rho O^p \left(c_p^2 \nabla^2 Q^p - \frac{\partial^2 Q^p}{\partial t^2} \right) + \rho O^s \left(c_s^2 \nabla^2 Q^s - \frac{\partial^2 Q^s}{\partial t^2} \right) + f = 0 \quad (13)$$

در این مطالعه از یک نیروی نقطه‌ای به عنوان نیروی داخلی مسئله انفجار استفاده می‌شود. بر همین اساس از معادله پواسون^۴ به فرم تابع دلتای دیراک^۵ و حل عمومی آن طبق تئوری هلمهلتز بهره گرفته شده است؛ بنابراین نیروی داخلی f_i در رابطه (۶) که در نقطه $x = \zeta$ وارد می‌شود را می‌توان به صورت رابطه (۱۴) نوشت.

$$f_i = F(t) \delta(x - \zeta) = -\nabla^2 \left(\frac{F(t)}{4\pi r} \right) = -(O^p + O^s) \left(\frac{F(t)}{4\pi r} \right) \quad (14)$$

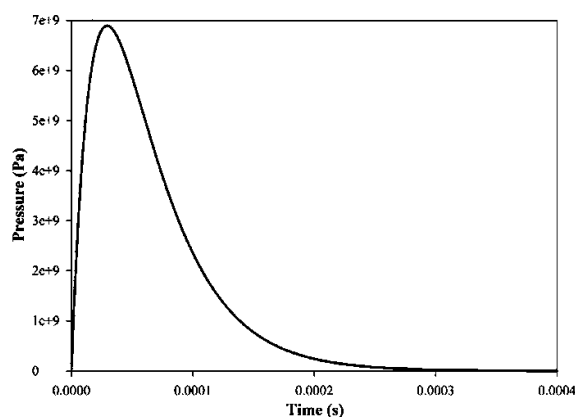
در این رابطه $\delta(x - \zeta)$ دلتای دیراک و $r = |x - \zeta|$ فاصله از نقطه اعمال نیرو است. با توجه به نحوه اعمال نیرو، رابطه (۱۳) با شرایط زیر ارضا می‌شود:

$$c_p^2 \nabla^2 Q^p - \frac{\partial^2 Q^p}{\partial t^2} = \frac{F(t)}{4\pi r} \quad (15)$$

$$c_s^2 \nabla^2 Q^s - \frac{\partial^2 Q^s}{\partial t^2} = \frac{F(t)}{4\pi r} \quad (16)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، روابط بالا به ترتیب معادلات امواج P و S هستند. اکنون حل را باید برای معادلات موج ادامه دهیم که با تعریف $\ddot{P}(t) = F(t)$ روابط موج به صورت زیر در می‌آیند.

$$c_p^2 \nabla^2 Q^p - \frac{\partial^2 Q^p}{\partial t^2} = \frac{\ddot{P}(t)}{4\pi r} \quad (17)$$



شکل ۱: شکل موج وارده بر محیط بر اثر انفجار

در مطالعه حاضر علاوه بر روابط انفجار، معادلات اساسی حرکت نیز به عنوان معادلات حاکم مسئله معرفی و استفاده شده‌اند. در اینجا معادلات حرکت بر اساس جابجایی و در فرم معادلات حرکت ناویر^۲ مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱۶ و ۳۵].

$$(\lambda' + \mu) \nabla(\nabla \cdot u) + \mu \nabla^2 u + f = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

در این رابطه u معرف مکان، f نیروی درونی سیستم و λ' بر اساس شرایط تنش صفحه‌ای و یا کرنش صفحه‌ای به صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود.

$$\lambda' = \begin{cases} \lambda & \text{plane strain conditions} \\ 2\lambda\mu / (\lambda + 2\mu) & \text{plane stress conditions} \end{cases} \quad (7)$$

در رابطه بالا λ ضریب لامه و μ مدول برشی است که با استفاده از رابطه‌های (۸) و (۹) بر اساس مدول الاستیک (E) و ضریب پواسون (ν) محاسبه می‌شوند.

