

تخمین عیار آهن در آنومالی تپه قرمز معدن سنگ آهن سنگان با استفاده از سه الگوریتم فازی عصبی تطبیقی

سعید مجدی فر^{۱*} و غلامرضا کمالی^۲

۱- دانشجوی دکتری اکتشاف معدن، بخش مهندسی معدن، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- استادیار، بخش مهندسی معدن، دانشگاه شهید باهنر کرمان

(دریافت اسفند ۹۰، پذیرش اسفند ۹۲)

چکیده

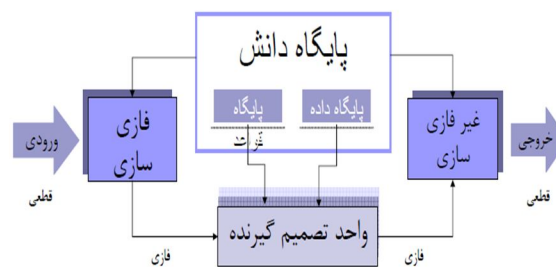
تخمین عیار یکی از مراحل حیاتی در بررسی‌های فنی و اقتصادی معادن است. بنابراین یافتن روشی که بتواند این مقادیر را با دقت بالا تخمین بزند یک ضرورت به شمار می‌رود. در این مطالعه، یک الگوریتم فازی عصبی تطبیقی به منظور تخمین عیار آهن کانسارهای اسکارنی به کار رفته است. این الگوریتم در حقیقت یک سیستم فازی می‌باشد که باید توابع عضویت آن توسط داده‌های آموزشی تنظیم گردد. قابل ذکر است که تعریف توابع عضویت اولیه در کیفیت نتایج خروجی این الگوریتم تأثیرگذار می‌باشد که بدین منظور سه الگوریتم تفکیک شبکه، خوشه بندی کاهشی و خوشه بندی فازی برای تنظیم این توابع مرسوم می‌باشد. در این مقاله سه سیستم فازی عصبی بر پایه ی الگوریتمهای مذکور برای تخمین عیار آهن به کار گرفته شد. نتایج حاصل از داده‌های تست، بیانگر توانایی قابل توجه سیستم فازی عصبی بر پایه خوشه بندی کاهشی در تخمین عیار آهن نسبت به دو الگوریتم دیگر می‌باشد.

کلمات کلیدی

تخمین عیار، کانسار آهن اسکارنی، الگوریتم فازی عصبی، الگوریتمهای خوشه بندی

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر به علت وابستگی زیاد پروژه‌های معدنی به تعیین دقیق‌تر تناژ ماده‌ی معدنی، روش‌های گوناگونی برای تخمین عیار به وجود آمدند که از آن جمله می‌توان به روش‌های هندسی، مبتنی بر فاصله و زمین آماری اشاره کرد [۱]. اما هر یک از این روش‌ها، دارای محدودیت‌ها و معایبی هم هستند که بر روی دقت تخمین تأثیر می‌گذارند. از میان این روش‌ها، زمین آمار نتایج قابل قبول‌تری را ارائه داده است. محققین مختلف در صدد ارائه‌ی روش‌های نوینی شدند که از آن جمله برای اولین بار در سال ۱۹۹۰ باردوسی و همکاران [۲] روش زمین آمار را با دیدگاه فازی برای تخمین عیار استفاده کردند و در سال ۱۹۹۵ وو و همکاران [۳] از شبکه‌ی عصبی برای تخمین عیار و ذخیره استفاده نمودند. به نظر می‌رسد سیستم‌های فازی می‌توانند جواب مناسبی برای تخمین عیار ارائه کنند اما تعیین توابع عضویت و پارامترهای هندسی مربوط به آن یکی از مشکلات اصلی محققین می‌باشد که حل این مشکل نیازمند داشتن دانش کاملی در مورد سیستم مورد مطالعه می‌باشد [۴]. اگر برای یک سیستم، دانشی بر مبنای قاعده‌های بیانی فازی تعریف شود، آنگاه سیستم استنتاج فازی (fuzzy inference system (FIS) می‌تواند ساخته شود. اما اگر داده‌های تجربی برای آن سیستم موجود باشد و یا از یک مدل بتوان برای آموزش بهره برد آنگاه می‌توان از شبکه‌های عصبی استفاده کرد. ساختار یک سیستم فازی در شکل (۱) نشان داده شده است.