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (8)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (9)$$

پس از تعریف رابطه‌های حاکم بر مسئله، باید بر اساس همین رابطه‌ها شرایط مسئله را ارضا کرده و رابطه‌های مربوط به مسئله توسعه داده شوند. بر اساس تئوری هلمهلتز^۳ هر میدان برداری را می‌توان به دو تابع پتانسیل اسکالر و برداری جدا کرد. از این رو عملگرهای زیر را می‌توان تعریف کرد.

$$O^p g = \nabla(\nabla \cdot g) \quad (10)$$

گرین مناسب برای مسئله انفجار به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$G_j(x, t) = u_j(x, t) = \frac{3\gamma_j\gamma_k - \delta_{jk}}{4\pi\rho r^3} \times [P_0\xi \exp(-\alpha t) \left(\frac{r\alpha - c_s}{\alpha^2 c_s} \exp\left(\alpha \left(\frac{r}{c_s}\right)\right) - \frac{r\alpha - c_p}{\alpha^2 c_p} \exp\left(\alpha \left(\frac{r}{c_p}\right)\right) - P_0\xi \exp(-\beta t) \left(\frac{r\beta - c_s}{\beta^2 c_s} \exp\left(\beta \left(\frac{r}{c_s}\right)\right) - \frac{r\beta - c_p}{\beta^2 c_p} \exp\left(\beta \left(\frac{r}{c_p}\right)\right) \right)] + \frac{\gamma_j\gamma_k}{4\pi\rho c_p^2 r} P_0\xi \left[\exp\left(-\alpha \left(t - \frac{r}{c_p}\right)\right) - \exp\left(-\beta \left(t - \frac{r}{c_p}\right)\right) \right] + \frac{\delta_{jk} - \gamma_j\gamma_k}{4\pi\rho c_s^2 r} P_0\xi \left[\exp\left(-\alpha \left(t - \frac{r}{c_s}\right)\right) - \exp\left(-\beta \left(t - \frac{r}{c_s}\right)\right) \right] \quad (21)$$

رابطه (۲۱) تابع گرین الاستودینامیک برای مسئله انفجار در سنگ برحسب جابجایی در مکان x ، زمان t و راستای j را نشان می‌دهد.

یکی از پارامترهای مهم در مسائل دینامیکی، سرعت است. در مورد انتشار امواج در سنگ، سرعت ذره‌ای یک پارامتر مهم و تعیین‌کننده است. پس از به دست آوردن تابع گرین موردنظر برحسب جابجایی، می‌توان این تابع گرین را برحسب سرعت ذره‌ای نیز محاسبه نمود. فقط کافی است از رابطه (۲۱) نسبت به زمان انتگرال‌گیری نمود. در این صورت و پس از اندکی عملیات جبری تابع گرین موردنظر برای سرعت نیز به صورت رابطه (۲۲) حاصل می‌شود.

$$c_s^2 \nabla^2 Q^s - \frac{\partial^2 Q^s}{\partial t^2} = \frac{\ddot{P}(t)}{4\pi\rho r} \quad (18)$$

اگر رابطه‌های بالا را برای حالت تقارن کروی در نظر بگیریم، این رابطه‌های حاکم دارای یک راه‌حل عمومی به صورت زیر هستند.

$$rQ = -\frac{P(t)}{4\pi\rho} + R_1\left(t - \frac{r}{c}\right) + R_2\left(t + \frac{r}{c}\right) \quad (19)$$

جمله اول در رابطه (۱۹) حل اختصاصی و دو جمله بعدی حل عمومی معادله موج می‌باشند. هر یک از جمله‌های R_1 و R_2 توابعی هستند که به ترتیب معادلات موج پیشرو^۶ و بازگشتی^۷ را ارضا می‌کنند. در این مطالعه فقط موج پیشرو در نظر گرفته شده‌اند و فرض بر این است که هیچ‌گونه موج بازگشتی در محیط انتشار نمی‌یابد؛ بنابراین $R_2=0$. همچنین به منظور جلوگیری از ایجاد تکینگی در معادله هنگامی که $r \rightarrow 0$ می‌توان R_1 را به صورت $R_1 = P(t)/4\pi\rho$ در نظر گرفت. پس از در نظر گرفتن این موارد می‌توان رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) را برای Q_p و Q_s حل نمود. درنهایت با جایگذاری حل موردنظر در معادله اصلی حرکت و بازنویسی آن بر اساس جابجایی، تابع گرین برای شرایط الاستودینامیک حاصل می‌شود.

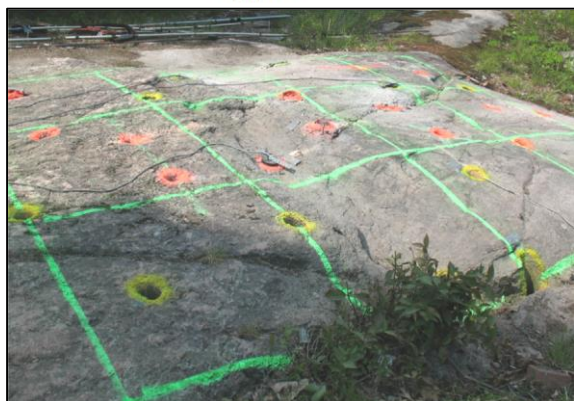
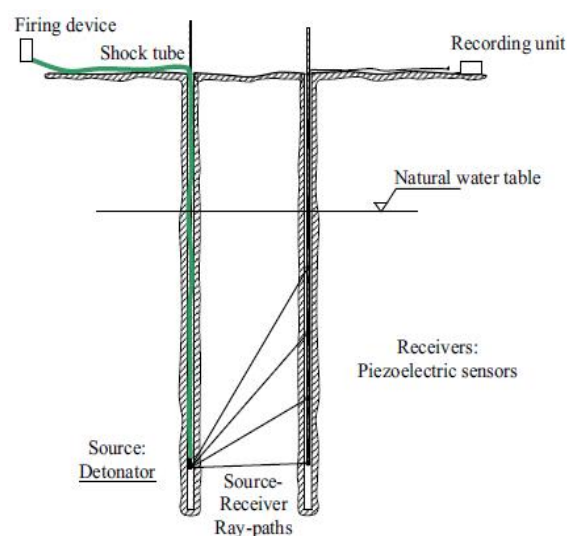
$$G_j(x, t) = u_j(x, t) = \frac{3\gamma_j\gamma_k - \delta_{jk}}{4\pi\rho r^3} \int_{r/c_p}^{r/c_s} \tau F_k(t - \tau) d\tau + \frac{\gamma_j\gamma_k}{4\pi\rho c_p^2 r} F_k\left(t - \frac{r}{c_p}\right) + \frac{\delta_{jk} - \gamma_j\gamma_k}{4\pi\rho c_s^2 r} F_k\left(t - \frac{r}{c_s}\right) \quad (20)$$

در این رابطه δ_{jk} دلتای کرونیکر و γ کسینوس هادی است به طوری که $\gamma_i = x_i / r = \partial r / \partial x_i$. رابطه اخیر تابع گرین الاستودینامیک دوبعدی را در مکان x و زمان t برای جابجایی در معادله حرکت ناویر را نشان می‌دهد [۳۸-۴۰].

پس از یافتن تابع گرین مناسب برای حالت الاستودینامیک، حال باید بحث انفجار و انتشار امواج انفجار را نیز به آن اضافه کرد. برای این کار از معادله حاکم فشار انفجار که در رابطه (۲) معرفی شد به عنوان نیروی داخلی در رابطه (۲۰) استفاده کرد. پس از این جایگذاری و پس از انتگرال‌گیری و انجام اندکی عملیات جبری، درنهایت تابع

۵- اعتبارسنجی روش پیشنهادی

به منظور اعتبار سنجی روش پیشنهادی، در این بخش نتایج حاصل از روش تحلیلی ارائه شده در این مطالعه با نتایج مطالعات تجربی و عددی گذشته مقایسه شده است. پیش از این یک مطالعه تجربی و عددی ارزشمند در مورد ارزیابی شروع و انتشار ترک در سنگ بر اثر انتشار امواج حاصل از انفجار انجام شده است. در مطالعه مذکور آسیب ناشی از انفجار در سنگ گرانیت به دو روش آزمایشگاهی و عددی ترکیبی المان محدود-المان مجزا (FEM-DEM) مورد بررسی قرار گرفته است. اصول آزمایش انجام شده در شکل ۲ مشخص شده است. همچنین شکل ۲ نمایی از آزمایش واقعی انجام شده در این مطالعه را پیش از وقوع انفجار نشان می‌دهد. علاوه بر این، محققین در مطالعه خود از یک مدل سازی عددی با استفاده از روش FEM-DEM در نرم افزار Y2D نیز جهت شبیه سازی انفجار و ثبت نتایج مورد نظر خود استفاده کرده اند [۳۳].