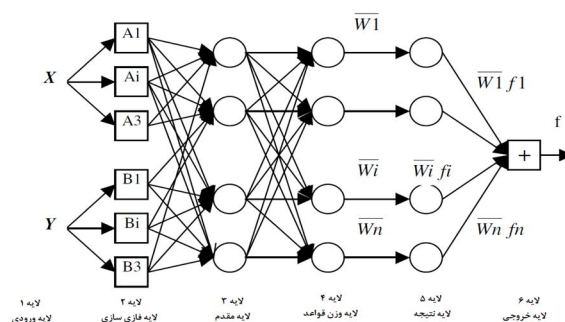


شکل ۱: ساختار کلی یک سیستم فازی.

برای ساختن یک FIS باید توابع عضویت، عملگرهای فازی و قاعده‌های فازی را مشخص کرد و برای ساختن یک شبکه‌ی عصبی، کاربر باید ساختار شبکه و الگوریتم‌های یادگیری را مشخص کند [۴]. تحقیقات نشان می‌دهد که هر کدام از این روش‌ها به تنهایی اشکالاتی دارند. بنابراین طبیعی است که برای رفع اشکالات موجود، این دو سیستم با هم تلفیق گردند. کاری که FIS قادر به انجام آن نیست، یادگیری است. بنابراین توانایی یادگیری از نقطه نظر FIS اهمیت بالایی دارد و ساختار قاعده‌های زبانی از نقطه نظر شبکه‌های عصبی جالب توجه می‌باشد. از این رو با به کارگیری الگوریتم‌های یادگیری شبکه‌های عصبی در FIS، سیستم‌های تلفیقی هوشمندی معرفی شده‌اند که سیستم FIS را در یک ساختار همانند شبکه‌های عصبی ارائه می‌کنند [۴]. سیستم فازی-عصبی استنتاجی تطبیقی (adaptive neuro fuzzy inference system) ملقب به ANFIS نمونه‌ای از این سیستم‌های تلفیقی هوشمند است. در ساختار یک سیستم فازی-عصبی تطبیقی، الگوریتم‌های یادگیری شبکه‌ی عصبی، پارامترهای FIS را تعیین می‌کنند. الگوریتم ANFIS، برای شروع عملیات یادگیری نیاز به یک بار مقدار دهی اولیه به پارامترهای توابع عضویت خود دارد. برای مقدار دهی اولیه و ساخت توابع عضویت، سه نوع الگوریتم مرسوم وجود دارد که می‌تواند در ساختار ANFIS به کار رود. الگوریتم‌های تفکیک شبکه (grid partitioning (GP)، خوشه بندی کاهشی (subtractive clustering method (SCM) و خوشه بندی فازی (fuzzy c-means (FCM) سه نوع تابع راه انداز اولیه هستند که بر اساس عملکرد منحصر به فرد خود، کیفیت خروجی ANFIS را می‌توانند تحت تأثیر قرار دهند [۵]. در این تحقیق، از هر سه نوع تابع راه انداز اولیه استفاده شده است. به عبارت دیگر، الگوریتم ANFIS با سه رویکرد متفاوت از نظر تابع اولیه‌ی راه انداز، برای تخمین عیار آهن آنومالی تپه قرمز در معدن سنگ آهن سنگان خواف به کار گرفته شد و نتایج آن‌ها گزارش شده است.

۲- الگوریتم فازی عصبی ANFIS

ساختار سیستم استنتاجی فازی-عصبی تطبیقی از ۶ لایه تشکیل شده است که در این قسمت عملکرد هر لایه توضیح داده می‌شود. قابل ذکر است که خروجی هر گره در لایه ۱ با عبارت $O_{1,i}$ نشان داده می‌شوند که ۱ شماره ی لایه و i شماره ی نرون لایه ی بعدی است [۵]. شکل ۲ ساختار شبکه‌ای یک سیستم ANFIS را نشان می‌دهد.



شکل ۲: ساختار شبکه‌ای یک سیستم نروفازی [۵].