شکل ۲: سیستم انفجار و ثبت نتایج و همچنین آرایش چال-ها در سنگ گرانیت جهت اجرای انفجار واقعی [۳۳]

$$v_j(x, t) = \frac{3\gamma_j\gamma_k - \delta_{jk}}{4\pi\rho r^2} P_0 \xi \times$$

$$[-\alpha \exp(-\alpha t) \left(\frac{r\alpha - c_s}{\alpha^2 c_s} \exp\left(\alpha \left(\frac{r}{c_s}\right)\right) - \frac{r\alpha - c_p}{\alpha^2 c_p} \exp\left(\alpha \left(\frac{r}{c_p}\right)\right) + \beta \exp(-\beta t) \left(\frac{r\beta - c_s}{\beta^2 c_s} \exp\left(\beta \left(\frac{r}{c_s}\right)\right) - \frac{r\beta - c_p}{\beta^2 c_p} \exp\left(\beta \left(\frac{r}{c_p}\right)\right) \right)]$$

$$+ \frac{\gamma_j\gamma_k}{4\pi\rho c_p^2 r} P_0 \xi [-\alpha \exp\left(-\alpha \left(t - \frac{r}{c_p}\right)\right) + \beta \exp\left(-\beta \left(t - \frac{r}{c_p}\right)\right)]$$

$$+ \frac{\delta_{jk} - \gamma_j\gamma_k}{4\pi\rho c_s^2 r} P_0 \xi [-\alpha \exp\left(-\alpha \left(t - \frac{r}{c_s}\right)\right) + \beta \exp\left(-\beta \left(t - \frac{r}{c_s}\right)\right)] \quad (22)$$

۴- مدل سازی تحلیلی مسئله مورد نظر

فرمولاسیون ارائه شده در بخش قبل برای حل مسئله عنوان شده در بخش ۲ مورد استفاده قرار می‌گیرد. منبع دینامیکی در داخل چال انفجاری در محیط سنگی بی‌نهایت، یک تابع فشار وابسته به زمان مانند شکل ۱ است. سرعت ذره‌ای ماکزیمم^۴ (PPV) به عنوان یک پارامتر مشخص کننده آسیب‌های ساختاری و لرزش زمین در بین مطالعات پیشین رایج بوده است؛ بنابراین در این بخش پارامتر PPV نیز با استفاده از راه حل تحلیلی پیشنهادی برای مسئله مورد نظر محاسبه شده است. علاوه بر این، پارامتر ماکزیمم جابجایی نیز برای مسئله محاسبه شده است. این موارد در فواصل مختلف از چال انفجاری محاسبه و در جدول زیر آورده شده‌اند.

جدول ۲: نتایج حاصل از مدل سازی تحلیلی مسئله

فاصله (m)	جابجایی بیشینه (m)	PPV (mm/s)
۱٫۵	$2,7 \times 10^{-5}$	۸۳۰
۲	$2,16 \times 10^{-5}$	۵۱۰
۳٫۵	$7,3 \times 10^{-6}$	۳۵۰
۱۰	2×10^{-6}	۸۰
۱۱	$1,94 \times 10^{-6}$	۷٫۵

تابع گرین حاصله نه تنها می‌تواند مدل‌سازی انفجار را برای مناطق نزدیک به انفجار انجام دهد، بلکه برای فواصل دور نیز بسیار مناسب است. مهم‌ترین ویژگی راه‌حل ارائه‌شده، تحلیلی بودن آن و وابستگی کامل به زمان است. از این رو نتایج آن دقیق‌تر بوده و در حوزه زمان قابل‌اعتمادتر هستند.

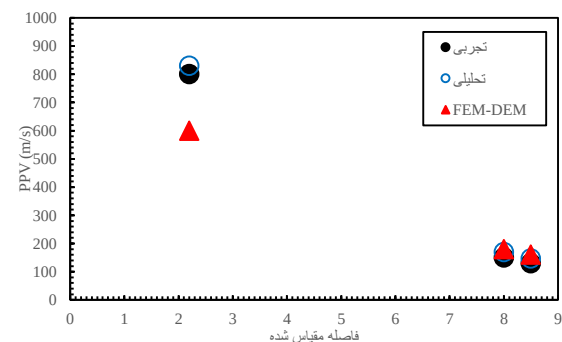
نتایج حاصل از روش پیشنهادی در مورد یک مسئله عمومی با نتایج روش‌های تجربی و عددی پیشین در قالب PPV مقایسه شده است. در فواصل کم یعنی $2/2 \text{ m/kg}^{1/2}$ ، مقادیر PPV حاصل‌شده از آزمایش واقعی و روش تحلیلی ارائه‌شده در این مطالعه به ترتیب ۸۰۰ و ۸۳۰ متر بر ثانیه است. همچنین در فواصل دور به‌عنوان مثال در $\text{m/kg}^{1/2}$ ، نیز PPV حاصل‌شده از آزمایش واقعی و روش تحلیلی ارائه‌شده در این مطالعه به ترتیب ۱۳۰ و ۱۴۷ متر بر ثانیه حاصل شده است.

این مقایسه نشان‌دهنده تطابق قابل‌قبول نتایج تابع گرین ارائه‌شده در مطالعه حاضر با سایر روش‌های مذکور دارد. نزدیکی نتایج تحلیلی حاصل از این مطالعه با نتایج تجربی و عددی مطالعات پیشین، نشان‌دهنده صحت و درستی روش پیشنهادی و تأییدکننده تابع گرین حاصل‌شده در این مطالعه هستند؛ بنابراین در حالت کلی می‌توان گفت که از این روش می‌توان برای بررسی انتشار امواج الاستیک در محیط‌های سنگی و شبه‌سنگی استفاده نمود. همچنین از تابع گرین حاصله می‌توان به‌عنوان یک ورودی دینامیکی برای روش‌های دیگر و مقاصد مختلف استفاده کرد.

مراجع

- [1] Gong, W., Wang, Y., Ning, Y., Luo, Y., Wang, Y. "Validating the ability of the discontinuous deformation analysis method to model normal P-wave propagation across rock fractures" International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2017.
- [2] Lak, M., Fatehi, M., Yarahmadi, A., "A finite difference modelling of crack initiation in rock blasting" The 2018 World Congress on Advances in Civil, Environmental, & Materials Research (ACEM18), Songdo Convensia, Incheon, Korea, 2018.
- [3] Lak, M., Fatehi, M., Yarahmadi, A., Abdollahipour, A. "Numerical Modelling of Crack Initiation around a Wellbore Due to Explosion" International Journal of Geological and Environmental Engineering, Vol. 12, No. 6, pp. 420-423, 2018.
- [4] Gu, W., Nihei, K. T., Myer, L. R. "Numerical simulation of elastic wave propagation in fractured rock

مسئله حل‌شده در [۳۳]، با استفاده از روش تحلیلی پیشنهادی در مطالعه حاضر نیز حل شده و در نهایت نتایج آن‌ها در قالب PPV در شکل زیر با یکدیگر مقایسه شده است. روش حل دقیقاً مطابق با روند روابط اشاره‌شده در بخش ۳ بوده است. جهت محاسبه PPV نیز از تابع گرین مربوط به سرعت استفاده شده است. همان‌طور که از نمودار شکل زیر مشخص است، همخوانی خوبی بین نتایج تحلیلی، تجربی و عددی در فواصل مختلف از چال انفجاری وجود دارد. حتی می‌توان گفت که نتایج تحلیلی حاصل از این مطالعه نسبت به روش عددی به واقعیت نزدیک‌تر و دقیق‌تر هستند. نزدیکی نتایج تحلیلی حاصل از این مطالعه با نتایج تجربی و عددی مطالعات پیشین، نشان‌دهنده صحت و درستی روش پیشنهادی و تأییدکننده تابع گرین حاصل‌شده در این مطالعه هستند.