لایه‌ی اول: مقادیر ورودی این لایه، داده‌های ورودی هستند که پس از خروج به مرحله‌ی فازی‌سازی منتقل می‌شوند. X و Y داده‌های ورودی هستند.

$$O_{1,x} = x, \quad O_{1,y} = y \quad (1)$$

لایه‌ی دوم: خروجی گره‌ها در این لایه با عبارت $O_{2,p,i}$ معرفی می‌شوند که p متغیر زبانی ورودی است. در این مرحله، داده‌های ورودی با استفاده از توابع فازی‌سازی که توسط الگوریتم‌های راه انداز اولیه تعریف شده است، فازی‌سازی می‌شوند. هر ورودی می‌تواند به تعداد لازم تابع عضویت داشته باشد و هر تابع عضویت با گره نشان داده می‌شود. بنابراین در لایه‌ی دوم برای هر ورودی می‌تواند به تعداد مورد نیاز گره وجود داشته باشد که در این لایه مفروض است که هر متغیر زبانی ورودی به تعداد m تابع عضویت یا گره دارد.

$$O_{2,x,i} = \mu_{A_i(x)}, \quad O_{2,y,i} = \mu_{B_i(y)} \quad (2)$$

لایه‌ی سوم: این لایه که به لایه‌ی مقدم شهرت دارد لایه‌ای است که در آن به ازای هر گره یک قاعده‌ی فازی وجود دارد که اگر n ورودی تعریف شود و هر ورودی m تابع عضویت داشته باشد، به تعداد $n.m$ قاعده‌ی فازی در این

لایه تشکیل می‌شود. در این لایه، با عملگر T-norm مقادیر وزنی هر گره مطابق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود که n معرف n امین قاعده‌ی فازی است. خروجی هر گره در این لایه حاصل تأثیر همه‌ی سیگنال‌های ورودی است. هر گره، وزن n امین قاعده‌ی فازی را محاسبه می‌کند.

$$O_{3,n} = W_n = \mu_{A_i(x)} \cdot \mu_{B_j(y)} \quad (3)$$

لایه‌ی چهارم: در این لایه وزن محاسبه شده در هر گره، با استفاده از رابطه‌ی زیر نرمال سازی می‌شود. در حقیقت خروجی این لایه، وزن نرمالیزه شده می‌باشد. تعدادگره‌های این لایه برابر با تعدادگره‌های لایه سوم یعنی $n.m$ می‌باشد.

$$O_{4,n} = \bar{W}_n = \frac{W_n}{\sum W_n} \quad (4)$$

لایه‌ی پنجم: این لایه به لایه‌ی نتیجه شهرت دارد. هر گره در این لایه یکگره سازگار شونده می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود. p_n ، q_n ، r_n پارامترهای نتیجه هر قاعده هستند. این لایه هم تعدادگره‌هایی برابر با گره‌های لایه پیشین دارد.

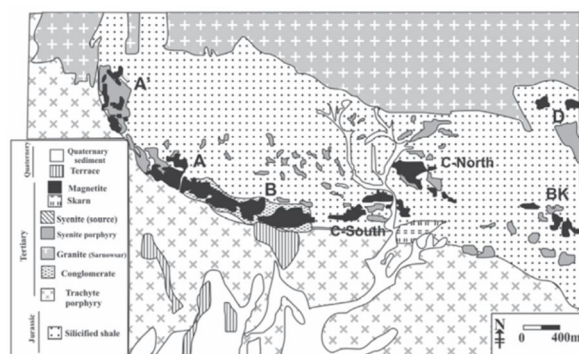
$$O_{5,n} = \bar{W}_n \cdot f_n = \bar{W}_n \cdot (p_n \cdot x + q_n \cdot y + r_n) \quad (5)$$

لایه ششم: به لایه‌ی خروجی ملقب است. تنها گره موجود در این لایه، عملیات غیر فازی‌سازی را با استفاده از رابطه‌ی مرکز ثقل به صورت زیر محاسبه می‌کند.

$$O_{6,1} = \sum \bar{W}_n \cdot f_n = \frac{\sum W_n \cdot f_n}{\sum W_n} \quad (6)$$

۳- منطقه مورد مطالعه و داده‌های استفاده شده

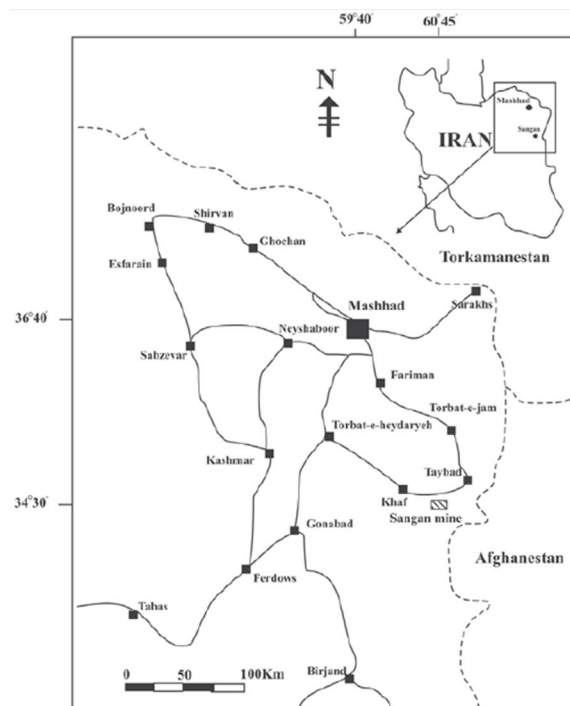
کانسار سنگ آهن سنگان خواف، در ۳۰۰ کیلومتری جنوب شرقی مشهد و در میان طول‌های جغرافیایی $60^\circ 24'$ تا $60^\circ 45'$ و عرض‌های جغرافیایی $34^\circ 26'$ تا $34^\circ 33'$ واقع است. معدن سنگان، یک ذخیره‌ی بزرگ و با ارزش اسکارن آهن است. این کانسار بخشی از کمربند ماگمایی آتشفشانی-پلوتونیک خواف-کاشمر-بردسکن است. چنانچه ادامه کمربند ماگمایی خواف-درونه را تا افغانستان از یک سو و بیارجمند از سوی دیگر در نظر گرفته شود، طولی بیش از ۳۵۰ کیلومتر و پهنای متغیر از ۱۵ تا ۸۰ کیلومتر را دارد.



شکل ۴: نقشه زمین‌شناسی آنومالی مورد مطالعه‌ی سنگان [۷].

در ادامه‌ی فعالیت‌های اکتشافی در آنومالی تپه قرمز برای انجام ارزیابی اصولی‌تر و تخمین ذخیره، یک شبکه‌ی حفاری اکتشافی طراحی گردیده است (شکل ۵) که از این شبکه، ۲۱ گمانه‌ی آن حفر گردیده است و از این گمانه‌های حفر شده فقط ۱۶ گمانه به ماده معدنی برخورد کرده است. بنابراین نمونه برداری‌های لازم، جهت آنالیز عیار آهن این آنومالی، از این ۱۶ گمانه انجام شده است. نمونه‌های بدست آمده از این گمانه‌ها، توسط دستگاه XRF برای اکسیدهای اصلی و برخی عناصر جزئی مورد آنالیز قرار گرفت.

در این تحقیق، نتایج کسب شده برای عنصر Fe در نقاط مختلف نمونه برداری شده، برای ورود به الگوریتم ANFIS مورد توجه قرار گرفت. به عبارت دیگر مختصات نقاط نمونه برداری یعنی طول جغرافیایی (X) و عرض جغرافیایی (Y) به همراه عمق نمونه برداری از داخل گمانه‌ها یعنی Z به عنوان ورودی‌های الگوریتم ANFIS و مقدار Fe بر حسب درصد به عنوان خروجی الگوریتم در نظر گرفته شد. بنابراین انتظار می‌رود، الگوریتم فازی-عصبی مذکور با گرفتن مختصات جغرافیایی نقطه‌ی مورد نظر، بتواند عیار آهن را با کم‌ترین خطا تخمین بزند. در حقیقت وظیفه‌ی این الگوریتم در ابتدا بهینه‌یابی پارامترهای نتیجه و توابع عضویت ساختار خود در مرحله‌ی یادگیری می‌باشد که پس از آن بتواند در نقش یک تخمین گر، عیار آهن مناطق ناشناخته را پیش بینی کند.