شکل ۱: مقایسه نتایج روش تحلیلی (این مطالعه) با نتایج تجربی و عددی دیگر برحسب فاصله مقیاس شده از چال انفجاری ($\text{m/kg}^{1/2}$)

۶- نتیجه‌گیری

به‌منظور شناخت فرآیند انفجار در سنگ و انتشار امواج حاصل از آن، در این مطالعه یک راه‌حل تحلیلی ارائه شد. به همین منظور، یک راه‌حل عمومی به‌صورت تابع گرین برای انتشار امواج الاستیک در سنگ بر اثر انفجار ارائه و به روشی کاملاً تحلیلی حل شده است. تمامی روند حل به‌صورت کاملاً دینامیکی بوده و توابع گرین حاصله برحسب جابجایی و یا سرعت ذره‌ای نیز وابسته به زمان و در حوزه زمان هستند. در نهایت مسئله انتشار امواج الاستیک انفجار در محیط نامحدود الاستیک همگن همسانگرد مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. در انتها نیز روش تحلیلی پیشنهادی اعتبارسنجی شده است.

- [17] Fan, L. F., Zhou, X. F., Wu, Z. J., Wang, L. J. "Investigation of stress wave induced cracking behavior of underground rock mass by the numerical manifold method" Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 92, 2019.
- [18] Buchen, P. W. "The elastodynamic Green's tensor for the 2D half-space" Journal of Austral. Math. Soc., Vol. 20, pp. 385-400, 1978.
- [19] Tadeu, A. J. B., Kausel, E. "Green's functions for two-and-a-half-dimensional elastodynamic problems" Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, No. 10, 2000.
- [20] Sun, L. "Time-harmonic elastodynamic Green functions of plates for line loads" Journal of Sound and Vibration, Vol. 264, No. 2, pp. 337-348, 2001.
- [21] Sanchez-Sesma, F. J., Perez-Ruiz, J. A., Campillo, M. "Elastodynamic 2D Green function retrieval from cross-correlation: Canonical inclusion problem" Geophysical research letters, Vol. 33, 2006.
- [22] Wapenaar, K. "A single-sided representation for the homogeneous Green's function of a unified scalar wave equation" Journal of Acoustical Society of America, Vol. 141, No. 6, pp. 4466-4479, 2017.
- [23] Aspel, R. J., Luco, J. E. "On the Green's functions for a layered half-space. Part II" Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 73, No. 4, pp. 931-951, 1983.
- [24] Tewary, V. K. "Computationally efficient representation for elastostatic and elastodynamic Green's functions for anisotropic solids" Physical review B, Vol. 51, No. 22, 1995.
- [25] Liu, G. R., Lam, K. Y. "Two-dimensional time-harmonic elastodynamic Green's functions for anisotropic media" International Journal of Engineering Science, Vol. 34, No. II, pp. 1327-1338, 1996.
- [26] Varycuk, V. "Exact elastodynamic Green functions for simple types of anisotropy derived from higher-order ray theory" Studia geoph. et geod., Vol. 45, pp. 67-84, 2001.
- [27] Filho, A. C., Ravasi, M., Curtis, A., Meles, G. A. "Elastodynamic Green's function retrieval through single-sided Marchenko inverse scattering" Physical review E, Vol. 90, 2014.
- [28] Varycuk, V. "Seismic moment tensors in anisotropic media: A review" S. D'Amico (ed.), Moment Tensor Solutions, Springer Natural Hazards, Springer International Publishing, 2018.
- [29] Zhan, Q., Zhuang, M., Fang, Y., Liu, J. G., Liu, Q. H. "Green's function for anisotropic dispersive poroelastic media based on the Radon transform and eigenvector diagonalization" Royal Society Publishing, Proceeding A, 2019.
- [30] Hutchings, L., Wu, F. "Empirical Green's functions from small earthquakes: A wave form study of locally recorded aftershocks of the 1971 San Fernando earthquake" Journal of geophysical research, Vol. 95, NO. B2, pp. 1187-1214, 1990.
- [31] Wang, C. Y., Achenbach, J. D. "Three-dimensional time-harmonic elastodynamic Green's with the boundary integral equation method" Journal of geophysical research, Vol. 101, No. B7, pp. 15,933-15,943, 1996.
- [5] Lak, M., Baghbanan, A., Hashemolhoseini, H. "Effect of seismic waves on the hydro-mechanical properties of fractured rock masses" Earthquake engineering and engineering vibration, Vol. 16, No. 3, pp. 525-536, 2017.
- [6] Babanouri, N., Kariminasab, S., Mansouri, H. "Modeling of blast waves propagation through jointed rock masses: a case study at the Gol-e-Gohar iron ore mine (Iran)" 46th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium, Chicago, USA, pp. 24-27, 2012.
- [7] Babanouri, N., Fattahi, H. "Evaluating orthotropic continuum analysis of stress wave propagation through a jointed rock mass" Bull. Eng. Geol. Environ., 2016.
- [8] Lak, M., Fatehi, M., Yarahmadi, A., Abdollahipour, A. "Discrete element modeling of explosion-induced fracture extension in jointed rock masses" Journal of Mining and Environment, DOI: 10.22044/jme.2018.7291.1579, 2019.
- [9] Basabe, J. D., Sen, M. K., Wheeler, M. F. "Elastic wave propagation in fractured media using the discontinuous Galerkin method" GEOPHYSICS, Vol. 81, No. 4, 2016.
- [10] Li, D., Han, ZH., Zhu, Q., Zhang, Y., Ranjit, P. G. "Stress wave propagation and dynamic behavior of red sandstone with single bonded planar joint at various angles" International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 117, pp. 162-170, 2019.
- [11] Li, J. C., Li, N. N., Chai, S. B., Li, H. B. "Analytical study of ground motion caused by seismic wave propagation across faulted rock masses" International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, pp. 1-5, 2017.
- [12] Rossmannith, H. P., Uenishi, K., Kouzniak, N. "Blast wave propagation in rock mass-Part I: monolithic medium" International Journal of Blasting and Fragmentation, Vol. 1, pp. 317-359, 1997.
- [13] Kouzniak, N., Rossmannith, H. P. "Supersonic detonation in rock mass - Analytical solutions and validation of numerical models - Part 1: Stress analysis" International Journal of Blasting and Fragmentation, Vol. 2, pp. 44-86, 1998.
- [14] Lak, M., Fatehi, M., Yarahmadi, A., Abdollahipour, A. "Analytical and numerical modeling of rock blasting operations using a two dimensional elastodynamic Green's function" International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 114, pp. 208-217, 2019.
- [15] Niu, L., Zhu, W., Li, Sh., Guan, K. "Determining the viscosity coefficient for viscoelastic wave propagation in rock bars" Rock Mechanics and Rock Engineering, 2018.
- [16] Hoseininasab, H., Fatehi, M. "A semi-infinite higher-order displacement discontinuity method and its application to the quasistatic analysis of radial cracks produced by blasting" Journal of Mechanics of Materials and Structures, Vol. 2, No. 3, 2007.