شکل ۳: موقعیت جغرافیایی معدن سنگان خواف و راه‌های ارتباطی آن.

این کمربند به طور عمده از سنگ‌های آتشفشانی اسیدی تا حد واسط و گاه مافیک با سن ترشیری تشکیل شده است. این سنگ‌ها شامل داسیت، ریوداسیت، آندزیت، پیروکسن آندزیت، آندزیت-بازالت، لاتیت، تراکی آندزیت، توف، لاپیلی توف و آگلومراست. توده‌های گرانیتوئیدی با ترکیبی از گرانیت، گرانودیوریت، دیوریت و گرانیت فلدسپار قلیایی در سنگ‌های آتشفشانی نفوذ کرده‌اند [۶]. منطقه مورد مطالعه آنومالی تپه قرمز می‌باشد که یکی از آنومالی‌های غربی معادن سنگ آهن سنگان است. آنومالی تپه قرمز به دلیل عیار بالا و مقدار کم گوگرد و عناصر گانگ یکی از بهترین توده‌های معدنی سنگان می‌باشد. نوع ماده معدنی این آنومالی هماتیت می‌باشد که با افزایش عمق بر میزان مگنتیت آن افزوده می‌شود و نوع ماده باطله ریولیت، داسیت و گرانیت است. در شکل ۴ نقشه‌ی زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه نشان داده شده است.

پارامترهای X و Y بیانگر طول و عرض جغرافیایی محل نمونه برداری و Z عمق نمونه برداری از داخل گمانه را نشان می‌دهد و خروجی الگوریتم مقدار Fe بر حسب درصد می‌باشد. تمامی داده‌های آموزشی و تست نرمال می‌شوند تا الگوریتم بهتر بتواند رابطه‌ی میان آن‌ها را شبیه سازی کند. پس از آموزش سه الگوریتم ANFIS با داده‌های آموزشی، باید عملیات ارزیابی توسط داده‌های تست بر روی آن‌ها انجام بگیرد. بدین منظور ۳۰ داده‌ی تست که در عملیات آموزش شرکت داده نشده‌اند به هر سه الگوریتم داده می‌شوند و نتایج آن‌ها گزارش می‌گردند.

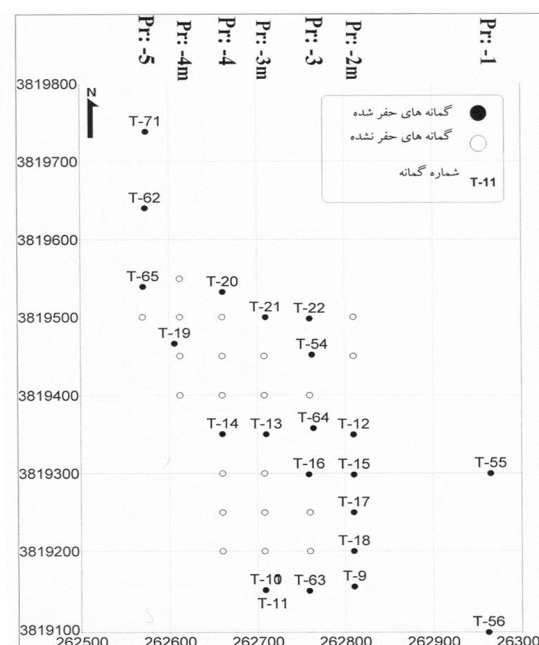
۵- نتایج و بحث

نزدیک به یکصد داده‌ی آموزشی جهت آموزش الگوریتم فازی-عصبی، در این تحقیق استفاده گردید. بر اساس توابع راه انداز اولیه که وظیفه‌ی مقداردهی اولیه به ساختار الگوریتم فازی-عصبی را دارند سه الگوریتم فازی-عصبی آموزش داده شدند. به منظور ارزیابی عملکرد سه الگوریتم آموزش دیده، ۳۰ داده‌ی تست به هر یک از الگوریتم‌ها داده شد و نتایج بدست آمده مورد سنجش قرار گرفت. جدول ۱ مشخصات داده‌های آموزشی را به همراه نتایج بدست آمده نشان می‌دهد. برای این که عملکرد سه الگوریتم در تخمین عیار آهن با یکدیگر مقایسه گردند از توابع سنجش خطای VAF، MAPE، RMSE و R-Square [۸، ۹، ۱۰، ۱۱] استفاده شده است. تابع VAF و MAPE توسط فرمول‌های زیر تعریف می‌شوند.

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{(y - y')}{y} \right| \times 100 \quad (7)$$

$$VAF = \left(1 - \frac{\text{var}(y - y')}{\text{var}(y)} \right) \quad (8)$$

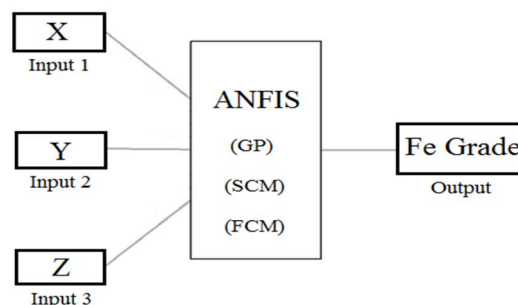
$$RMSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (y - y')^2 \quad (9)$$



شکل ۵: شبکه‌ی حفاری اکتشافی طراحی شده برای آنومالی تپه قرمز.

۴- تخمین عیار آهن با استفاده از ANFIS با سه رویکرد متفاوت

در این تحقیق از نرم افزار MATLAB برای اجرای الگوریتم ANFIS استفاده گردیده است. در ابتدا ۳۰ درصد از کل داده‌های حاصل از گمانه‌های مختلف به صورت تصادفی به عنوان داده‌های تست انتخاب شدند و باقی‌مانده‌ی داده‌ها برای فرایند یادگیری در سه الگوریتم ANFIS استفاده گردیدند. ساختار الگوریتم را می‌توان با شکل ۶ نشان داد.



شکل ۶: متغیرهای ورودی و خروجی سه الگوریتم ANFIS.

جدول ۱: نتایج بدست آمده از هر سه الگوریتم فازی عصبی بر روی داده‌های تست

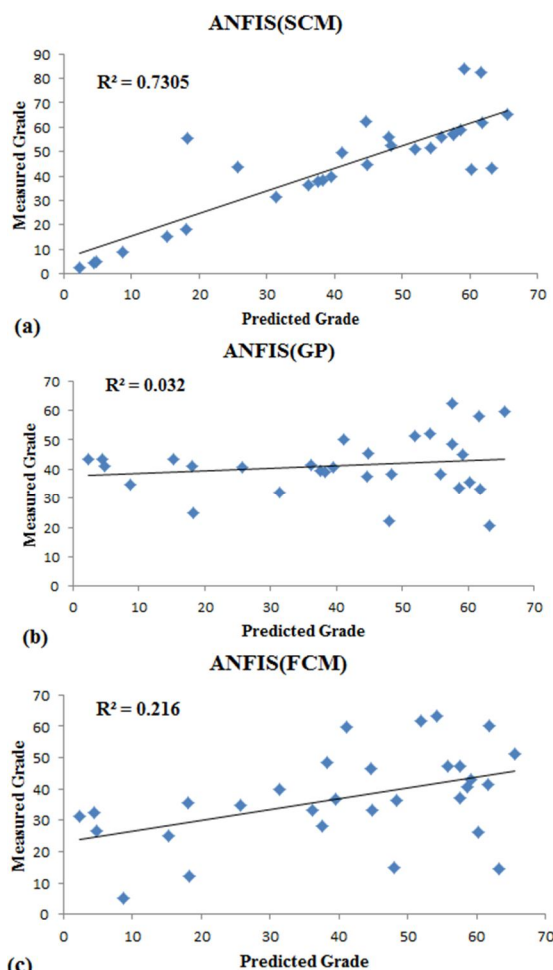
X	Y	Z*	Fe %	ANFIS(GP)	ANFIS(SCM)	ANFIS(FCM)
262810.32	3819154.8	14.35	36.17	41.497	36.170	33.143
262810.32	3819154.8	16.175	4.39	43.384	4.390	32.609
262810.32	3819154.8	18.45	44.83	45.651	44.830	33.406
262810.32	3819154.8	21.5	57.67	48.434	56.802	37.318
262809.93	3819349.5	37	65.49	59.695	65.490	51.360
262809.93	3819349.5	40.55	61.7	58.119	82.303	41.302
262710.08	3819349.9	2.95	15.17	43.363	15.170	25.230
262810.18	3819298.4	44.225	39.58	40.691	39.794	36.912
262810.18	3819298.4	46.25	37.59	39.646	38.005	28.314
262758.81	3819298.8	6.75	2.23	43.482	2.230	31.149
262758.81	3819298.8	10	59.12	45.251	84.195	43.085
262810	3819250	78.575	44.63	37.456	62.357	46.491
262810	3819250	81.675	55.86	38.219	55.860	47.413
262810	3819250	84.75	38.33	38.975	38.330	48.333
262810	3819200	2.25	63.21	20.557	43.099	14.515
262810	3819200	3.85	47.97	22.220	56.112	14.861
262810	3819200	6.35	18.18	24.814	55.628	12.040
262810	3819200	23.1	4.85	40.953	4.850	26.749
262605.97	3819465.9	38.725	57.67	62.364	57.670	47.152
262660.69	3819532.9	14.55	8.66	34.976	8.660	5.143
262660.69	3819532.9	18.6	60.31	35.404	42.840	26.311
262709.59	3819499.8	85.225	25.7	40.563	43.921	34.808
262709.59	3819499.8	86.9	18.1	41.025	18.100	35.769
262760	3819498	34.9	31.3	32.231	31.300	39.923
262760	3819498	37.8	48.35	38.475	52.320	36.418
262762.65	3819451.6	88	58.72	33.756	58.720	40.563
262762.65	3819451.6	91.9	61.8	33.382	61.800	60.344
252759.04	3819149.4	1.9	54.29	52.177	51.651	63.192
252759.04	3819149.4	5.65	51.89	51.316	50.849	61.540
252759.04	3819149.4	10	41.08	50.373	49.852	59.624