- [36] Sharpe, J. A. "The production of elastic waves by explosion pressures. I. Theory and empirical field observations" *Geophysics*, Vol. 7, No. 2, pp. 144–154, 1942.
- [37] Banerjee, P. K., Ahmad, S., Manolis, G. D. "Transient elastodynamic analysis of three-dimensional problems by boundary element method" *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 14, No. 6, pp. 933–949, 1986.
- [38] Stokes, G. G. "On the variation of gravity on the surface of the earth" *Trans. Camb. Philos. Soc.*, Vol. 8, pp. 672–695, 1848.
- [39] Rice, J. R. "The mechanics of earthquake rupture" North Holland: Italian Phys. Soc., pp. 555–649, 1980.
- [40] Aki, K., Richards, P. G. "Quantitative Seismology" 2nd ed. California: University Science Books, 2002.
- functions for anisotropic solids" *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol. 449, pp. 441–458, 1995.
- [32] Dineva, P. S., Manolis, G. D., Wuttke, F. "Fundamental solutions in 3D elastodynamics for the BEM: A review" *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 105, pp. 47–69, 2019.
- [33] Trivino, L. F., Mohanty, B. "Assessment of crack initiation and propagation in rock from explosion-induced stress waves and gas expansion by cross-hole seismometry and FEM–DEM method" *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Vol. 77, pp. 287–299, 2015.
- [34] Jimeno, E. L., Jimeno, C. L., Carcedo, A. "Drilling and Blasting of Rocks" London: Taylor & Francis, 1995.
- [35] Duvall, W. "Strain-wave shapes in rock near explosions" *Geophysics*, Vol. 18, No. 2, pp. 310–323, 1953.

-
- ∨ Sharpe
 - ∨ Navier's equations of motion
 - ∨ Helmholtz
 - ε Poisson's equation
 - Dirac-delta function
 - ∨ Forward
 - ∨ Backward
 - ∧ Peak Particle Velocity (PPV)