جدول ۲: توابع خطای بدست آمده از سه الگوریتم ANFIS

Model	RMSE	MAPE	VAF	R-Square
ANFIS(GP)	20.22	154.38	53.53	0.032
ANFIS(SCM)	11.51	16.99	74.95	0.7305
ANFIS(FCM)	18.39	109.29	69.42	0.216

همان‌طور که در جدول ۲ دیده می‌شود، الگوریتم ANFIS(SCM) عملکرد خیلی بهتری در مقایسه با دو الگوریتم دیگر نشان می‌دهد و تقریباً می‌توان گفت که الگوریتم‌های ANFIS(GP) و ANFIS(FCM) نتوانسته اند یک ابزار مناسب برای تخمین عیار آهن باشند. به عبارت

پارامتر Y مقدار واقعی عیار و y' مقدار تخمین زده شده توسط الگوریتم می‌باشد. هرچه مقدار VAF بزرگ‌تر باشد بیانگر کارایی بهتر مدل است. بدین معنی که $VAF=100\%$ بیانگر این است که مدل دقیقاً مقادیر واقعی را تخمین زده است ولی توابع RMSE و MAPE هر چه کوچک‌تر باشند بیانگر مدل کامل‌تر و بهتری می‌باشند و R-Square در بهترین حالت باید ۱ باشد. نتایج حاصل از توابع خطای مذکور در جدول ۲ گزارش گردیده است. با توجه به حدود مورد نظر می‌توان درباره‌ی توانمندی الگوریتم‌های سه‌گانه نظر داد.



شکل ۷: توانایی تخمین عیار آهن آنومالی تپه قرمز توسط سه الگوریتم ANFIS. (a) الگوریتم ANFIS بر اساس خوشه بندی کاهشی، (b) الگوریتم ANFIS بر اساس تفکیک شبکه، (c) الگوریتم ANFIS بر اساس خوشه بندی فازی

دیگر، الگوریتم‌های تفکیک شبکه و خوشه بندی فازی الگوریتم‌های مناسبی برای مقدار دهی و تنظیم اولیه ساختار ANFIS به منظور تعیین عیار آهن نمی‌باشند و الگوریتم خوشه بندی کاهشی بهترین گزینه برای معرفی ساختار اولیه تخمین گر عیار در آنومالی تپه قرمز می‌باشد. نکته‌ای که باید توجه شود این است که تعداد داده‌های آموزشی استفاده شده در این تحقیق حدود ۱۰۰ داده می‌باشد که اگر تعداد داده‌های بیشتری در اختیار می‌بود و به کار گرفته می‌شد به خوبی می‌توان دید که مقادیر تابع خطای الگوریتم خوشه بندی کاهشی بهبود چشمگیری پیدا می‌کند و می‌تواند برای استفاده در مناطق ناشناخته بیشتر به نتایج آن تکیه کرد. همچنین اگر به نمودارهای شکل ۷ توجه شود اختلاف قابل توجهی در توانایی تخمین الگوریتم ANFIS(SCM) نسبت به دو الگوریتم دیگر دیده می‌شود.

شکل ۷-ا به خوبی بهترین تطابق میان واقعیت و عیارهای تخمین زده شده را نشان می‌دهد. علت این اختلاف را می‌توان در الگوریتم راه انداز اولیه جستجو کرد و نتیجه گرفت که بهترین تابعی که می‌تواند ساختار اولیه الگوریتم ANFIS را به منظور تخمین عیار آهن پیاده سازی کند تابع SCM است. بنابراین الگوریتم ANFIS(SCM) می‌تواند به عنوان یک ابزار مناسب برای تخمین عیار آهن کانسارهای اسکارنی معرفی شود. همچنین می‌توان برای تخمین عیار در گمانه‌های حفر نشده از این الگوریتم استفاده نمود که این کار باعث کاهش شدید هزینه‌های حفاری می‌گردد.

۶- منابع و مراجع

- [۴] وانگ، لی؛ ۱۳۸۵؛ "سیستم‌های فازی و کنترل فازی"؛ ترجمه: محمد تشنه لب، نیما صفارپور، داریوش افیونی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.
- [5] Jang, J.S.R.; 1993; "ANFIS: adaptive network-based fuzzy inference system", IEEE Trans on Sys, Man and Cybernetics, Vol. 23, No. 3, pp. 665-685.
- [۶] کریم پور، محمد حسین؛ ۱۳۶۹؛ "بررسی منشأ و چگونگی تشکیل کانسار آهن سنگان خراسان"، مجموعه مقالات سمینار سنگ آهن، دانشکده فنی دانشگاه تهران، صفحه ۲۸۲-۲۶۹.
- [۷] عابدی، علیرضا؛ ۱۳۶۸؛ "تجزیه کانسار آهن سنگان خراسان"؛ پایان نامه دوره کارشناسی دانشگاه فردوسی مشهد، صفحه ۹۶.

[۱] حسنی پاک، علی اصغر؛ ۱۳۸۴؛ "تحلیل داده‌های اکتشافی"؛ انتشارات دانشگاه تهران.

- [2] Bardossy, Gy, Fodor, J.; 2005; "Assessment of the completeness of mineral exploration by the application of fuzzy arithmetic and prior information", Acta Polytechnica Hung, Vol. 2, No. 1.
- [3] Wu, X., Zhou, Y.; 1993; "Reserve estimation using neural network techniques", Computer & Geoscience ; Vol. 19, No. 4, pp. 567-575.

- [8] Grima, A., and Babuska, M.; 1999; "*Fuzzy model for the prediction of unconfined compressive strength of rock samples*", International Journal of Rock Mechanics and Mining Science; Vol. 36, pp. 339–349.
- [9] Finol, J., Guo, Y. K., Jing, X. D.; 2001; "*A rule based fuzzy model for the prediction of petrophysical rock parameters*", Journal of Petroleum Science and Engineering; Vol. 29, pp 97–113.
- [10] Gokceoglu, C.; 2002; "*A fuzzy triangular chart to predict the uniaxial compressive strength of Ankara agglomerates from their petrographic composition*", Engineering Geology; Vol. 66, pp 39–51.
- [11] Pala, M., Ozbay, E., Oztas, A., Yuce, M. I.; 2007; "*Appraisal of long-term effects of fly ash and silica fume on compressive strength of concrete by neural networks*" Construction and Building Materials; Vol. 21; No. 2; pp. 384–394.